with Miscellaneum Geometricum 1660
77FE75

RB124,690

Library
of the
University of Toronto

2 Vols in 1
£40



STILLMAN DRAKE

(a) I, 28, 57

Digitized by the Internet Archive
in 2024 with funding from
University of Toronto

https://archive.org/details/miscellanevmhype00ange

MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, ET PARABOLICVM.

IN QVO PRÆCIPVE AGITVR DE CENTRIS Grauitatis Hyperbolæ, partium eiuſdem,

Atque nonnullorum ſolidorum, de quibus nunquam Geometria locuta eſt.
Parabola nouiter quadratur dupliciter.
Ducuntur infinitarum parabolarum tangentes.
Aſſignantur maxima inſcriptibilia, minimaque circumſcriptibilia Infinitis Parabolis, Conoidibus, ac ſemifuſis parabolicis.
Aliaque Geometrica noua exponuntur ſcitu digna.

AVTHORE
F. STEPHANO DE ANGELIS VENETO,

Ordinis Ieſuatorum S. HIERONYMI, in Veneta Prouincia Definitore Prouinciali.

AD ILLVSTRISSIMOS, ET SAPIENTISSIMOS
SENATVS BONONIENSIS QVINQVAGINTA VIROS.



VENETIIS, MDCLIX.

Apud Ioannem La Noù.

SVPERIORVM PERMISSV.

Illuſtriſſimis, & Sapientiſſimis

BONONIENSIS SENATVS QVINQVAGINTA VIRIS

Dominis Colendiſſimis.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS

Ord. Ieſuatorum S. Hieronymi, ac in Prouincia Veneta Prouincialis Definitor P.P.P.

EA Virtutis eſt vis (Illuſtriſsimi & Sapientiſſimi DD.), ac ſolertiſſima indoles, vt animum ſuauitèr imbuat, diſciplinisq; veluti temperamento peroptimo, iucundè componat, & inſtruat. Quod viuere eſt corpori, id menti preſtat ſcire excellentiùs; namq; veluti Promethei inanis ſtatua homo degeret, ſi à ſcientiarum radio fęlicitèr non excitaretur ad vitam. Id docuit Apollinis lyra, quę lapidem quondam dulciſona fecit carmina reddentem, vitales indidit auras, & voces, cum in reliquis grauitaret inanimis, atq; imè tenderet in centrum. Explicet proſperè plumas Dedalus, iungat humeris alas, ſe ſe libret in aera, caſus fugiat crudelitatis deludens ingenium; animus verè tunc petit æthera, cum ſapientiæ adiumento fulcitur, ſcientiarumq;

acumine euadit nuperus Phęnix, vt vires ſumat ad tentanda ſydera. Deniq; volitabit mens incunctanter vbi ſtudij artificium acceſſerit, idq; robur mutuabit à ſcientia, quod ab Archytę cura retulit lignea olim columba, cui pennas fabrefacere ad volatum, opificis ſors fuit, & elucubratio valdè diligens. Ita eſt; ſi viuat corpus, àt rude extet ingenium, minimè dicendum, quod viuat homo, qui ſolum vt intelligat viuit, opuſq; intelligentiæ exercendo ab animantibus cęteris ſecernitur. Natura greſſum dat pedibus vt circumcurſent per orbem; verùm, vt mens euehatur, virtus eſt, quæ capiti iungit adminicula; ideo Mercurius Scientiarum Numen, & Pręſes, ceruicem, atq; plantas iurè implicat alis. Ergo ſi maxima debemus naturæ, cuius ope morituri viuimus, potiora ſcientiæ inſcribenda, qua rectè, qua ſapientèr, qua vtilitèr, qua decorè, qua perennitèr viuimus. Jlla nos incunabulis, veluti carceri faſcijs adſtrictos, addicit; hęc perennitati generosè fouet. Jlla ab vtero in ærumnoſam vitam; hęc in gloriæ Capitolium educit. Jlla lacte, quo ſaginamur infantes, ad corruptionem enutrit; hæc nos immortalitati parit, ac poſthumos ſeruat. Illa demùm parentibus emancipat, & Patriæ; hæc quidquid ſumus Lyceis, & præceptoribus inſcribit; indeq; profitetur Achilles, plura debere Chyroni, qui ab animo ruditatem eliminauit, quam Thetydi, quæ corpus dedit, Stygijſq; vndis lotum ictibus expoſuit in ffenſum. Bononia Glorioſa Studiorum Mater, quæ Athenarum reparat vetuſtatem, quæ ſcientijs gymnaſia diſertiſſima aperit, quæ Virtuti ſola ſtruit thronum, & domicilium, quæ poſtremò Męcenates parat ſapientibus, ad Matheſis me accendit Amorem, opportunitatem contulit; Archimedemq;

exhibuit,

exhibuit, Excellentiſſimum nempè Bonauenturam Caualerium, qui Geometriæ gloriam perfecit, huiuſce preclariſſimæ Vrbis auxit nitorem, Ieſuatorum cętum ampliſſime decorauit, vt puriori Geometricarum dulcedinum lacte, luculenter nutrirer. Hauſi, quæ nunquam ad ſaturitatem deguſtabo alimenta. Veſtrum Illuſtriſſimi, & Sapientiſſimi DD. vrbanitati leniſſimæ, quæ Pręceptorem Caualerium fouit impensè, iurè ſe ſtatuit diſcipulus, quò fidenter deditiſſima Vobis hęc libet attramenta, quibus claritatem iungere, vt inoccidua ſplendeſcant, veſtræ Nobilitatis, & laudis, opus erit, ac facinus pręſtantiſſimum. Tenuis munuſculi inopiam commendet qua promitur obſequentiſſima vouentis deuotio; hęc me vobis valdè ſpondet deuinctum, hęc conſulit, & iubet, vt tandem, forſan cum fęnore, reddam, quę iam Geometrica ab hoc Lyceo iucundiſſimè ebibi rudimenta. Primitiarum titulis gloriantur hi labores, namq; centrum grauitatis hyperbolæ me primò fuiſſe perſcrutatum profiteor. Vos hinc eligo Numina, quibus ęquiſſimè dicem, Vos operis optimè ſtatuo Patronos. Ioannes della Faille, qui primus centrum grauitatis partium circuli, & Ellipſis eſt nactus, voluminis verticem Philippi Quarti Hiſpaniarum Potentiſsimi Regis, nomine, & maieſtate coronauit. Quò gaudet communi titulo, hæc opella, eò præclariſsimis Viris ſe nouit fore ſacrandam. Excipiatis hęc vota, ideo à Vobis omnibus numeris maximis, cum exigua ſint, & penè minima, tuenda. Cæterum ſi Palladis ortum ditauit irriguè pluens aurum, Vos paritèr Sapientiſsimæ Vrbis Præſides, quiq; ideò Mineruæ munus impletis, Aſtra ditent, ac proſperè tribuant ad gloriam ſeneſcere. Valete.

LE-

LECTORI BENEVOLO.

ELapſo Menſe Iulij exierunt è Typographi manibus quatuor noſtri libri circa Infinitas Parabolas verſantes. Subiectum equidem vetus, quum de ipſo Caualerius antè annum 1640, in problemate vltimo centuriæ ſuorum problematum; & anno 1647. in exercitationibus geometricis; pertractauerit. Sed circa illud, non modica vel totaliter ab ipſo intacta, vel proprijs medijs oſtenſa, & roborata, manifeſtauimus. Verum dum tertius illorum ſub prælo eſſet, ſuccurrit modus centra grauitatis hyperbolæ, eiuſque partium indagandi, ſuppoſita tamen ipſarum quadratura. Aſt tunc noſtra intererat opus de infinitis parabolis quam primum abſoluere; quapropter & in epiſtola ad lectorem, & in calce quarti libri polliciti ſumus, & argumentum illud, & tractatum de infinitis ſpiralibus, ſequenti anno, explicare. Incępimus conſcribere propoſitiones ad centrum grauitatis hyperbolæ attinentes; quando tot nouæ cognitiones geometri-

cæ

cæ occurrerunt, vt nos coegerint (neſcimus quo fato) ſententiam mutare, impullerintque Miſcellaneum præſens citiſſimè edere, opuſculum de infinitis ſpiralibus ad aliud tempus reſeruantes. Etenim neſcimus an hoc primum futurum ſit illorum, quæ forſan elaboraturi ſumus. Modò namque phantaſiam occupat argumentum quodam leuiter ab eximio Torricellio tactum; circa quod, doctrinas tùm in Miſcellaneo præſenti, tùm in opere de infinitis parabolis expoſitas, inſequentes, arbitramur nobis licitum fore futurum explicare quamplurima noua, tam circa menſuram, quam circa centra grauitatis infinitorum ſolidorum, infinitiſque modis variatorum. Accipe ergo, benignè Lector, in præſentiarum Miſcellaneum hocce, in quo quas principaliter enucleauimus doctrinas, habes in eius fronte. Porrò cupimus admoneri, nos in ipſo aliqua indiuiſibilium methodo dumtaxat confirmaſſe. Namque illa omittendo, putabamus, non modicè ingenium tuum labefactare. Haud enim indiuiſibilium methodo roboratis aſſentiri, leuiterque circa regalem illum arguendi modum hæſitare, aliud proculdubio non indicat, quam eius vim, & energiam intimè, ac medulitùs minimè percipi. Perlege ergo ſequentia ſi tibi placet, & Vale.

Noi

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo oſſeruato per fede del Padre Inquiſitore non eſſerui, nel Libro di Materie Matematiche del Pad. F. Steffano Angeli dell' Ordine de Geſuati, coſa contraria alla Santa Fede, e parimente per atteſtato del Segretario noſtro niente contro Prencipi, è buoni coſtumi, permettemo, che poſſi eſſere ſtampato, douendo oſſeruarſi gl'Ordini, & eſſerne preſentate due Copie, vna per la Libraria di Padoa, e l'altra di queſta Città &c.

Dat. dal Magiſtr. noſtro li 8. Ottobre 1659.

Nicolò Sagredo Cau. Proc. Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.

MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, PARABOLICVMQVE.

FÆCVNDITAS trium propoſitionum initio tertij libri eorum, quos de infinitis conſcripſimus parabolis, explicatarum, luculenter ex pronunciatis ijſdem in libris fuit omnibus patefacta. Hæc autem eluceſcet magis, magiſque perluſtrantibus in præſenti libro à nobis aperienda. Centra grauitatis circuli, & Ellipſis, aliquarumque ipſorum partium ad noſtra tempora vſque incognita fuere. Noſtro dumtaxat ſeculo Ioannes della Failla, Guldinus, alijque hæc detexere. Hæc & nos manifeſtauimus in 3. & 4. præcitatis libris, at methodo ab omnibus diuerſa. Aſt hæc centra inquirerentur fruſtra niſi circuli quadratura ſupponeretur. Semidiameter etenim ad interceptam inter centrum circuli, & centrum grauitatis ſectoris eiuſdem eam dicitur habere rationem, quæ inter partem circumferentiæ, rectamque

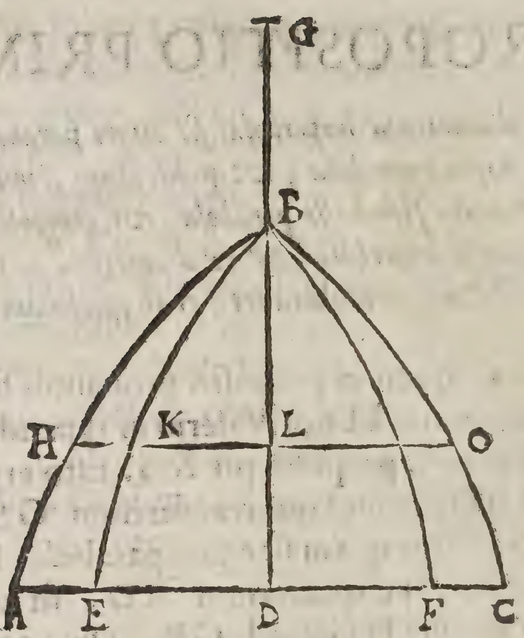
lineam cadit. Ratio verò inter rectum, & curuum exprimenda, ſemota circuli quadratura, habetur nè forſitan? Nequaquam. Igitur prædicta centra minimè reperirentur, niſi circuli quadratura ſupponeretur. Tres in geometria extant inſignes figuræ, quarum deſideratur quadratura, Circulus, Ellipſis, ac Hyperbola. Circuli & Ellipſis, ac eorum partium (ſuppoſita talium figurarum quadratura) centra grauitatis reperta fuere; cur non etiam ipſius hyperbolæ? Centrum grauitatis hyperbolæ ſub ſilentio relinquere quotquot de centro grauitatis figurarum ſcripſere. Saltem neſcimus aliquem de ipſo verba feciſſe. Imò Guldinus lib. pri. centrobarycæ in calce pag. 9. liberè pronunciat. *Deeſt hoc loco hyperbolæ, eiuſque partium centri grauitatis inueſtigatio*. Curabimus ergo nos, hoc centrum, ſeù potius hæc centra, manifeſtare, at non niſi hyperbolæ ſuppoſita quadratura; in primiſque oſtendemus in qua linea diametro parallela ſit centrum grauitatis ſemihyperbolæ. Aſt quoniam hoc inquirimus media ratione, quam habet cylindrus conoidi hyperbolico circumſcriptus, ad ipſum conoides; licet hanc nos docuerit Archimedes lib. de conoid. & ſphæroid. propoſit. 27. attamen & nos prius hanc aſſignabimus pluribus modis, interſeque diuerſis, ac nunquam excogitatis; & hoc eò libentius, quia data occaſione, aliqua noua geometrica exponemus. Sit ergo.

PRO-

PROPOSITIO PRIMA.

Si circa diametrum hyperbolæ ſit etiam parabola ita diuidens baſim hyperbolæ, vt quadratum ſemibaſis, ſit ad quadratum ſemibaſis parabolæ, vt compoſita ex latere tranſuerſo hyperbolæ, & ex diametro, ad tranſuerſum latus. Tota parabola cadet intra hyperbolam.

TRes ſequentes propoſit. probantur ferè iiſdem terminis à Luca Valerio in append. ad lib. 3. de cent. grauit. propoſit. pri. & 2. Eſto ergo hyperbola ABC, cuius latus tranſuerſum GB, diameter BD, circa quam ſit etiam parabola EBF, ſic ſecans AC, vt quadratum AD, ſit ad quadratum DE, vt DG, ad GB. Dico totam parabolam EBF, cadere intra hyperbolam. Accipiatur arbitrariè punctum L, per quod ducatur ordinatim applicata HKL. Quoniam ex propoſit. 21. prim. conic. quadratum HL, eſt ad quadratum AD, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GDB; & ex hypotheſi, eſt quadratum AD, ad quadratum DE, vt DG, ad GB; nempe ſumpta communi altitudine DB, vt rectangulum GDB, ad rectangulum GBD. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum ED, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GBD. Rurſum; quoniam in parabola eſt ex propoſit. 20. lib. cit. quadratum ED, ad quadratum KL, vt DB,

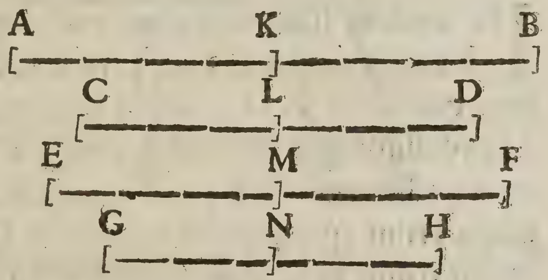


ad BL, nempe ſumpta communi altitudine GB, vt rectangulum DBG, ad rectangulum LBG. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum KL, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GBL. At rectangulum GLB, maius eſt rectangulo GBL. Ergo etiam quadratum HL, maius erit quadrato KL. Sed punctum L, ſumptum eſt arbitrariè. Ergo omnes lineæ ordinatim applicatæ in parabola erunt minores ſingulis ordinatim applicatis in hyperbola. Quare patet propoſitum.

PRO-

PROPOSITIO II.

Si quatuor magnitudinum ſit prima, ad ſecundam, vt tertia, ad quartam; ſitque ablata pars primæ ad ablatam partem ſecundæ, vt ablata pars tertiæ ad ablatam partem quartæ; et ſint partes primæ proportionales partibus ſecundæ. Erit reliqua pars primæ ad reliquam partem ſecundæ, vt reliqua pars tertiæ ad reliquam partem quartæ.



SIT vt prima AB, ad ſecundam CD, ſic tertia EF, ad quartam GH; ſitque kB, ad LD, vt MF, ad NH: pariter ſit vt Ak, ad kB, ſic EM, ad MF. Dico etiam AK, eſſe ad CL, vt EM, ad GN. Quoniam ex hypotheſi componendo, eſt AB, ad Bk, vt EF, ad FM; & vt kB, ad LD, ſic MF, ad NH; ergo ex æquali, vt AB, ad LD, ſic EF, ad NH. At pariter eſt vt AB, ad totam CD, ſic EF, ad totam GH. Ergo & AB, erit ad reliquam CL, vt EF, ad reliquam GN. Rurſum, quoniam conuertendo, eſt BK, ad kA, vt FM, ad ME. Ergo componendo, & conuertendo, erit Ak, ad AB, vt EM, ad EF. Erat autem vt AB, ad CL, ſic EF, ad

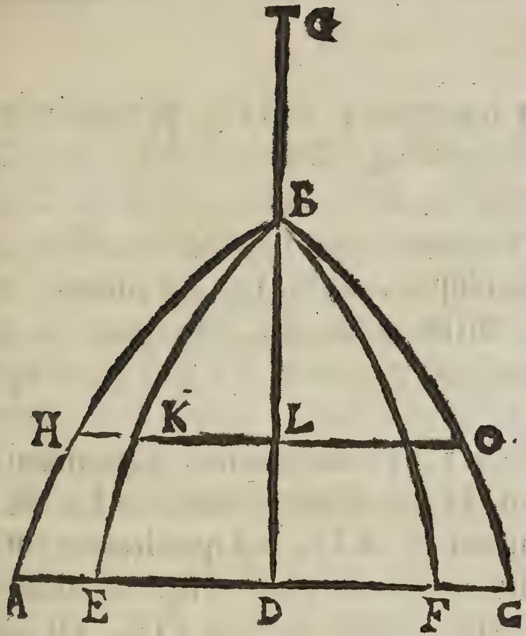
GN.

GN. Ergo ex æquali, erit Ak, ad CL, vt EM, ad GN. Quod &c.

PROPOSITIO III.

Factis iiſdem quæ in prima propoſit. exceſſus quadratorum ordinatim applicatarum in hyperbola ſupra quadrata ordinatim applicatarum in parabola, erunt ad inuicem, vt quadrata partium diametri interceptarum inter ipſas, & verticem figurarum.

IN eodem ſchemate, ſint ordinatim applicatæ ad diametrum AEDC, HKLO. Dico exceſſum quadrati AD, ſupra quadratum ED, eſſe ad exceſſum quadrati HL, ſupra quadratum kL, vt quadratum DB, ad quadratum BL. Quoniam enim quadratum totum AD, eſt ad totum quadratum HL, vt totum rectangulum GDB, ad totum rectangulum GLB: & ablatum quadratum ED, probatum eſt eſſe ad ablatum quadratum KL, vt ablatum rectangulum DBG, ad ablatum rectangulum LBG: eſtque ablatum quadratum DE, ad reliquum rectangulum AEC, vt ablatum quadratum Lk, ad ablatum rectangulum HkO (quia cum ex hypotheſi, ſit quadratum AD, ad quadratum DE, vt DG, ad GB; nempe vt rectangulum GDB, ad rectangulum GBD; erit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE, ad rectangulum AEC, vt rectangulum



lum GBD, ad quadratum BD). Ergo ex propoſit. anteced. erit & vt reliquum rectangulum AEC, ad reliquum rectangulum HkO, vt reliquum quadratum DB, ad reliquum quadratum BL. Quod &c.

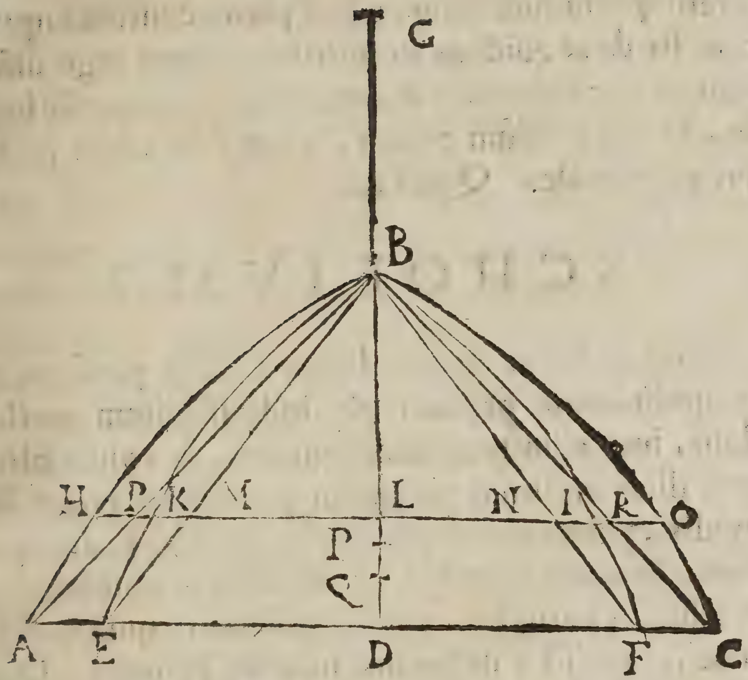
PROPOSITIO IV.

Si ex figuris antecedentium propoſitionum intelligantur generari conoidea, in quibus inſcribentur coni ſuper iiſdem baſibus, & circa eandem diametrum. Differentia conoideorum tam ſecundum totum, quam ſecundum

partes

partes proportionales, erit æqualis differentiæ conorum.

SEd ex hyperbola ABC, & parabola EBF, intelligantur genita conoidea, in quibus ſint inſcripti pariter coni ABC, EBF. Dico differentiam conoideorum, nempe exceſſum conoidis hyperbolici ſupra conoides parabolicum, æqualem fore differentiæ conorum. Sumatur in diametro BD, arbitrariè punctum L, per quod agatur planum HO, plano AC, parallelum, ſecans omnia dicta ſolida, vt in ſchemate. Quoniam enim vt quadratum DB, ad quadratum BL, ſic eſt tam quadratum totius AD, ad quadratum totius PL, quam ablatum quadratum ED, ad ablatum quadratum ML: & quadratum DE, eſt ad rectangulum AEC, vt quadratum LM, ad rectangulum PMR (quia proportiones horum quadratorum ad hæc rectangula componuntur ex ijſdem proportionibus, vt facile quilibet modicè in geometria expertus poteſt agnoſcere). Ergo ex propoſ. 2. erit vt quadratum DB, ad quadratum BL, ſic rectangulum AEC, ad rectangulum PMR. Sed etiam ex propoſit. antec. eſt vt quadratum DB, ad quadratum BL, ſic rectangulum AEC, ad rectangulum HkO. Ergo vt rectangulum AEC, ad rectangulum PMR, ſic idem rectangulum AEC, ad rectangulum HkO. Ergo rectangulum PMR, erit æquale rectangulo HkO. Quare etiam armilla circu-



circularis PMR, erit æqualis armillæ circulari HkO. Cum verò punctum L, ſumptum ſit arbitrariè, ſequitur omnes armillas differentiæ conorum, æquales eſſe omnibus armillis differentiæ conoideorum. Ergo & differentia conorum erit æqualis differentiæ conoideorum.

Sicuti autem probatum eſt totas illas differentias æquales eſſe, ſic probari poteſt quaslibet ipſarum partes proportionales item fore æquales. v. g. ſi intelligatur ductum planum HO, probari poteſt eodem modo, partem differentiæ conoideorum con-

tentam inter plana HO, AC, æqualem eſſe parti differentię conorum inter eadem plana contentæ; quod cum ſit de sè euidens, omittitur. Patet ergo differentias conoideorum & conorum, æquales eſſe inter ſe, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quod &c.

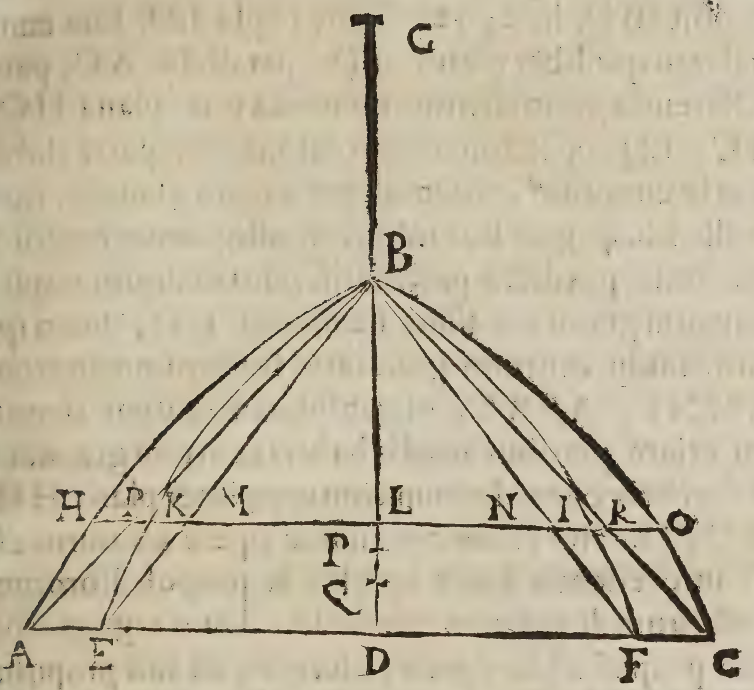
SCHOLIVM I.

Non turbetur autem lector videns præſentem propoſitionem probari per indiuiſibilium methodum, imo admiretur excellentiam, & vniuerſalitatem illius methodi veritatem prodientis etiam illis modis, quibus nequit manifeſtari methodo antiquorum. Nam in ſuperiori conſtructione neſcimus an methodus antiquorum poſſit adhiberi; quia in differentijs prædictis nequeunt inſcribi cylindri. Quid ergo? Concluſio demonſtrata falſa erit, quia per indiuiſibilia fuit roborata? Nequaquam. Nam etiam eadem concluſio probari poteſt methodo antiquorum, ſed alia præparatione adhibita, vt patebit ſuo loco.

SCHOLIVM II.

Sed antequam nos expediamus à præſenti propoſitione, opere pretium ducimus manifeſtare eas notitias, quas ex ipſa, & ex dictis in noſtro lib. 4. de infinitis parabolis poſſumus eruere. Cum enim ex-

ceſſus



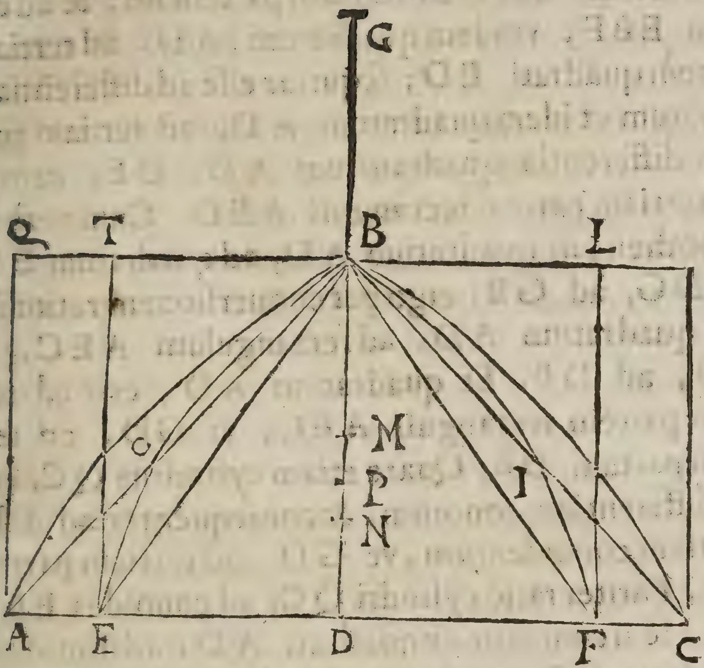
ceſſus ſæpe dicti ſint æquales inter ſe tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales, ſequitur conſequenter iuxta doctrinam præcit. 4. lib. eſſe quantitates proportionaliter analogas tam ſecundum magnitudinem, quam ſecundum grauitatem. Quare ex propoſit. 13. eiuſdem libri, centra grauitatis horum exceſſuum ſecabunt BD, eodem pacto. Cum ergo centrum grauitatis differentiæ conorum, quod ſit v. g. L, ſic ſecet BD, vt BL, ſit tripla LD (nam idem eſt centrum grauitatis exceſſus prædicti, & conorum ABC, EBF). Ergo

etiam centrum grauitatis differẽtiæ conoideorum ſic ſecabit B D, in L, vt BL, ſit tripla LD. Imo cum traiecto quolibet plano H O, parallelo A C, pars differentiæ conoideorum contenta inter plana H O, A C, ſit proportionaliter analoga cum parte differentiæ conorum contenta inter eadem plana; & cum in illo lib. 4. pluribus modis ſit aſſignatum centrum grauitatis prædictæ partis differentiæ conorum, quia centrum grauitatis illius ſic diuidit L D, ſicuti ipſam diuidit centrum grauitatis fruſtorum conorum EMNF, APRC, vt conſideranti patebit: ſequitur etiam pluribus modis haberi centrum grauitatis differentiæ conoideorum contentæ inter plana H O, A C. Notetur etiam nos in hoc opere citaturos eſſe antecedentia huius operis, & propoſ. librorum noſtrorum de infinitis parabolis. Dum ergo citabimus propoſ. huius operis, dicemus, ex tali propoſit. vel ex ſchol. talis propoſit. Dum vero citabimus libros de infinitis parabolis, dicemus ex prop. tali libri talis. v.g. ex propoſ. 4. lib. 3. intelligendo ſemper noſtri operis.

PROPOSITIO V.

Cylindrus circumſcriptus conoidi hyperbolico eſt ad ipſum, vt compoſita ex axi, ſeù diametro, & ex latere tranſuerſo conoidis, ad dimidium lateris tranſuerſi, vna cum tertia parte axis, ſeù diametri.

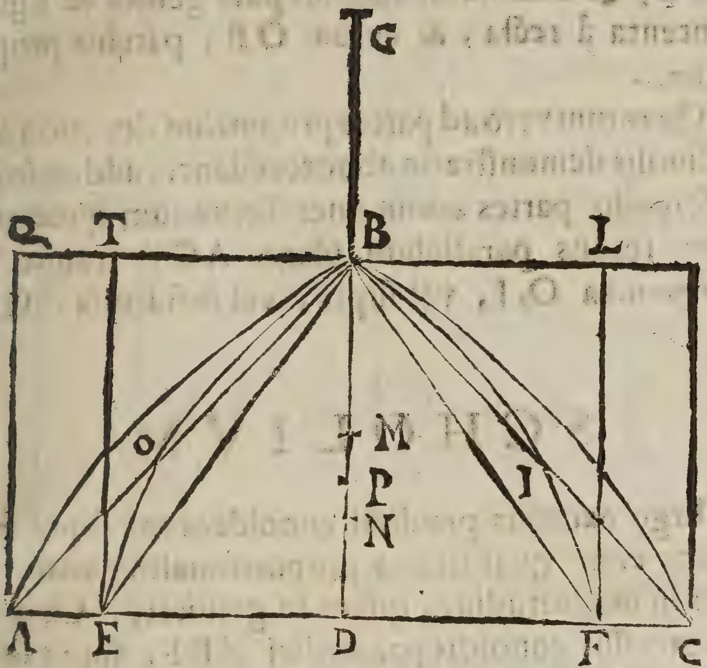
Intel-



INtelligantur omnia ſolida antecedentis propoſit. & ipſis conoidibus ſint circumſcripti cylindri QC, TF. Quoniam conoides hyperbolicum conſtat ex differentia conoideorum, & ex conoide parabolico; & differentia conoideorum eſt æqualis differentiæ conorum; ergo ratio cylindri QC, ad conoides ABC, erit eadem cum ratione eiuſdem cylindri ad differentiam conorum, & ad conoides parabolicum EBF. At ratio cylindri QC, ad differentiam conorum eſt eadem cum ratione quadrati AD, ad tertiam partem rectanguli AEC, vt conſideranti patebit; quia cum ſit ad conum ABC, vt qua-

quadratum A D, ad tertiam partem ſui; & ad conum EBF, vt idem quadratum A D, ad tertiam partem quadrati E D; ſequitur eſſe ad differentiam conorum vt idem quadratum A D, ad tertiam partem differentiæ quadratorum A D, D E; nempe ad tertiam partem rectanguli A E C. Cum verò ex hypotheſi, ſit quadratum A D, ad quadratum E D, vt D G, ad G B; ergo per conuerſionem rationis, erit quadratum A D, ad rectangulum A E C, vt G D, ad D B. Et quadratum A D, erit ad tertiam partem rectanguli A E C, vt G D, ad tertiam partem D B. Quare etiam cylindrus Q C, erit ad differentiam conorum, & conſequenter ad differentiam conoideorum, vt G D, ad tertiam partem D B. Pariter ratio cylindri Q C, ad conoides E B F, eſt eadem cum ratione quadrati A D, ad dimidium quadrati E D. Quia cum ſit ad cylindrum T F, vt quadratum A D, ad quadratum E D; & cum conoides E B F, ſit dimidium cylindri T F, vt ſæpe probatum eſt in noſtris lib. de infinit. parab. Ergo cylindrus Q C, erit ad conoides E B F, vt quadratum A D, ad dimidium quadrati E D; nempe ex hypotheſi, vt D G, ad dimidiam G B. Ergo colligendo conſequentias, erit cylindrus Q C, ad conoides, & ad differentiam conoideorum, nempe ad conoides hyperbolicum A B C, vt G D, ad dimidiam G B, cum tertia parte B D. Quod erat oſtendendum.

PRO-



PROPOSITIO VI.

In ſolidis ſæpe dictis, exceſſus conoidis hyperbolici ſupra conum ſibi inſcriptum eſt æqualis exceſſui conoidis parabolici illi inſcripti ſupra conum illi inſcriptum, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

QVantum ad totos exceſſus ſic patebit. Cum enim ex propoſit. 4. exceſſus conoideorum ſit æqualis exceſſui conorum, ſi communis auferatur illa pars, quæ generatur ex reuolutione trilinei mixti AOE,

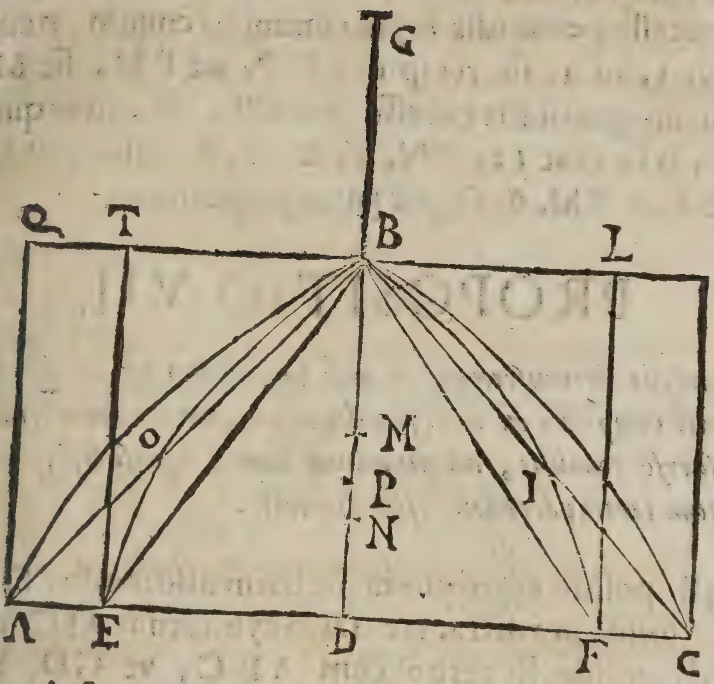
AOE, & communis addatur pars genita ex figura contenta à recta, & curua OB, patebit propoſitum.

Quantum verò ad partes proportionales, non erit diſſimilis demonſtratio ab antecedenti, addendo, & auferendo partes communes ſecundum quod planum ſecans parallelum plano AC, tranſit vel per puncta O, I, vel ſuprà, vel infrà ipſa. Quare &c.

SCHOLIVM.

Ergo exceſſus prædicti conoideorum ſupra ſuos conos erunt quantitates proportionaliter analogæ, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum ergo exceſſus conoidis parabolici EBF, ſupra ſuum conum ſit dimidium talis coni, quia conoides eſt ſeſquialterum coni. Ergo etiam exceſſus conoidis hyperbolici ABC, ſupra ſuum conum erit dimidium coni inſcripti in conoide EBF. Quare cylindrus QC, qui eſt ad conum inſcriptum in conoide parabolico, vt quadratum AD, ad tertiam partem quadrati ED, erit ad exceſſum conoidis ABC, ſupra conum ABC, vt idem quadratum AD, ad ſextam partem quadrati DE. Quod notetur.

Item, quoniam exceſſus prædicti ſunt magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate. Ergo idem punctum in BD, erit centrum grauitatis cuiuslibet talium exceſſuum. Cum ergo punctum medium



dium ipſius B D, ſit centrum grauitatis exceſſus conoidis parabolici E B F, ſupra conum E B F; ſequitur etiam centrum grauitatis exceſſus conoidis A B C, ſupra ſuum conum eſſe in medio ipſius B D.

Quod vero centrum grauitatis exceſſus conoidis parabolici E B F, ſupra ſuum conum ſit medium punctum ipſius B D, patet. Quia P, centrum grauitatis conoidis diuidit B D, vt B P, ſit ad P D, vt 2, ad 1, ſeù vt 8. ad 4. N, verò centrum grauitatis coni diuidit B D, ſic, vt B N, ſit ad N D, vt 3. ad 1. ſeù vt 9. ad 3. Ergo qualium

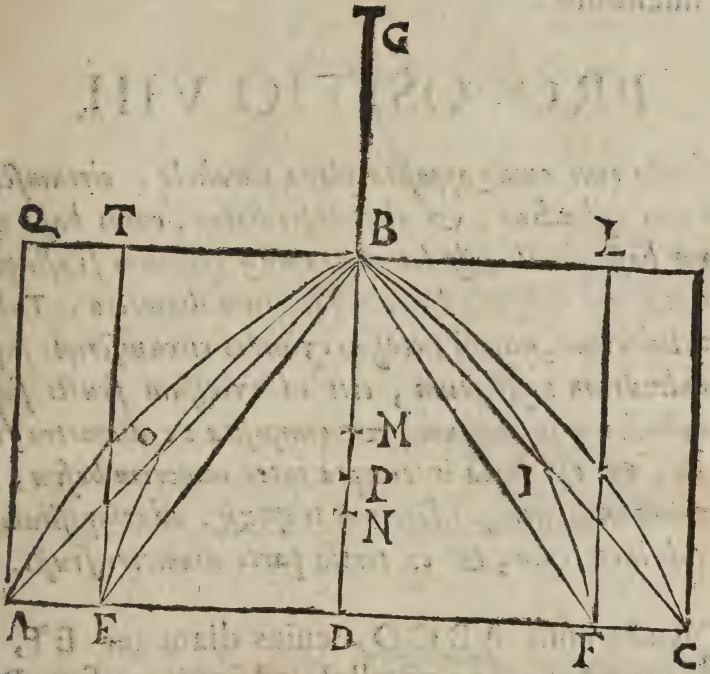
BD, eſt 12, talium PN, erit 1. Cum verò ſi fiat vt exceſſus conoidis ſupra conum ad conum, nempe vt 1, ad 2, ſic reciprocè NP, ad PM, ſit M, centrum grauitatis exceſſus prædicti. Sequitur qualium BD, erat 12, PN, 1, & BP, 8, talium PM, eſſe 2, & BM, 6. Quare patet propoſitum.

PROPOSITIO VII.

Cylindrus circumſcriptus conoidi hyperbolico eſt ad ipſum, vt compoſita ex axi, ſeù diametro, & ex latere tranſuerſo conoidis, ad dimidium lateris tranſuerſi, vna cum tertia parte axis, ſeù diametri.

PRopoſitio ergo quinta probatur alio modo. Sint ſolida prædicta, &c. Dico cylindrum QC, eſſe ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB. Cum enim conoides ABC, diuidatur in conum ABC, & in exceſſum ipſius ſupra ipſum; ſequitur QC, cylindrum eſſe ad conoides ABC, vt eſt etiam ad conum ABC, & ad exceſſum conoidis ſupra conum. Cylindrus QC, eſt ad conum ABC, vt quadratum AD, ad ſui tertiam partem: & ex ſchol. ant. eſt ad exceſſum conoidis ABC, ſupra ſuum conum vt quadratum AD, ad ſextam partem quadrati DE. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit QC, ad conum, & ad exceſſum, nempe ad conoides ABC, vt quadratum AD, ad ſui tertiam partem,

vna



vna cum ſexta parte quadrati ED. Cum autem ex hypotheſi, ſit vt quadratum AD, ad quadratum DE, ſic DG, ad GB; erit & vt quadratum AD, ad ſui tertiam partem, cum ſexta parte quadrati ED, ſic GD, ad ſui tertiam partem cum ſexta parte GB. Ergo etiam cylindrus QC, erit ad conoides ABC, vt DG, ad ſui tertiam partem (nempe ad tertiam partem ipſarum GB, BD) vna cum ſexta parte GB. At tertia pars GB, vna cum ſexta parte eiuſdem facit dimidiam GB. Ergo QC, erit ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad

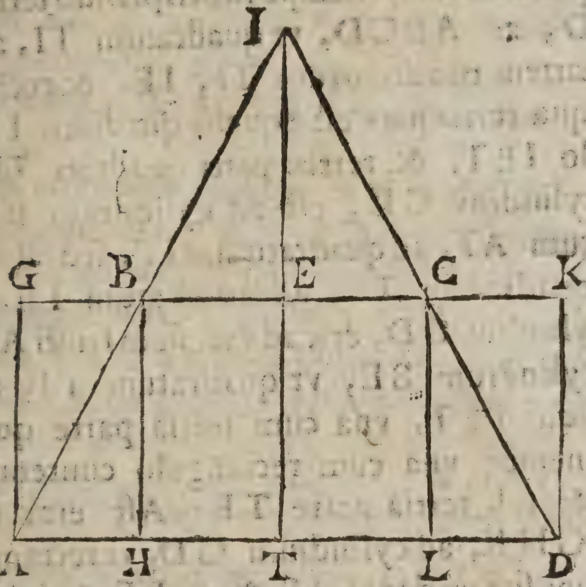
dimidiam GB, cum tertia parte BD. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO VIII.

Si fruſto coni cuius oppoſita plana parallela, circumſcribatur cylindrus, & alter inſcribatur, cuius baſis minor baſis fruſti, & latera trapezij genitoris fruſti producantur vſque ad concurſum cum diametro. Tubus cylindricus, qui eſt exceſſus cylindri circumſcripti ſupra cylindrum inſcriptum, erit ad exceſſum fruſti ſupra cylindrum inſcriptum, vt compoſita ex diametro fruſti, & ex dupla intercepta inter minorem baſim, & punctum concurſus laterum trapezij, ad compoſitam ex tali intercepta, & ex tertia parte diametri fruſti.

FRuſto coni ABCD, cuius diameter ET, & oppoſita plana parallela ad inuicem ſint BC, AD, circumſcribatur cylindrus GD, & inſcribatur HC; & latera AB, DC, producantur vſque dum occurrant TE, productæ in I. Dico tubum cylindricum GHCD, eſſe ad exceſſum fruſti ABCD, ſupra cylindrum BL, nempe ad ſolidum genitum ex triangulo ABH, reuoluto circa ET, vt compoſita ex TE, & ex dupla IE, ad IE, vna cum tertia parte TE. Cum enim cylindrus GD, ſit ad cylindrum BL, vt quadratum AT, ad quadratum TH, ſeu BE; nempe vt quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo & per conuerſione rationis,

nis,



nis, erit GD, ad tubum GHCD, vt quadratum IT, ad exceſſum ipſius ſupra quadratum IE; nempe ad duplum rectangulum IET, cum quadrato TE; nempe ad rectangulum ſub compoſita ex dupla IE, & ET, & ſub ET. Quare & conuertendo, erit tubus GHK, ad GD, vt prædictum rectangulum ad quadratum IT. Cylindrus GD, eſt ex dictis in ſchol. 2. propoſit. 15. lib. 2. ad fruſtum ABCD, vt tripla TI, ad TI, IE, & harum tertiam minorem proportionalem; nempe ducendo has in IT, vt triplum quadratum IT, ad quadratum IT, rectangulum TIE, & rectangulum ſub TI, &

ſub

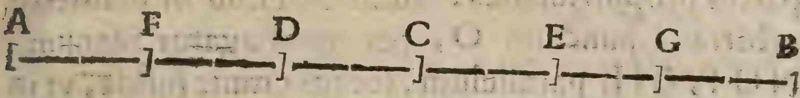
ſub tertia proportionali (quod rectangulum eſt æquale quadrato IE): nempe ſubtriplando terminos, eſt GD, ad ABCD, vt quadratum TI, ad tertiam partem quadratorum TI, IE, & rectanguli TIE, quæ tertia pars eſt æqualis quadrato IE, rectangulo IET, & tertiæ parti quadrati TE. At idem cylindrus GD, eſt ad cylindrum BL, vt quadratum AT, ad quadratum HT, ſeù BE; hoc eſt vt quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo idem cylindrus GD, erit ad exceſſum fruſti ABCD, ſupra cylindrum BL, vt quadratum TI, ad rectangulum IET, vna cum tertia parte quadrati TE; nempe vna cum rectangulo contento ſub TE, & ſub tertia parte TE. Aſt erat ſupra tubus GHK, ad cylindrum GD, vt rectangulum ſub compoſita ex dupla IE, & ex ET, & ſub TE, ad quadratum IT. Ergo ex æquali, erit tubus GHk, ad exceſſum fruſti ABCD, ſupra cylindrum BL, vt prædictum rectangulum, ad rectangulum IET, vna cum rectangulo ſub TE, & ſub tertia parte ET. Quæ duo rectangula cum ſint idem ac rectangulum ſub compoſita ex IE, & ex tertia parte ET, & ſub TE. Sequitur GHk, eſſe ad exceſſum prædictum, vt rectangulum ſub compoſita ex dupla IE, & ex ET, & ſub ET, ad rectangulum ſub eadem ET, & ſub compoſita ex IE, & ex tertia parte ET; nempe propter commune latus ET, vt compoſita ex dupla IE, & ex ET, ad IE, cum tertia parte ET. Quod erat oſtendendum.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si recta AB, ſit ſecta bifariam in C, & in D, E, æque remotè à C, & pariter in F, G, æque remotè à C; ſitque rectangulum AFB, æquale quadrato DC. Erit etiam rectangulum ADB, æquale quadrato FC.

CVm enim rectangulum AFB, diuidatur in rectangulum ſub AF, in DB, & in rectangulum AFD, nempe in rectangulum ſub FD, in GB. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB, erunt æqualia quadrato DC. Quare addito communi rectangulo FDG. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB;



FDG, erunt æqualia quadrato DC, & rectangulo FDG; nempe quadrato FC. At rectangula FDG, & FD, GB, faciunt rectangulum FDB. Quod cum rectangulo AF, DB, facit rectangulum ADB. Quare etiam rectangulum ADB, erit æquale quadrato FC. Quod &c.

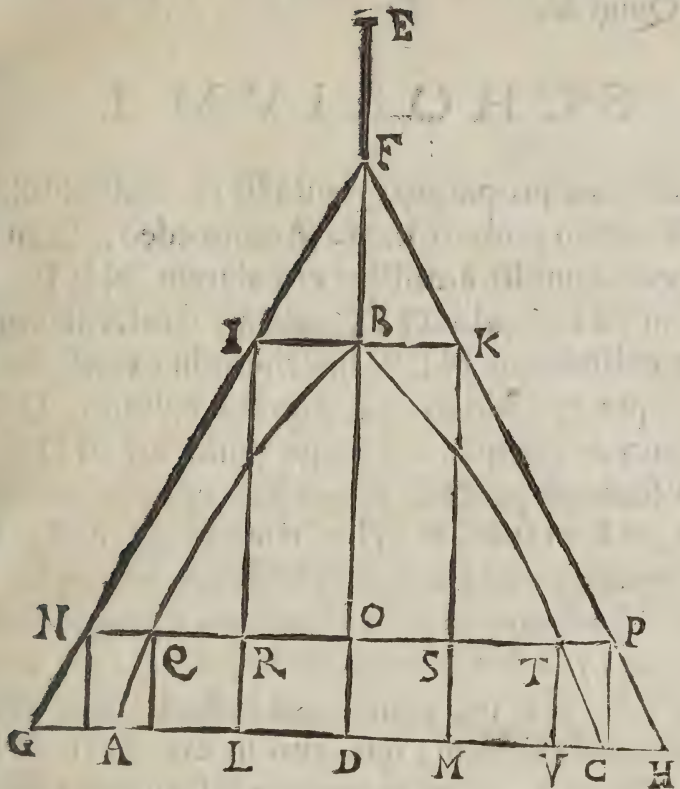
PROPOSITIO X.

Si conoides hyperbolicum includatur intra fruſtum conicum habens oppoſitas baſes parallelas, & latera trapezij genitoris fruſti ſint partes aſymptoton hyperbolæ genitricis

conoi-

conoidis; intraque fruſtum conicum, & ſupra minori baſi ipſius inſcribatur cylindrus. Erit exceſſus fruſti conici ſupra cylindrum ſibi inſcriptum æqualis conoidi hyperbolico, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

COnoides hyperbolicum ABC, cuius diameter DB, latus tranſuerſum EB, centrum F, aſymptoti hyperbolæ genitricis FG, FH, intelligatur incluſum intra fruſtum conicum GIKH, cuius oppoſita plana parallela ſint Ik, GH, & in ipſo ſit inſcriptus cylindrus IM. Dico exceſſum fruſti GIkH, ſupra cylindrum IM, æqualem eſſe conoidi ABC, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Sumatur enim in diametro arbitrariè punctum O, per quod agatur planum NOP, GH, parallelum, ſecans omnia ſolida, vt in ſchemate. Quoniam enim quadratum NO, eſt æquale tam rectangulo NQP, cum quadrato QO, quam rectangulo NRP, cum quadrato RO. Ergo rectangulum NQP, cum quadrato QO, erit æquale rectangulo NRP, cum quadrato RO. At ex 2. conic. propoſit. 10. rectangulum NQP, eſt æquale quadrato IB, ſeù quadrato RO. Ergo reliquum rectangulum NRP, erit æquale quadrato QO. Quare etiam armilla circularis NRP, erit æqualis circulo QT. Punctum autem O, ſumptum eſt arbitrariè; ergo omnes Armillæ genitæ ex reuolutione trianguli GIL, circa BD, erunt æquales omni-



omnibus circulis conoidis ABC, AC, parallelis. Ergo & ſolidum genitum ex triangulo, nempe exceſſus fruſti GIKH, ſupra cylindrum IM, erit æqualis ipſi conoidi ABC. Quod verò oſtenſum eſt de totis iſtis ſolidis, probaretur etiam de partibus proportionalibus; quia eodem modo probaretur v. g. partem exceſſus contentam inter plana NP, GH, æqualem eſſe fruſto hyperbolico AQTC. Quare patet prædicta ſolida æqualia eſſe tam ſecun-

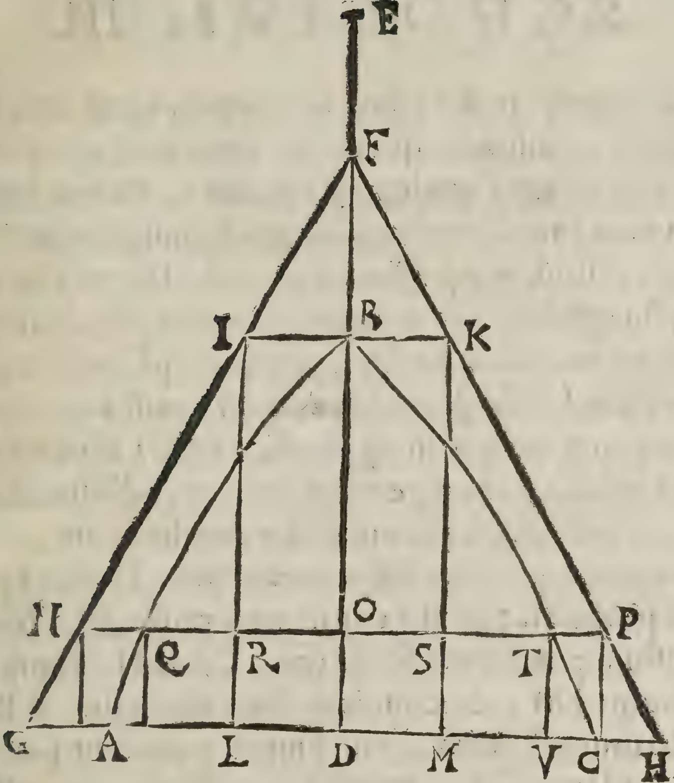
dum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Licet hæc propoſitio oſtenſa ſit per indiuiſibilia, poteſt tamen probari modo Archimedeo. Cum enim probatum ſit armillam circularem N R P, æqualem eſſe circulo Q T, etiam (ſi inſcribantur) tubus cylindricus N L P, inſcriptus in exceſſu fruſti coni ſupra cylindrum, erit æqualis cylindro Q V, inſcripto in conoide. Si ergo diuidatur B D, in quibuſcunque punctis, & per hæc agantur plana vt ſupra, & fiant tubi, & cylindri modo antedicto, facile patebit omnes tubos cylindricos inſcriptos in exceſſu fruſti coni ſupra cylindrum, æquales fore omnibus cylindris in conoide inſcriptis. Quare ſi hæc diuiſio fiat per continuam biſſectionem D B, partiumque eiuſdem; quia tam in exceſſu fruſti ſupra cylindrum, quam in conoide inſcribemus ſolida ab ipſis deficientibus defectu minori quacunque data magnitudine; tandem concludemus exceſſum prædictum, & conoides eſſe magnitudines æquales. Hæc autem viris Euclideis, Archimedeiſque ſunt nimis obuia.

SCHOLIVM II.

Poteſt ergo conſequenter ad ſuperius ſæpe dicta, deduci



deduci ex his, exceſſum prædictum, & conoides hyperbolicum, eſſe quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Vnde ſi aliquo pacto inuenietur centrum grauitatis, vel totius exceſſus prædicti, vel partis eius in B D; idem erit centrum grauitatis conoidis hyperbolici A B C, vel ſegmenti eiuſdem, &c. Idem intelligatur è contra.

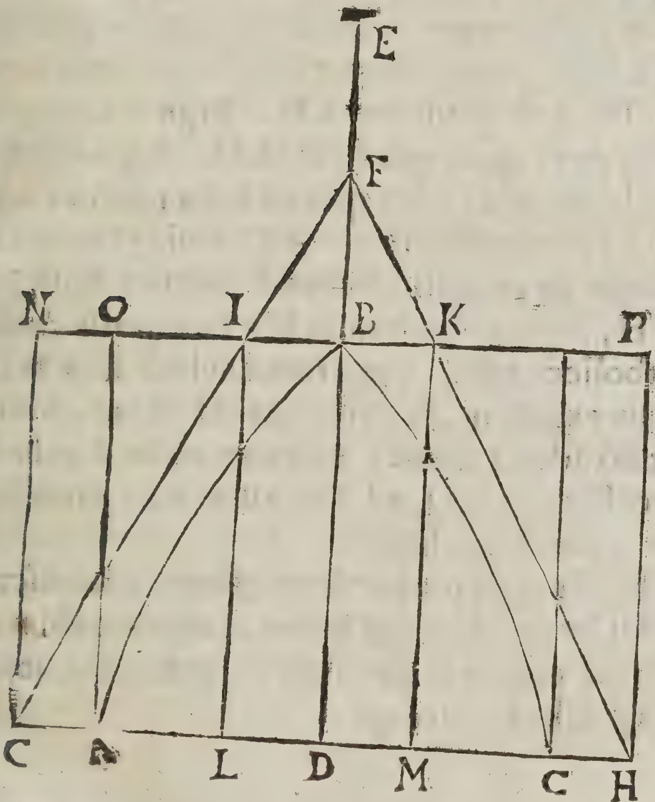
SCHOLIVM III.

Galileus in poſtremis dialogis pag. apud nos, 28, oſtendit paradoxum quodam; nimirum, circuli circumferentiam æqualem eſſe puncto. Vt hoc oſtendat vtitur exceſſu cylindri ſupra hemiſphærium, & cono, vt ibidem poteſt conſpici. Sed ſicuti vſus fuit exceſſu cylindri ſupra hemiſphærium, ſic etiam poterat vti exceſſu cylindri ſupra hemiſphæroides; eadem enim fuiſſet demonſtratio. Paradoxum Galilei oſtendimus & nos in appendice noſtri libelli ſexaginta problematum geometricorum, adhibendo exceſſum cylindri ſupra conoides parabolicum, & ipſum conoides. Hoc idem paradoxum facile ex præſenti propoſit. patebit confirmari poſſe, adhibendo exceſſum prædictum fruſti coni GIKH, ſupra cylindrum IM, & conoides hyperbolicum ABC. Probatum eſt enim, vbicunque traiciatur planum NP, plano GH, parallelum, ſemper armillam NRP, æqualem eſſe circulo QT; ſicuti quamlibet partem exceſſus æqualem eſſe proportionali parti conoidis. Cum ergo exceſſus prædictus deſinat in circumferentia circuli cuius diameter Ik, ſicuti conoides deſinat in puncto B; videtur ergo colligi circumferentiam æqualem eſſe vertici B.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Cylindrus circumſcriptus conoidi hyperbolico eſt ad ipſum, ut compoſita ex axi, ſeù diametro, & ex latere tranſuerſo conoidis, ad dimidium lateris tranſuerſi, una cum tertia parte axis, ſeù diametri.



CONoidi hyperbolico ABC, cuius diameter DB, latus tranſuerſum EB, ſit circumſcri-

ptus

ptus cylindrus O C. Dico hunc eſſe ad illud vt ED, ad dimidiam EB, cum tertia parte BD. Sit F, centrum hyperbolæ genitricis, & FG, FH, ſint eius aſymptoti, & per B, ſit ducta IB, parallela GD; intelligamuſque ex reuolutione trapezij GIBD, circa BD, genitum eſſe fruſtum conicum GIKH, cui ſit circumſcriptus cylindrus NH, & inſcriptus IM. Quoniam linea GH, diuiſa eſt ſecundum conditiones propoſit. 9. nam ex propoſit. 10. 2. conic. rectangulum GAH, eſt æquale quadrato IB, ſeù quadrato LD. Ergo rectangulum GLH, erit æquale quadrato AD. Ergo etiam armilla circularis GLH, quæ eſt baſis tubi cylindrici NLP, erit æqualis circulo AC, baſi cylindri OC. Cum ergo ex propoſit. anteced. exceſſus fruſti coni GIkH, ſupra cylindrum IM, ſit æqualis conoidi hyperbolico ABC. Ergo tubus cylindricus NLP, ad illum exceſſum, & cylindrus OC, ad conoides erunt in eadem ratione. At ex propoſit. 8. tubus eſt ad exceſſum vt ED, ad FB, cum tertia parte DB. Quare patet propoſitum.

Oſtenſa ergo proportione cylindri circumſcripti conoidi hyperbolico ad ipſum, facile docebimus in qua linea diametro parallela ſit centrum grauitatis ſemihyperbolæ. Sit ergo.

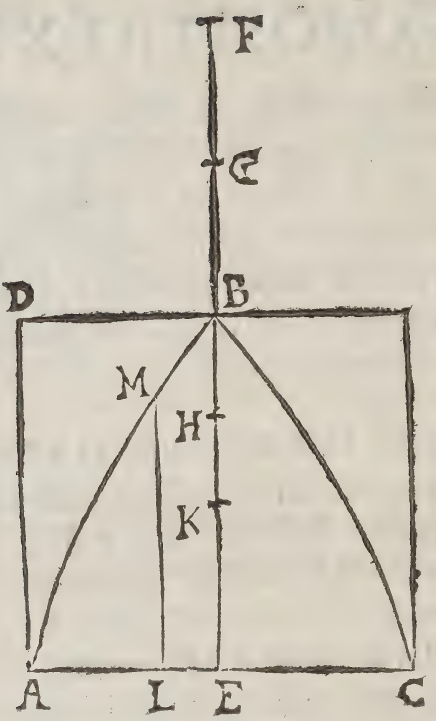
PRO-

PROPOSITIO XII.

Si fiat vt ſemihyperbola ad dimidium parallelogrammi ſibi circumſcripti, ſic compoſita ex ſemilatere tranſuerſo hyperbolæ, & ex tertia parte axis eiuſdem, ad aliam: deinde fiat vt compoſita ex latere tranſuerſo & ex axi, ad inuentam, ſic baſis ſemihyperbolæ ad ſui partem abſcindendam incipiendo ab axi. Centrum grauitatis ſemihyperbolæ erit in linea per punctum ducta axi parallela.

ESto hyperbola ABC, cuius axis BE; centrum G; latus tranſuerſum FB; parallelogrammum ei circumſcriptum ſit DC; ſitque BH, tertia pars BE; & fiat vt ABE, ad dimidium DE, ſic GH, ad Ek; & pariter fiat vt FE, ad Ek, ſic AE, ad EL; ac per L, ducatur LM, parallela BE. Dico in ML, eſſe centrum grauitatis ſemihyperbolæ ABE. Intelligamus DE, cum ſemihyperbola ABE, rotari circa BE. Quoniam ex propoſit. 5. 7. & 11. cylindrus DC, eſt ad conoides ABC, vt FE, ad GH; & ratio FE, ad GH (de foris ſumpta Ek) componitur ex rationibus FE, ad Ek, & huius ad GH. Ergo etiam ratio cylindri ad conoides componetur ex ijſdem rationibus. Sed ex ſchol. 1. propoſit. 3. lib. 3. ratio cylindri ad conoides componitur etiam ex ratione dimidij DE, ad ABE, & ex ratione AE, ad interceptam inter EB, & centrum æquilibrij ABE, ſeù grauitatis duplicatæ ABE,

ad



ad partes AE; & ſupra factum eſt conuertendo, vt dimidium DE, ad ABE, ſic kE, ad GH. Ergo rationes FE, ad Ek, & Ek, ad GH, æquales erunt rationibus Ek, ad GH, & AE, ad prædictam interceptam. Ergo ſi auferatur communis ratio kE, ad GH; FF, ad Ek, erit vt AE, ad illam interceptam. Sed ex conſtructione, vt FE, ad Ek, ſic AE, ad EL. Ergo L, erit centrum æquilibrij ſemihyperbolæ. Et conſequenter in LM, erit centrum grauitatis ſemihyperbolæ. Q od &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

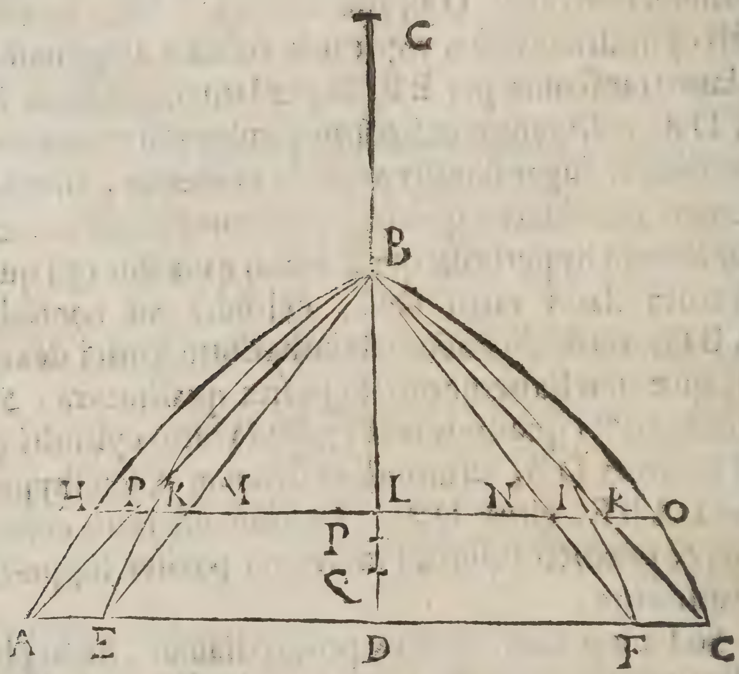
Tria autem, quæ collecta ſunt in quamplurimis propoſitionibus lib.3. colligentur etiam nunc. Nam primò, tam ſuper DE, quam ſupra ABE, intellectis cylindricis rectis æquealtis reſectis diagonaliter plano tranſeunte per EB, & per latus oppoſitum ipſi DA, colligentur cubationes amborum truncorum cylindrici ſuper ſemihyperbola exiſtentis, cum hac tamen diuerſitate; quod cubatio trunci ſiniſtri dabitur ſemota hyperbolæ quadratura; quia ſine tali quadratura datur ratio DC, cylindri ad conoides ABC; ſecùs dicendum de cubatione trunci dexteri, quæ non habetur niſi ſuppoſita quadratura. Secundum eſt (quadratura ſuppoſita) ratio cylindri ex DE, circa DA, ad annulum ſtrictum ex ſemihyperbola ABE, circa DA. Tertium eſt ratio conoidis, & prædicti ſolidi ad inuicem, pariter ſuppoſita quadratura.

Sed antequam vlterius progrediamur, ſicuti pluribus modis patefacta eſt ratio cylindri circumſcripti ad conoides, ſic non erit inutile aſſignare centrum grauitatis conoidis. Sit ergo.

PROPOSITIO XIII.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici ſic diuidit duodecimam partem diametri eiuſdem ordine quartam à baſi, vt

ſi, vt pars propinquior baſi, ſit ad reliquam, vt dimidium lateris tranſuerſi conoidis, ad tertiam partem ſuæ diametri.



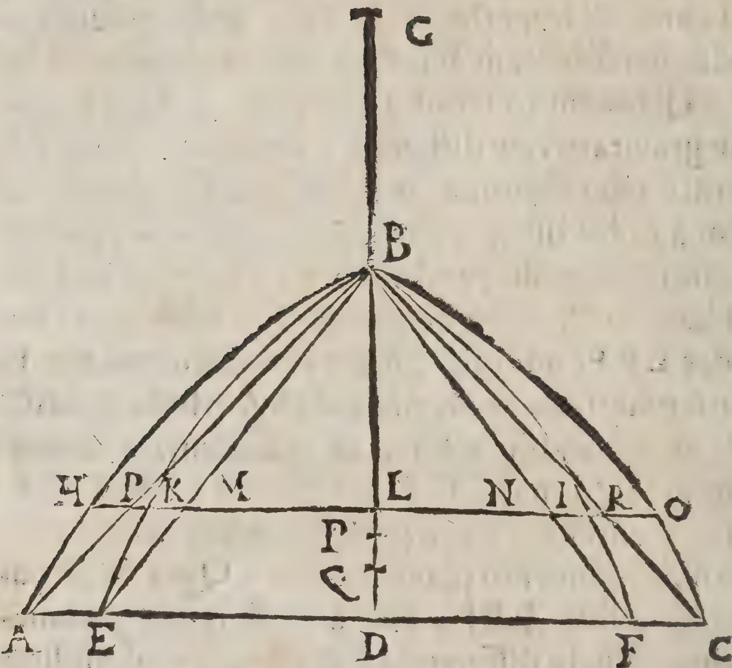
ESto conoides hyperbolicum quodcunque, ABC, cuius axis, ſeù diameter BD, ſic ſecetur in L, vt BL, ſit dupla LD, & ſic in Q, vt BQ, ſit tripla QD. Ergo ſic LQ, erit duodecima pars totius BD, & ordine quarta incipiendo à D. Sit GB, latus tranſuerſum conoidis, & LQ, ſic ſece-

ſecetur in P, vt QP, ſit ad PL, vt dimidia GB, ad tertiam partem BD. Dico P, eſſe centrum grauitatis conoidis hyperbolici ABC. Inſcribantur conoides parabolicum EBF, & coni, vt factum eſt ſupra. Quoniam ex ſchol. 2. propoſit 4. Q, eſt centrum grauitatis tam differentiæ conorum, quam differentiæ conoideorum, & vt oſtenditur à multis, & etiam à nobis lib. 4. propoſit. 14, L, eſt centrum grauitatis conoidis parabolici EBF; ergo ſi LQ, ſic diuidatur in P, vt ſit reciprocè QP, ad PL, vt conoides EBF, ad differentiam conoideorum, erit P, centrũ grauitatis totius conoidis hyperbolici ABC. Sed vt conoides EBF, ad differentiam conoideorum, ſic dimidia GB, ad tertiam partem DB, vt ſtatim patebit. Ergo patet propoſitum.

Aſſumptum vero patet ex dictis. Quia facile patebit conoides EBF, eſſe ad differentiam conoideorum, ſeù ad differentiam conorum, vt dimidium quadrati DE, ad tertiam partem rectanguli AEC. Sed cum ex data hypotheſi, ſit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE, ad rectangulum AEC, vt GB, ad BD. Erit & vt dimidium quadrati DE, ad tertiam partem rectanguli AEC, ſic dimidia GB, ad tertiam partem BD.

SCHOLIVM.

Si quis verò ſcire cupiat, in qua proportione ſecetur tota BD, à centro grauitatis P, hoc tali diſcur-



ſu obtinebit. Quoniam enim conuertendo L P, eſt ad P Q, vt tertia pars B D, ad dimidiam G B; ergo cum B L, ſit octupla L Q, B P, erit ad P Q, vt 9. tertiæ partes B D (nempe vt tripla B D) cum 8. dimidijs G B (nempe cum quadrupla G B) ad dimidiam G B. Pariter cum D Q, ſit tripla Q L; erit P Q, ad P D, vt dimidia G B, ad quadruplam dimidiam G B (nempe ad duplam G B) vna cum tribus tertijs partibus B D (nempe cum B D). Ergo ex æquali, erit B P, ad P D, vt quadrupla G B,

vna

vna cum tripla BD, ad duplam GB, cum BD. Et ſubquadruplando terminos, erit BP, ad PD, vt GB, cum ſubſeſquitertia BD, ad dimidiam GB, cum quarta parte BD.

PROPOSITIO XIV.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici ſic diuidit quartam partem diametri eiuſdem ordine ſecundam à baſi, vt pars propinquior baſi ſit ad reliquam, vt ſexta pars lateris tranſuerſi, ad tertiam partem compoſitæ ex latere tranſuerſo, & ex diametro.

SEd in ſchem. anteced. ſupponat prudens geometra diametrum BD, ſecari bifariam in L, & LD, bifariam in Q; deinde LQ, ſic ſecari in P, vt QP, ſit ad PL, vt ſexta pars GB, ad tertiam partem GD. Dico P, eſſe centrum grauitatis conoidis ABC. Cum enim Q, ſit centrum grauitatis coni ABC, & ex ſchol. propoſit. 6. L, ſit centrum exceſſus conoidis ſupra conum; & cum ſit QP, ad PL, vt ſexta pars GB, ad tertiam partem GD, nempe ex hypotheſi, vt ſexta pars quadrati DF, ad tertiam partem quadrati AD; nempe ex ſchol. cit. vt exceſſus conoidis ſupra conum ad ipſum conum. Ergo ex Archimede in æqueponderantibus, erit P, centrum grauitatis totius conoidis.

SCHO-

SCHOLIVM.

Modus præſens aſſignandi centrum grauitatis conuenit cum antecedenti, vt attentè conſideranti patebit. Eſſet etiam alius modus inueniendi tale centrum grauitatis, inuentò prius centro grauitatis exceſſus fruſti conici ſupra cylindrum ſibi inſcriptum. Ex ſchol. enim 3. propoſit. 10. patet talem exceſſum, & conoides hyperbolicum, eſſe quantitates proportionaliter analogas. Centrum verò grauitatis prædicti exceſſus facile habebitur. Nam ex dictis in lib. 4. totius fruſti coni habetur pluribus modis centrum grauitatis. Sed habetur etiam centrum grauitatis cylindri in fruſto inſcripti; habeturque ratio talis cylindri ad exceſſum fruſti ſupra ipſum. Quare centrum prædicti exceſſus non ignorabitur. Vice verſa tamen, modi reperiendi centrum grauitatis conoidis aſſignati in duabus propoſit. anteced. quadrabunt etiam prædicto exceſſui.

Sed ſicuti in ſuperioribus docuimus in qua linea diametro parallela ſit centrum grauitatis ſemihyperbolæ, ſic videtur conueniens docere in qua linea diametro parallela ſit centrum grauitatis ſegmenti ſemihyperbolæ contenti inter duas lineas baſi parallelas. Sed cum inuentioni talis lineæ præmiſſa ſit ratio cylindri circumſcripti conoidi ad ipſum conoides, ſic in præſentiarum anteponenda videtur ratio cylindri circumſcripti ſegmento conoidis hyper-

bolici

bolici contento inter duo plana baſi parallela, ad ipſum.

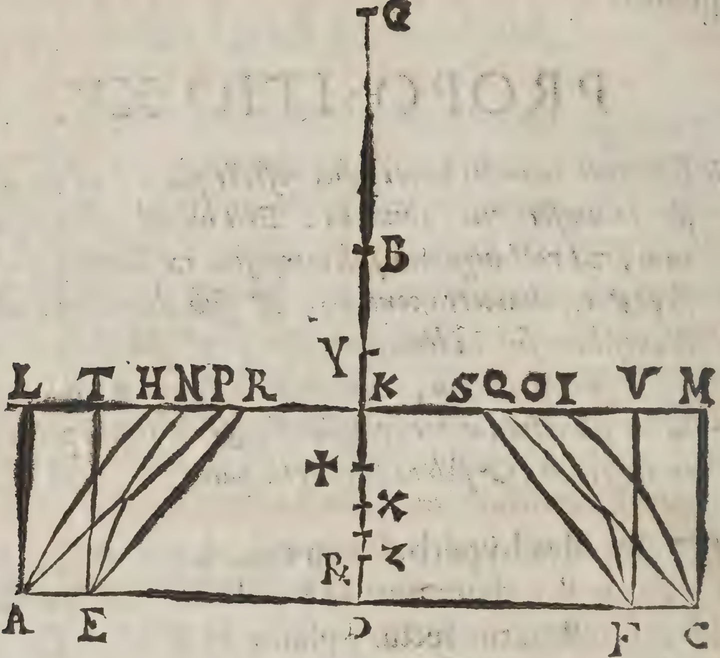
PROPOSITIO XV.

Si ſegmento conoidis hyperbolici reſecti plano baſi parallelo, ſit circumſcriptus cylindrus. Erit hic ad ipſum ſegmentum, vt rectangulum ſub compoſita ex latere tranſuerſo, & ex diametro conoidis, & ſub diametro, ad rectangulum ſub eadem compoſita, & ſub diametro conoidis ad verticem, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidio lateris tranſuerſi, & ex tertia parte diametri fruſti, & ſub eadem tertia parte.

COnoides hyperbolicum cuius baſis A C, vertex B, diameter D B, latus tranſuerſum G B, intelligatur ſectum plano H K I, A C, parallelo, & ipſi ſit circumſcriptus cylindrus L C. Dico hunc eſſe ad ſegmentum conoidis, vt rectangulum G D B, ad rectangulum ſub G D, in B k, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidia G B, & tertia parte D k, & ſub tertia parte D k.

Segmento A H I C, intelligatur inſcriptum ſegmentum E N O F, conoidis parabolici cuius vertex B, conditionis ſupra ſæpe expoſitæ; & in talibus ſegmentis intelligantur ſegmenta conorum inſcriptorum in integris conoidibus, quæ ſint A P Q C, E R S F. Quoniam fruſtum A H I C, conſtat ex fruſto parabolico, & ex differentia fruſtorum conoi-

deo-

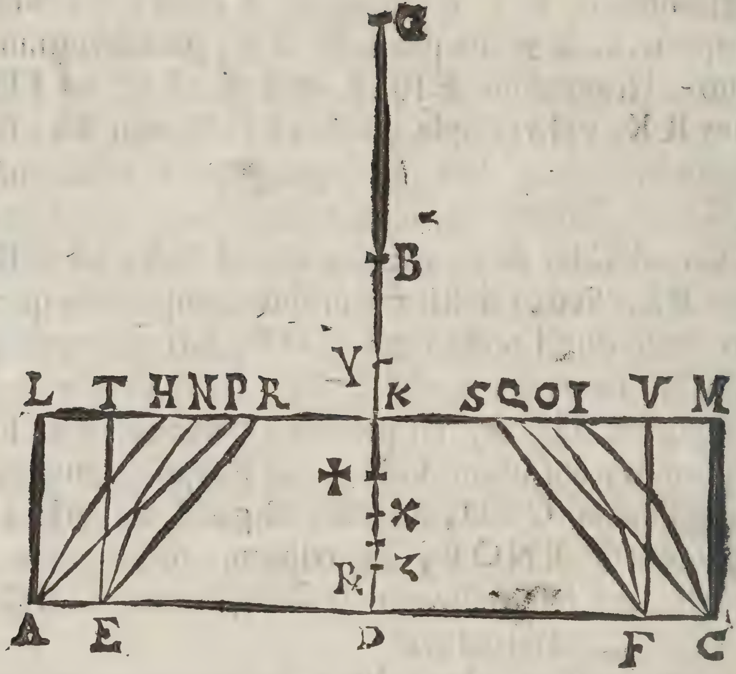


deorum; & ex propoſit. 4, differentia fruſtorum conoideorum eſt æqualis differentiæ conorum; ergo L C, erit ad fruſtum A H I C, vt eſt ad fruſtum parabolicum, vna cum differentia fruſtorum conorum. Hanc verò rationem ſic venabimur. Cylindrus L C, ad fruſtum parabolicum E N O F, habet rationem compoſitam ex ratione cylindri L C, ad cylindrum T F, tali fruſto parabolico circumſcriptum, & huius ad ipſum fruſtum: L C, ad T F, eſt vt quadratum A D, ad quadratum E D; nempe ex hypotheſi, vt D G, ad G B. Cum autem ex

pro-

propoſit. 3. lib. 4. ſit TF, ad ENOF, vt parallelogrammum TF, ad trapezium ERSF; & cum ex propoſit. 8. & 9. lib. prim. ſit TF, parallelogrammum ad trapezium ERSF, vt dupla ED, ad ED, cum RK, vel vt dupla DB, ad DB, cum Bk; ſequitur cylindrum LC, ad ſegmentum parabolicum ENOF, habere rationem compoſitam ex ratione DG, ad GB, & ex ratione duplæ DB, ad DB, cum Bk. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio dupli rectanguli GDB, ad rectangulum GBD, cum rectangulo GBk. Et vt duplum rectangulum GDB, ad prædicta conſequentia, ſic triplum rectangulum GDB, ad ſexquialterum rectangulorum GBD, GBk. Ergo LC, erit ad ſegmentum ENOF, vt triplum rectangulum GDB, ad ſeſquialterum rectangulorum GBD; GBk. Quod ſeruetur.

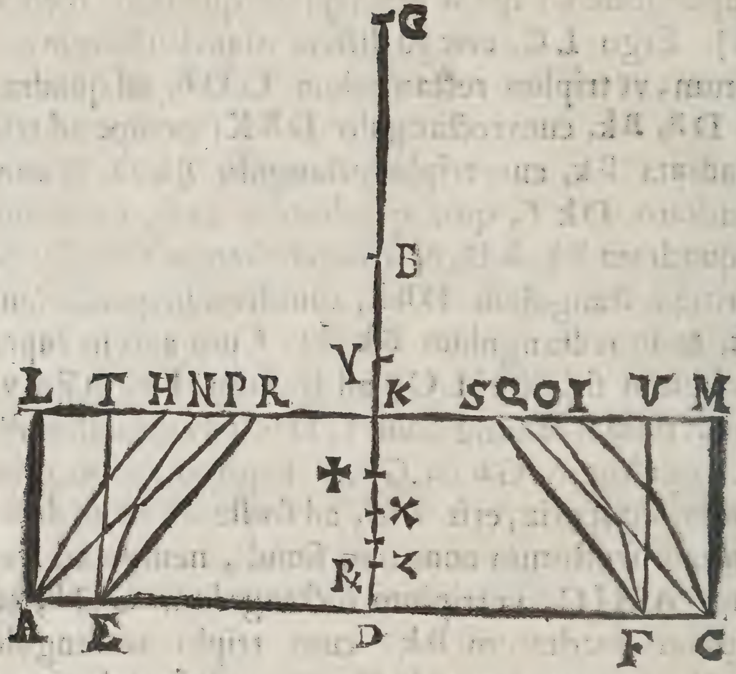
Ex propoſit. 14, & 15, lib. 2. habemus tam totum cylindrum LC, quam ablatum TF, eſſe illum ad fruſtum conicum APQC, hunc verò ad fruſtum conicum ERSF, vt tripla DB, ad DB, BR, & harum tertiam minorem continuè proportionalem. Ergo & reliquum ad reliquum erit vt totum ad totum; nempe tubus cylindricus LEM, erit ad differentiam fruſtorum conorum, vt tripla DB, ad DB, Bk, & illam tertiam proportionalem. Tunc argumentetur ſic. Ratio cylindri LC, ad differentiam ſegmentorum conorum componitur ex ratione LC, ad tubum LEM, & huius ad differentiam ſegmen-



torum conorum: at L C, ad tubum eſt vt quadratum A D, ad rectangulum A E C, nempe ex hypotheſi ſuppoſita per conuerſionem rationis, vt G D, ad D B: tubus autem eſt ad differentiam fruſtorum conorum vt tripla D B, ad D B, B k, & illam tertiam proportionalem. Ergo ratio L C, ad differentiam ſegmentorum conorum componetur quoque ex rationibus G D, ad D B, & triplæ D B, ad D B, B K, & illam tertiam proportionalem. Sed ex dictis rationibus componitur etiam ratio tripli rectanguli G D B, ad quadratum D B, rectangulum

D B k,

DBk, & rectangulum ſub DB, & ſub illa tertia proportionali (quod eſt æquale quadrato mediæ Bk). Ergo LC, erit ad differentiam fruſtorum conorum, vt triplum rectangulum GDB, ad quadrata DB, Bk, cum rectangulo DBK; nempe ad tria quadrata Bk, cum triplo rectangulo BkD, & cum quadrato Dk (, quia quadratum DB, diuiditur in quadrata Bk, kD, & in duo rectangula BkD; & pariter rectangulum DBk, diuiditur in quadratum Bk, & in rectangulum BkD). Cum autem ſupra probatum ſit, eſſe LC, ad fruſtum ENOF, vt idem triplum rectangulum GDB, ad ſeſquialterum rectangulorum GBD, GBk. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit LC, ad fruſtum, & ad differentiam fruſtorum conorum ſimul, nempe ad fruſtum AHIC, vt triplum rectangulum GDB, ad triplum quadratum Bk, cum triplo rectangulo BkD, cum quadrato KD, & cum ſeſquialtero rectangulorum GBD, GBk. Ergo & vt horum planorum tertiæ partes: nempe LC, erit ad AHIC, vt rectangulum GDB, ad quadratum BK, cum rectangulo BkD, & cum tertia parte quadrati Dk, vna cum dimidio rectangulorum GBD, GBK. Cum verò dimidium rectanguli GBD, diuidatur in dimidium GBK, & in dimidium GB, KD. Ergo dimidium rectangulorum GBD, GBK, erit rectangulum GBk, cum dimidio rectanguli GB, KD. Si ergo ſimul iunxerimus rectangulum GBK, cum quadrato BK, & cum rectangulo BKD, habe-



bimus rectangulum G D, B k. Pariter ſi ſimul iunxerimus rectangulum ſub dimidia G B, & ſub D K, cum tertia parte quadrati D K, nempe cum rectangulo ſub D K, & ſub tertia parte D k, habebimus rectangulum ſub compoſita ex dimidia G B, & ex tertia parte D k, & ſub D K. Ergo à primo ad vltimum concludemus, eſſe L C, ad fruſtum conoidis hyperbolici A H I C, vt rectangulum G D B, ad rectangulum G D, B K, cum rectangulo ſub compoſita ex dimidia G B, & ex tertia parte D k, & ſub D K. Quod erat oſtendendum.

SCHO-

SCHOLIVM.

Proportionem prædicti cylindri ad illud ſegmentum hyperbolicum, etiam duobus alijs modis, conſequenter ad ſuperius dicta, liceret colligere. Cum enim tale ſegmentum conſtet ex ſegmento coni ſibi inſcripto, & ex exceſſu ſupra ipſum; & cum talis exceſſus ſit æqualis exceſſui ſegmenti conoidis parabolici ſupra ſuum ſegmentum conicum; & cum ex dictis in ijs, quæ de infinitis parabolis conſcripſimus, facile liceat colligere rationem LC, & ad ſegmentum conicum APQC, & ad exceſſum ſegmenti conoidis parabolici ENOF, ſupra ſegmentum conicum ERSF; ſequitur facile etiam nos obtinere rationem LC, ad ſegmentum AHIC. Pariter ſi in ſchemat. propoſit. 10. tam ſegmento v. g. AQTC, quam ſegmento exceſſus fruſti conici GNPH, ſupra cylindrum RM, mente concipiamus circumſcribi cylindros; patet ex dictis in eadem propoſitione, tubum cylindricum cuius baſis armilla circularis GLH, altitudo OD, æqualem eſſe cylindro circumſcripto ſegmento AQTC. Pariterque patet exceſſum fruſti GNPH, ſupra cylindrum RM, æqualem eſſe ſegmento AQTC. Cum ergo ex dictis in opere ſupra citato, faciliſſime poſſimus habere rationem prædicti tubi ad illum exceſſum ſupra cylindrum; faciliter etiam habebimus rationem cylindri circumſcripti ſegmento hyperbo-

lico AQTC, ad ipſum ſegmentum. Hæc non continent multum difficultatis, quapropter ſufficiat ea lectoribus indicaſſe.

Sicuti ſufficiat ex antecedentibus indicare modum reperiendi in quà linea parallela Dk, ſit centrum grauitatis ſuppoſiti ſegmenti ſemihyperbolæ AHkD. Hoc autem reperietur ex dictis, ſi ſupponatur ſegmenti AHKD, quadratura, nempe ratio, quam habet ad ipſum parallelogrammum LD. Cum enim cylindrus LC, habeat ad ſegmentum conoidis AHIC, ex ſchol. pri. prop. 3. lib. 3. rationem compoſitam ex ratione dimidij parallelogrammi LD, ad ſegmentum AHkD, & ex ratione AD, ad interceptam inter D, & centrum æquilibrij ſegmenti acceptum in AD, hoc eſt centrum grauitatis duplicati ſegmenti AHkD, ad partes AD; ſequitur, quod ſi ex proportione cylindri LC, ad ſegmentum conoidis AHIC; nempe ex ratione expreſſa in pręſenti propoſitione, ſubtrahatur ſuppoſita ratio dimidij parallelogrammi LD, ad ſegmentum parabolæ AHKD, remanebit ratio AD, ad interceptam inter D, & centrum quæſitum.

Hoc puncto inuento, non ignorabimus tria ſolita, quæ ſæpe ſæpius deduximus in non paucis propoſitionibus lib. 3. Nam primo non ignorabimus rationem cylindri ex LD, ad ſolidum ex ſegmento AHKD, circa LA. Secundo non ignorabimus rationem ſegmenti AHIC, ad ſolidum prædictum circa AL. Tertio tam ſupra LD, quam ſupra AHKD,

AHkD, intellectis cylindricis rectis æquealtis ſectis diagonaliter plano tranſeunte per Dk, & per latus oppoſitum ipſi LA, minimè ignorabimus cubationes truncorum cylindrici ſuper AHkD, exiſtentis. Hac tamen differentia, quod cubationem trunci ſiniſtri habebimus ſine ſuppoſitione alicuius quadraturæ; non ſic cubationem trunci dexteri.

His oſtenſis non erit inutile oſtendere modum inueniendi centrum grauitatis ſegmenti conoidis hyperbolici AHIC. Sed prius oſtendatur ſequens propoſitio.

PROPOSITIO XVI.

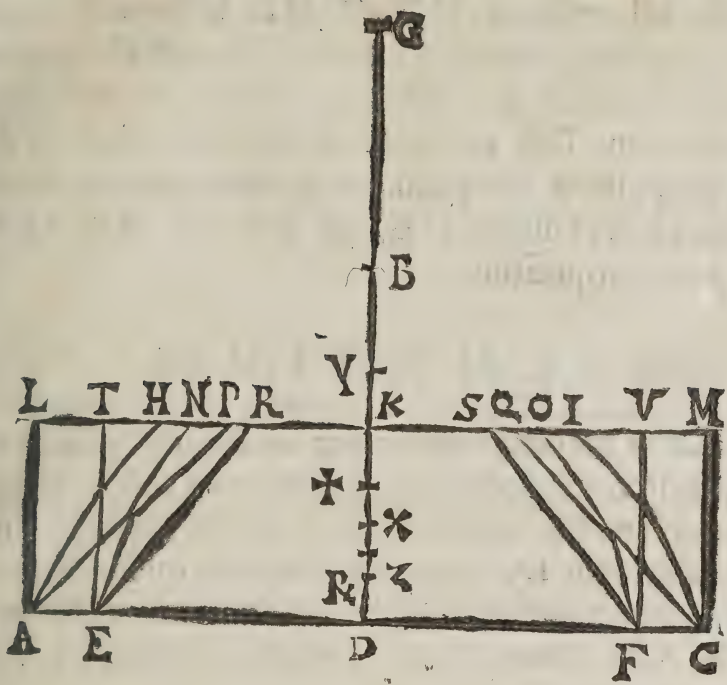
Differentia ſupradictorum fruſtorum conoideorum eſt ad ſegmentum conoidis parabolici, vt quadrata axium totius conoidis, & conoidis ad verticem, vna cum rectangulo contento ſub his axibus, ad ſeſquialterum rectangulorum contentorum ſub latere tranſuerſo, & ſub prædictis axibus.

SInt ergo ſegmenta anteced. propoſit. Dico differentiam fruſtorum AHIC, ENOF, eſſe ad ſegmentum parabolicum ENOF, vt quadrata DB, Bk, cum rectangulo DBk, ad ſeſquialterum rectangulorum GBD, GBK. Differentia enim prædicta ad ſegmentum ENOF, habet rationem compoſitam ex ratione differentiæ ad tubum cylindricum

dricum

dricum LEM; huius ad cylindrum TF; & huius ad ſegmentum ENOF. Cum autem differentia fruſtorum conoideorum ſit, ex ſupradictis, æqualis differentiæ fruſtorum conorum inſcriptorum in ipſis; & cum differentia fruſtorum conorum ſit ad tubum LEM, vt facile poteſt deduci ex dictis in ſchol. 4. propoſit. 14. lib. 2. vt DB, cum BK, & cum harum tertia minori proportionali ad tres DB. Sequitur etiam differentiam ſegmentorum conoideorum, eſſe ad tubum cylindricum LEM, vt DB, BK, & illa tertia proportionalis ad tres DB. Cum verò LEM, tubus ſit ad cylindrum TF, vt rectangulum AEC, ad quadratum ED, nempe diuidendo, ex hypotheſi frequenter vſa, vt DB, ad BG, ſeù vt tripla DB, ad triplam GB. Ergo ex æquali, erit differentia ſegmentorum conoideorum ad cylindrum TF, vt DB, Bk, cum illa tertia proportionali ad triplam GB. Cylindrus TF, eſt ad ſegmentum ENOF, vt dicetur inferius, vt dupla DB, ad DB, cum BK. Ergo à primo ad vltimum, differentia ſegmentorum conoideorum ad ſegmentum ENOF, habebit rationem compoſitam ex ratione DB, Bk, & harum tertiæ proportionalis ad triplam BG, & ex ratione duplæ DB, ad DB, Bk. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio duorum quadratorum BD, duorum rectangulorum DBK, & duorum rectangulorum ſub DB, & ſub illa tertia proportionali (quæ duo vltima rectangula ſunt æqualia duobus quadratis

mediæ



mediæ BK), ad tria rectangula GBD, cum tribus rectangulis GBK. Ergo differentia fruſtorum conoideorum, erit ad ſegmentum ENOF, vt duo quadrata DB, cum duobus rectangulis DBK, & cum duobus quadratis BK, ad tria rectangula GBk, cum tribus rectangulis GBD. Et vt horum terminorum dimidia. Nempe differentia prædicta, erit ad prædictum ſegmentum, vt quadrata DB, BK, cum rectangulo DBK, ad ſeſquialterum rectangulorum GBD, GBK. Quod erat oſtendendum.

Quod verò T F, cylindrus ſit ad ſegmentum ENOF, vt dupla DB, ad DB, BK, patet. Quia ex propoſit. 3. lib. 4. cylindrus TF, eſt ad ſegmentum conoidis parabolici ENOF, vt parallelogrammum TF, ad trapezium lineare ERSF, At ex propoſit. 9. lib. prim. eſt parallelogrammum ad trapezium vt dupla DB, ad DB, & BK. Quare patet propoſitum.

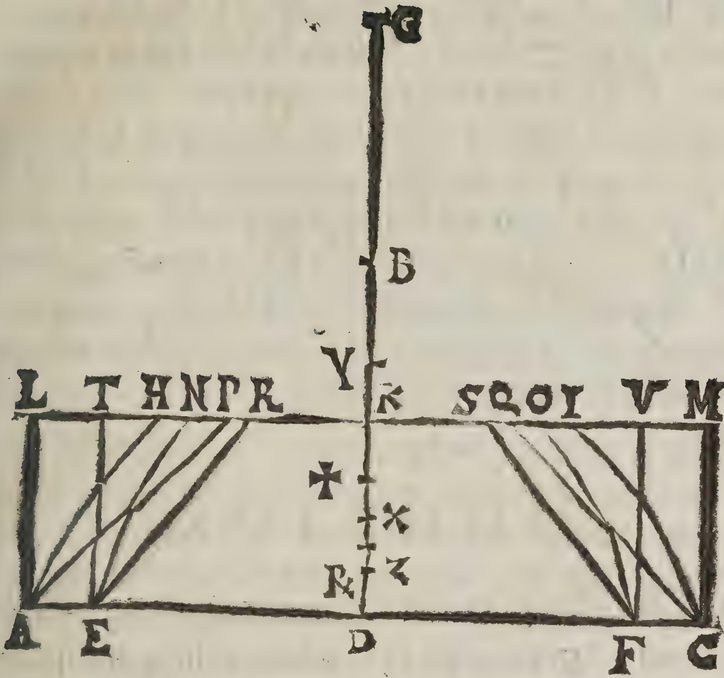
SCHOLIVM.

Ratio autem prædictorum ſolidorum collecta in ſupradicta propoſitione, poteſt etiam reduci ad minora plana; quia poteſt reduci ad eam, quam habet rectangulum DBK, cum tertia parte quadrati DK, ad rectangulum GBK, cum dimidio rectanguli GB, KD. Patet quia hæc plana ſunt tertiæ partes priorum planorum.

PROPOSITIO XVII.

Segmenti ſupradicti conoidis hyperbolici centrum grauitatis reperire.

SEgmenti conoidis hyperbolici AHIC, centrum grauitatis reperietur ſic. Inſcriptis ſolidis vt ſupra, ſecetur KD, ſic in X, vt KX, ſit ad XD, vt duplum quadratum ED, cum quadrato NK, ad duplum quadratum NK, cum quadrato ED,



E D, ſeù vt dupla D B, cum B K, ad duplam B K, cum B D. Ergo ex ſchol. propoſit. 15. lib 4. erit X, centrum grauitatis fruſti conoidis parabolici E N O F. B D, & B K, ſic ſecentur in Y, ✠, vt B Y, ſit tripla ipſius Y K, & pariter B ✠, tripla ſit ipſius ✠ D: & fiat vt exceſſus cubi D B, ſupra cubum B K, ad cubum B K, ſic Y ✠, ad ✠ ℞. Ergo ex ſchol. propoſit. 18. eiuſdem libri erit ℞, centrum grauitatis differentiæ fruſtorum conorum; & conſequenter ex ſchol. 2. propoſit. 4. huius, erit centrum grauitatis differentiæ fruſtorum conoideorum. Di-

uidatur ergo X℞, in Z, vt ſit XZ, ad Z℞, vt quadrata DB, BK, cum rectangulo DBK, ad ſeſquialterum rectangulorum GBD, GBk; ſeù vt rectangulum DBK, cum tertia parte quadrati Dk, ad rectangulum GBk, cum dimidio rectanguli GB, kD; nempe ex propoſit. anteced. vt eſt differentia fruſtorum conoideorum ad fruſtum conoidis parabolici ENOF. Dico inuentum eſſe Z, centrum grauitatis fruſti conoidis hyperbolici AHIC. Cum autem res ſit de sè euidens ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus, relinquitur conſiderationi lectoris.

SCHOLIVM.

Alij modi ex ſuperioribus non deſunt reperiendi tale centrum grauitatis; ſed nè lectorem nimis quàm par ſit defatigemus, ad alia, & noua tranſeamus; præcipuè ad centrum grauitatis hyperbolæ reperiendum. Quod tamen non reperietur niſi præmiſſis quibuſdam demonſtrationibus.

PROPOSITIO XVIII.

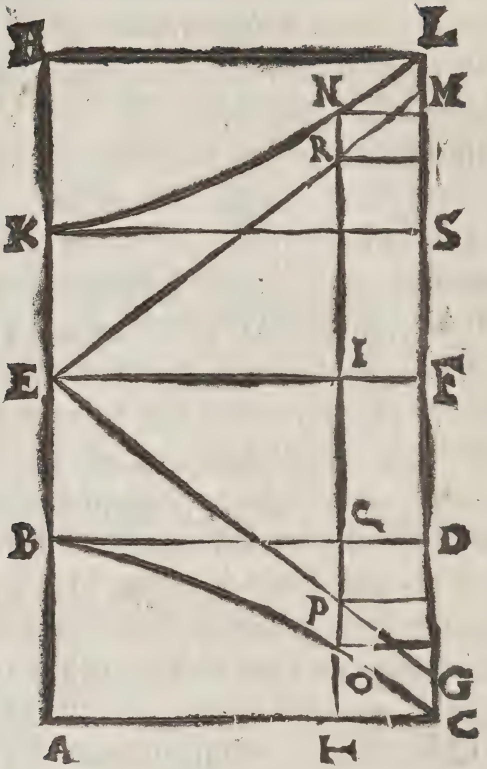
Si ſemihyperbola cum ſibi circumſcripto parallelogrammo rotetur circa ſecundam coniugatam diametrum. Annulus latus ortus ex rotatione exceſſus parallelogrammi ſupra ſemihyperbolam, erit æqualis cono ex triangulo, cuius vnum latus dimidia ſecundæ diametri, aliud

inter-

intercepta inter ſecundam diametrum, & aſymptotum, reuoluto circa ſecundam diametrum; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

ESto ſemihyperbola A B C, cuius diameter A B; E B dimidium lateris tranſuerſi; centrum E; aſymptotus E G; ſecunda diameter E F; & parallelogrammum A D, ſemihyperbolæ circumſcriptum cum triangulo E F G, rotentur circa E F. Dico annulum latum ortum ex rotatione trilinei mixti C B D, circa E F, æqualem eſſe cono G E M, & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Intelligantur oppoſitæ ſectiones vt in ſchemate, & ſumatur arbitrariè in E F, quodlibet punctum I, per quod ducatur O I N, parallela L C, ſecans aſymptotum E G, in P. Quadratum I O, eſt æquale tam rectangulo O P N, cum quadrato P I, quam rectangulo O Q N, cum quadrato Q I. Ergo rectangulum O P N, cum quadrato P I, erit æquale rectangulo O Q N, cum quadrato Q I. Sed ex propoſit. 11. ſec. conic. rectangulum O P N, eſt æquale quadrato B E, ſeù quadrato Q I. Ergo reliquum rectangulum O Q N, erit æquale reliquo quadrato P I. Quare & armilla circularis O Q N, erit æqualis circulo P R. Cum vero punctum I, ſumptum ſit arbitrariè; ergo omnes armillæ circulares parallelæ armillæ C D L, ortæ ex rotatione trilinei C B D, circa E F, erunt æquales omnibus circulis coni G E M. Et conſe-

quen-



quenter annulus latus ortus ex rotatione illius trilinei circa E F, erit æqualis cono G E M. Quod vero probatum eſt de totis, patet eodem modo poſſe probari de partibus proportionalibus; v. g. eodem modo probabimus partem annuli lati ortam ex rotatione trapezij mixti C O Q D, æqualem eſſe ſegmento coni G P R M. Quare patet ſolida prædicta æqualia eſſe inter ſe tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

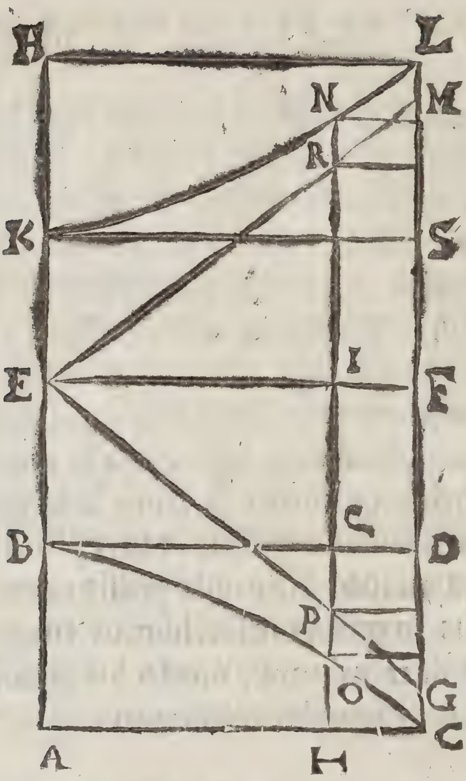
SCHO-

SCHOLIVM I.

Licet autem præſens propoſitio probata ſit per indiuiſibilia, poteſt tamen probari etiam modo archimedeo; quia facta conſtructione vt in ſchemate, facile patebit tubum cylindricum ODN, inſcriptum in annulo, æqualem eſſe cylindro in cono inſcripto. Si ergo diuidatur EF, bifariam, & partes bifariam, & hoc ſemper, & per puncta diuiſionum fiant conſtructiones ſimiles factæ; patebit faciliter omnes tubos cylindricos inſcriptos in annulo, æquales fore omnibus cylindris in cono inſcriptis. Quare cum facta hac inſcriptione, tam cylindri in cono inſcripti, quam tubi in annulo poſſint deficere à magnitudinibus in quibus inſcribuntur magnitudine quacumque data minore; modo archimedeo deducetur, annulum æqualem eſſe cono.

SCHOLIVM II.

Ex dictis ergo in præſenti propoſit. & in lib. 4. de Infin. Parab. poſſumus deducere, annulum prædictum, & conum GEM, eſſe quantitates proportionaliter annalogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare cum ex dictis in ſchol. prim. propoſit. 8. eiuſdem libri, conus, trilineum parabolicum quadraticum, & exceſſus cylindri circum-



cumſcripti hemiſphærio , ſeù hemiſphæroidi ſint quatuor magnitudines proportionaliter analogæ: ſequitur his etiam aſſociari pro quinta magnitudine annulum latum prædictum . Ex dictis ergo in lib. cit. habebimus, quod centrum grauitatis talis annuli ſic ſecabit EF, vt pars terminata ad E, ſit ad partem terminatam ad F, vt 3. ad 1. Pariter ſi conſiderabimus quamlibet partem eiuſdem annuli reſecti plano CL, parallelo, & terminatam ad circulum

lum BEK, v.g. illam, quæ oritur ex rotatione trilinei BOQ circa EF; agnoſcemus eius centrum grauitatis ſecare EI, in eadem ratione. Quia talis pars eſt proportionaliter analoga cum cono PER. Cum vero etiam pars annuli orta ex rotatione trapezij mixti COQD, ſit probata proportionaliter analoga ſegmento conico GPRM, & cum talis ſegmenti conici ſit in libro cit. pluribus modis inuentum centrum grauitatis; ex dictis ibidem reperiemus in quo puncto IF, ſit centrum grauitatis prædicti ſegmenti annuli.

SCHOLIVM III.

Sed paradoxum Galilei, de quo locuti ſumus ſupra ſchol. 2. propoſit. 10. poſſumus etiam deducere ex præſenti propoſitione. Nam etiam ex hac facto concinno diſcurſu, tandem concludemus, circumferentiam BEk, extremitatem annuli, æqualem fore E, vertici coni.

PROPOSITIO XIX.

In ſchem. anteced. propoſit. annulus ſtrictus ex quadrilatero mixto CBEG, circa EF, eſt æqualis cylindro DK, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

PAtet faciliter. Cum enim in anteced. propoſit. oſtenſum ſit, annulum latum ex trilineo CBD,

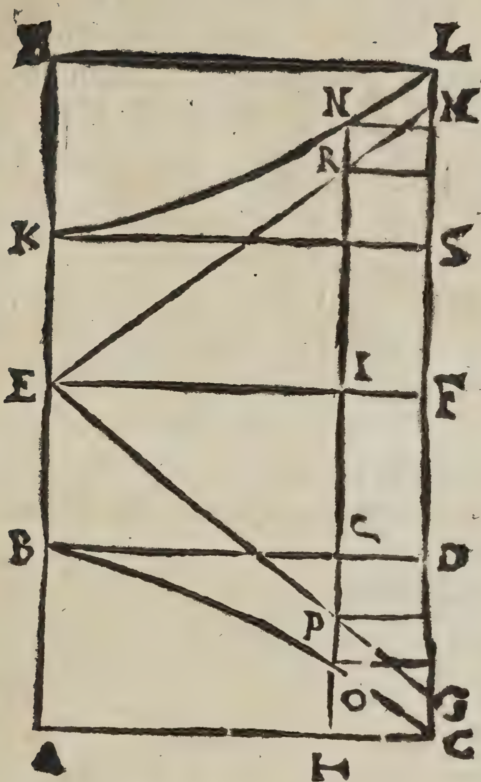
circa EF, æqualem eſſe cono GEM; ergo communi addito cylindro KD, erit ſolidum CBkL, æquale cylindro DK, & cono GEM. Quò hinc inde ablato. Ergo ſolidum GCBEkLM, erit æquale cylindro kD.

Eodem modo oſtendemus æqualitatem partium proportionalium, v. g. partem annuli ortam ex rotatione quadrilateri mixti COPG, æqualem eſſe cylindro QS. Addendo enim cylindrum QS, & auferrendo GPRM, fruſtum conicum, patebit propoſitum.

SCHOLIVM I.

Præſens propoſitio potuiſſet immediate probari per indiuiſibilia independenter ab anteced. propoſit. Quia facta conſtructione vt in anteced. propoſit. ſtatim patebit ex propoſit. 11.2. Conic. & rectangulum OPN, æquale eſſe quadrato BE, ſeù QI; & armillam circularem OPN, æqualem pariter fore circulo cuius radius QI. Quare facile patebit & omnes armillas ſolidi ex quadrilatero mixto CBEG, æquales eſſe omnibus circulis cylindri kD, & ipſum annulum ex quadrilatero mixto, æqualem eſſe cylindro kD. Maluimus tamen hanc ex antecedenti deducere, vt pauidis geometris non relinquamus vllum locum hæſitandi de certitudine præſentis propoſitionis; nam adhibita præſenti conſtructione propoſitio non probatur niſi per indiuiſibilia;

lia;



lia ; quia in annulo ex quadrilatero mixto CBEG, nequit fieri inſcriptio tuborum cylindricorum, quæ patuit poſſe fieri in annulo ex trilineo mixto CBD.

SCHOLIVM II.

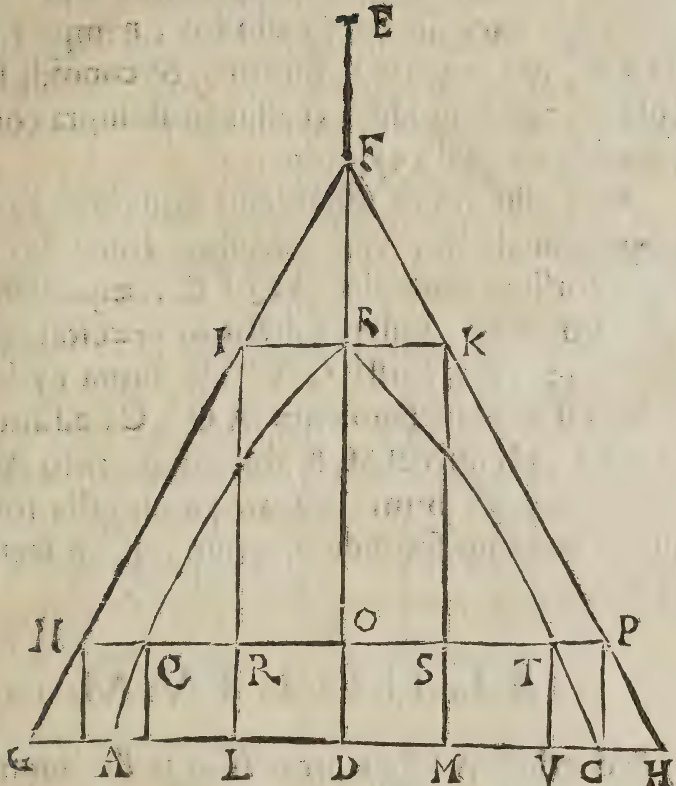
Patet ergo conſequenter ad ſæpe & ſæpius repetita, annulum præfatum GCBEkLM, & cylindrum

K D, eſſe quantitates proportionaliter analogas omniquaque: quod etiam intelligēdum eſt ſi ſemihyperbola cum omnibus duplicetur. Annulus ergo prædictus etiam duplicatus ad partes KB, erit corpus ſibi ſimilare, ad modum quo cylindrus KD, ſic duplicatus eſt corpus ſibi ſimilare. Hoc eſt, quod ſicut cylindrus ſectus planis baſibus parallelis, ſemper ſecatur in proportione partium axis, ſic etiam in tali proportione ſecabitur talis annulus. Sicuti ergo centrum grauitatis cylindri, cuiuslibetque eius partis contentæ inter plana baſibus parallela eſt in medio axis; ſic etiam centrum grauitatis talis annuli, & cuiuslibet eiuſdem ſegmenti reſecti plano CL, parallelo, erit vel in medio EF, vel in medio partis EF, correſpondentis parti annuli, vel quæ ſit altitudo partis annuli. Quæ omnia vtique nobis videntur admirabilia, & neſcimus an fortè corpus huic ſimile in tota geometria adinueniatur, præter vnicum, quod antequam ad vlteriora progrediamur, intelligimus in propoſitione ſequenti explicare.

PROPOSITIO XX.

Exceſſus fruſti conici propoſit. 10. ſupra conoides hyperbolicum, eſt æqualis cylindro ſuper minore baſi fruſti, & circa diametrum cum ipſo: & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

Eſto



ESto ergo in ſchem propoſit. 10. fruſtum conicum GIKH, conoides hyperbolicum ſit ABC, cuius aſymptoti GF, FH, & ſit cylindrus IM, cuius baſis IBK, minor baſis fruſti. Dico exceſſum fruſti conici GIkH, ſupra conoides ABC, æqualem eſſe cylindro IM, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. De totis patet. Quia cum ex cit. propoſit. 10. exceſſus GIkH, ſupra cylindrum IM, ſit

æqua-

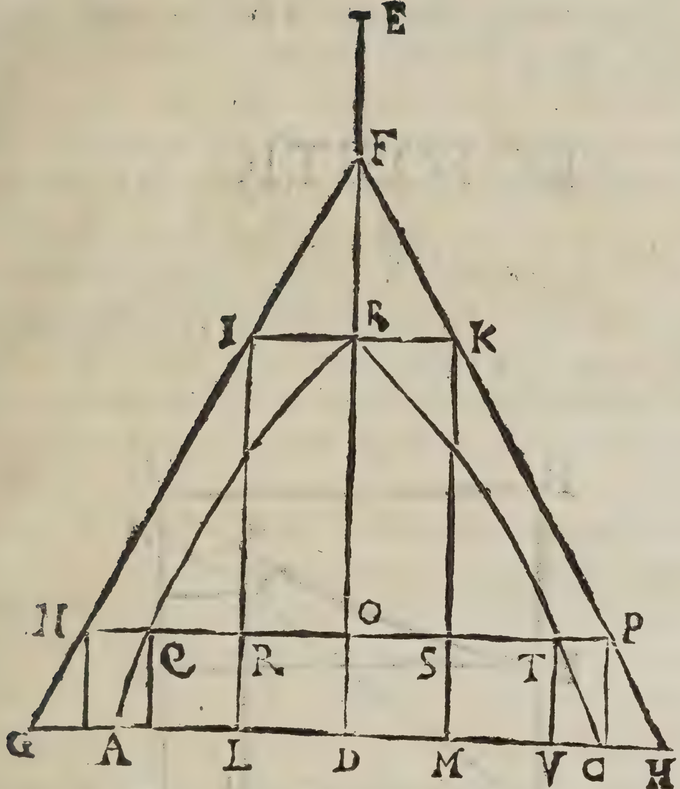
æqualis conoidi ABC; ſi cylindrus IM, addatur. Ergo exceſſus cum cylindro, nempe fruſtum GIkH, erit æquale cylindro, & conoidi ſimul. Ablato ergo conoide, exceſſus fruſti ſupra conoides remanebit æqualis cylindro.

Non alio modo oſtendetur æqualitas partium proportionalium, v. g. exceſſum fruſti GNPH, ſupra fruſtum conoidis AQTC, æqualem eſſe cylindro RM. Quia ex dictis in præcitata propoſit. 10. exceſſus fruſti GNPH, ſupra cylindrum RM, eſt æqualis ſegmento AQTC; addito ergo, vt prius, cylindro RM, & ablato ſegmento AQTC, intentum probabitur. Quare patuit talia ſolida æqualia fore tam ſecundum totum, quam ſecundum partes.

SCHOLIVM.

Sed etiam præſens propoſitio poſſet immediate per indiuiſibilia oſtendi. Sumpto enim arbitrariè puncto O, & acto plano NOP, GH, parallelo. Ex propoſit. 10. ſec. conic. rectangulum NQP, eſt æquale quadrato IB, ſeù quadrato RO. Et conſequenter armilla circularis NQP, eſt æqualis circulo ROS: & omnes armillæ ęquales omnibus circulis: & exceſſus prędictus ęqualis cylindro IM. Sed hac conſtructione adhibita, demonſtratio non reducitur ad modum Archimedeum, quia in prędicto exceſſu nequeunt inſcribi tubi cylindrici.

Patet



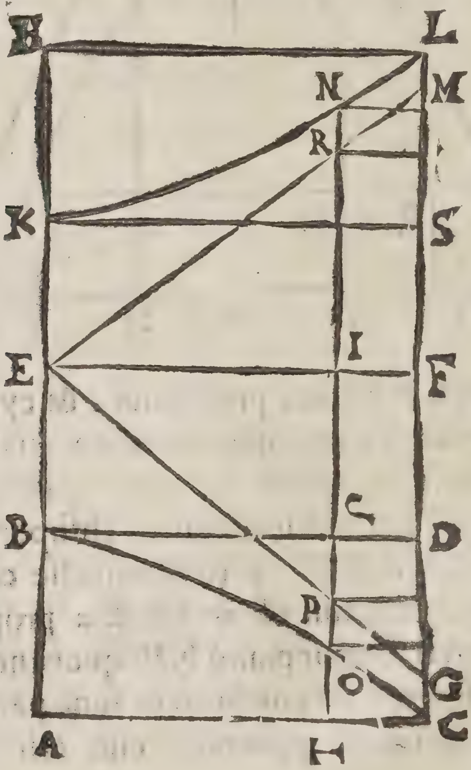
Patet ergo exceſſum prędictum, & cylindrum IM, eſſe quantitates proportionaliter analogas tam ſecundum totum, quam ſecundum partes, tam in magnitudine, quam in grauitate. Inſuper patet exceſſum AGIBkHC, prędictum eſſe corpus ſibi ſimilare vt explicatum eſt in ſchol. 2. propoſit. ant. Hoc eſt quod ſi ſecetur plano NP, quocunque, GH, parallelo, ſemper ſecabitur in ratione partium axis DB. Item centrum grauitatis eius erit in medio

DB;

DB; ſicuti etiam centrum grauitatis cuiuſlibet eius partis erit in medio partis BD, quæ erit altitudo partis exceſſus.

PROPOSITIO XXI.

In ſchemate prop. 19. cylindrus ex parallelogrammo AF, circa EF, eſt ad ſolidum ex figura mixta CBEF, circa eandem EF, vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB.



Quo-

QVoniam enim probatum eſt in propoſit. 19. ſolidum CBkL, æquari cylindro BS, & cono GEM; ergo cylindrus AL, ad hæc ſolida habebit eandem rationem. At cylindrus AL, ad cylindrum BS, & ad conum GEM, eſt vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB. Quare &c.

Aſſumptum patebit ſic. Cylindrus AL, ad cylindrum BS, eſt vt quadratum AE, ad quadratum EB. Pariter idem cylindrus AL, ad conum GEM, eſt vt quadratum CF, ſeù vt idem quadratum AE, ad tertiam partem quadrati GF. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus AL, ad cylindrum BS, cum cono GEM, nempe ad ſolidum CBkL, vt quadratum AE, ad quadratum EB, cum tertia parte quadrati FG. At tertia pars quadrati FG, eſt æqualis tertiæ parti rectanguli kAB. Nam quadratum EA, diuiditur in quadratum EB, & in rectangulum kAB: pariter quadratum idem EA, ſeù FC, diuiditur in quadratum FG, & in rectangulum CGL, ſeù MCG. Ergo quadratum EB, cum rectangulo KAB, erit æquale quadrato FG, & rectangulo MCG. Sed ex ſec. conic. propoſit. 11. rectangulum MCG, eſt æquale quadrato BE. Quare reliquum rectangulum kAB, erit æquale reliquo quadrato FG. Quare etiam illorum tertiæ partes erunt æquales. Ergo cylindrus AL, erit ad ſolidum CBkL, vt quadratum EA,

ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli kAB. Quod erat oſtendendum.

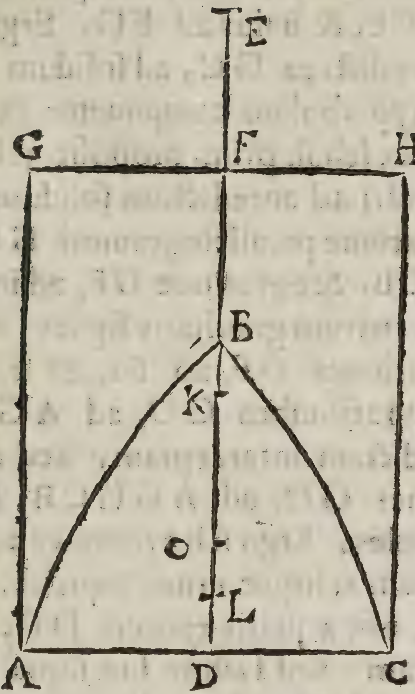
His oſtenſis adinuenietur centrum grauitatis hyperbolæ ſic.

PROPOSITIO XXII.

Si hyperbolæ circumſcriptum parallelogrammum intelligatur productum vſque ad ſecundam diametrum, & fiat vt quadratum compoſitæ ex axi hyperbolæ, & ex dimidia lateris tranſuerſi, ad quadratum dimidiæ lateris tranſuerſi cum rectangulo ſub axi, & ſub compoſita ex axi, & ex latere tranſuerſo, ſic compoſita ex dimidia lateris tranſuerſi, & ex axi, ad aliam: item fiat vt dimidium prædicti parallelogrammi ad exceſſum totius parallelogrammi ſupra hyperbolam, ſic compoſita ex axi, & ex dimidia lateris tranſuerſi, ad aliam: tandem fiat vt ſecunda inuenta ad primam inuentam, ſic compoſita ex axi, & ex dimidia lateris tranſuerſi ad ſui partem abſcindendam incipiendo à ſecunda diametro. Erit punctum quod eſt alter terminus huius abſciſſæ centrum grauitatis exceſſus parallelogrammi ſupra hyperbolam.

Eſto hyperbola ABC, cuius axis BD; latus tranſuerſum BE; centrum F; ſecunda diameter GH; & GC, ſit parallelogrammum: fiat vt quadratum FD, ad quadratum FB, cum tertia

parte



parte rectanguli E D B, ſic D F, ad FO: item fiat vt parallelogrammum G D, ad exceſſum parallelogrammi GC, ſupra hyperbolam A B C, ſic D F, ad F L: tandem fiat vt L F, ad FO, ſic D F, ad F k. Dico punctum k, eſſe centrum grauitatis figuræ A G H C B.

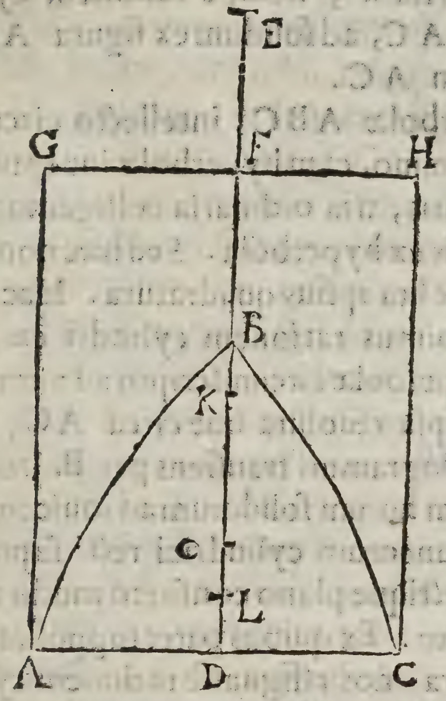
Quoniam enim ex propoſit. anteced. cylindrus ex G C, circa G H, eſt ad ſolidum ex figura A G H C B, circa eandem G H, vt quadratum F D, ad quadratum F B, cum tertia parte rectanguli E D B; nem-

pe ex conſtructione, vt DF, ad FO; & ratio DF, ad FO (de foris ſumpta FL) componitur ex ratione DF, ad FL, & huius ad FO. Ergo etiam ratio cylindri prædicti ex GC, ad ſolidum ex exceſſu GC, ſupra hyperbolam componetur ex iiſdem rationibus. At ex ſchol. prim. propoſit. 3. lib. 3. ratio prædicti cylindri ad antedictum ſolidum componitur etiam ex ratione parallelogrammi GD, ad figuram AGHCB, & ex ratione DF, ad interceptam inter F, & centrum grauitatis figuræ AGHCB. Ergo etiam rationes DF, ad FL, & FL, ad FO, erunt æquales rationibus GD, ad AGHCB, & DF, ad prædictam interceptam. Sed ex constructione, rationes GD, ad AGHCB, & DF, ad FL, ſunt æquales. Ergo ſi hæ rationes auferantur à prædictis, etiam reliquæ erunt æquales. Ergo ratio LF, ad FO, erit æqualis rationi DF, ad interceptam prædictam. Sed factum fuit ſupra vt LF, ad FO, ſic DF, ad Fk. Ergo k, erit centrum grauitatis figuræ AGHCB. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM I.

Inuento autem centro prædicto, facile erit etiam centrum grauitatis hyperbolæ reperire. Si enim ſupponamus FD, ſectam bifariam in O, & ſupponamus k, eſſe centrum grauitatis figuræ AGHCB, ſi fiat vt ABC, ad AGHCB, ſic reciprocè kO,

ad



ad OL. Erit ex doctrinis Archimedis, L, centrum grauitatis hyperbolæ.

Sed etiam in præſenti eſt adnotandum, poſſe colligi tria ſolita. Nempe rationem ſolidorum ex AGHCB, figura reuoluta & circa GH, & circa AC, ad inuicem. Cubationem truncorum cylindrici recti ſuper ipſa figura exiſtentis reſecti plano diagonaliter tranſeunte per GH, & per AC, parallelam. Aſt cubatio trunci ſiniſtri habetur ſine ſuppoſitione quadraturæ hyperbolæ, ſed cubatio trunci dexteri non

habetur

habetur ſine tali quadratura; ſine qua non habemus nec etiam tertium, nempe rationem cylindri ex G C, circa A C, ad ſolidum ex figura A G H C B, circa eandem A C.

Sed hyperbolæ A B C, intellecto circumſcripto parallelogrammo, cum hyperbolæ inuentum ſit centrum grauitatis, tria ordinaria colligentur etiam in ſolidis genitis ex hyperbola. Sed hæc non colligentur niſi ſuppoſita ipſius quadratura. Hac ergo ſuppoſita habebimus rationem cylindri ex parallelogrammo hyperbolæ circumſcripto ad alterutrum ſolidorum ex ipſa reuoluta ſiue circa A C, ſiue circa latus parallelogrammi tranſiens per B. Item habebimus rationem horum ſolidorum ad inuicem. Et cubationem truncorum cylindrici recti ſupra ipſa exiſtentis, reſectique plano conſueto modo diagonaliter tranſeunte. Ex quibus patet ſuppoſita hyperbolæ quadratura, nos aſſignaſſe rationem cylindri circumſcripti fuſo hyperbolico, ad ipſum; quod pariter alio modo præſtitit Bonauentura Caualerius in exercit. 4. propoſit. 35.

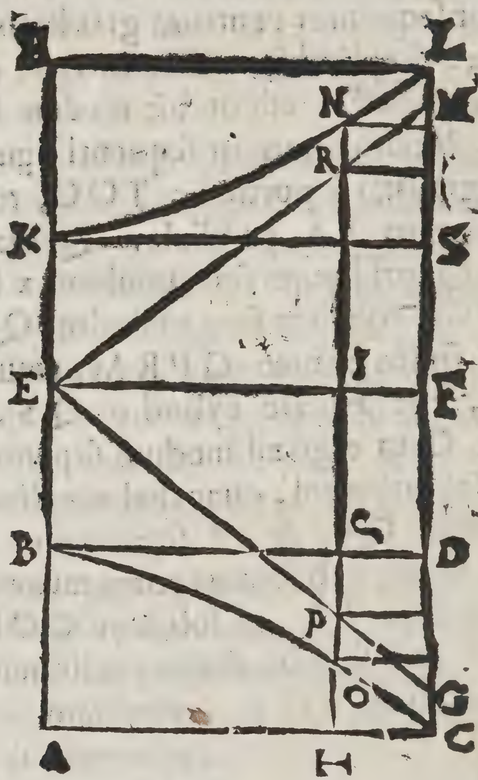
SCHOLIVM II.

Repertum eſt ergo centrum grauitatis hyperbolæ, ſuppoſita ipſius quadratura, quod nullus (quod ſciamus) ante nos tentauit. Sed non modo licet reperire hoc, ſed etiam poſſumus aſſignare centrum æquilibrij cuiuſcunque eius partis conſtitutæ ex ſe-

ctione

ctione hyperbolæ linea, vel lineis diametro parallelis; & conſequenter centrum grauitatis talis partis duplicatæ. Explicabimus hoc in vna, ex huiuſque explicatione lector adnotabit modum in alijs exercendum. Intelligamus in ſequenti figura reperire centrum grauitatis portionis TOC, reſectæ linea TO, diametro BA, parallela. Quoniam ſupra in propoſit. 19. probatum fuit annulum ex figura mixta COPG, æqualem fore cylindro QS; communi addito fruſto conico GPRM, totum ſolidum CONL, erit æquale cylindro QS, & fruſto GPRM. Cum ergo ad modum ſuperiorum poſſimus reperire rationem, quam habet cylindrus TL, ad cylindrum QS, & ad ſegmentum conicum GPRM, ſimul; habebimus etiam rationem, quam habet cylindrus TL, ad ſolidum CONL. Hac habita, ſi ex ipſa ſubtrahamus rationem, quam habet dimidium IC, ſuppoſitam, ad figuram COIF; habebimus rationem, quam habet TI, ad interceptam inter I, & centrum æquilibrij figuræ COIF, in IT. Et conſequenter facile reperiemus centrum æquilibrij talis figuræ. Hoc inuento reperietur etiam centrum ęquilibrij portionis hyperbolę TOC, in TO; & conſequenter centrum grauitatis duplicatę TOC, ad partes TO. Ex quibus poſtea reliqua ſolita deduci, colligerentur. Hęc ergo, & ſimilia liceret reperire. Ex quibus paterent ea omnia, quę oſtendit Caualerius in loc. cit. propoſit. 36. & multo plura. Sed quia hęc

non



non reperiuntur niſi ex ſuppoſita quadratura, ideo reliquuntur. Sufficit enim nobis lectori indicare hęc nequaquam ignorari à nobis. Sicuti ſufficiet ipſi indicare nos poſſe habere centra grauitatis omnium cylindricorum exiſtentium ſuper hyperbola, & ſuper omnibus ipſius partibus, quarum inuenitur centrum grauitatis. Erit enim in medio lineæ iungentis centra grauitatis oppoſitarum baſium. Reli-

ctis

ctis ergo his, tranſeamus ad quadrandam parabolam duobus nouis modis.

PROPOSITIO XXIII.

Si ſemihyperbola cum ſibi circumſcripto parallelogrammo rotetur circa ſecundam diametrum. Tubus cylindricus ex parallelogrammo, erit ſeſquialter annuli lati ex ſemihyperbola.

SEmihyperbola ABC, cum ſibi circumſcripto parallogrammo AD, rotetur circa EF, ſecundam diametrum. Dico tubum cylindricum ADH, eſſe ſeſquialterum annuli lati ex ſemihyperbola ABC, circa EF, reuoluta. Quoniam tubus CBSH, eſt ad cylindrum AL, vt rectangulum HBA, ad quadratum EA; nempe vt rectangulum kAB, ad idem quadratum EA; & cylindrus AL, probatus eſt eſſe in propoſit. 21. ad ſolidum CBkL, vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB; vnde per conuerſionem rationis, eſt idem cylindrus AL, ad annulum ex ſemihyperbola ABC, circa EF, vt idem quadratum EA, ad exceſſum ipſius ſupra quadratum EB, & ſupra tertiam partem rectanguli kAB; ergo ex æquali, erit tubus cylindricus ADkL, ad talem annulum latum, vt rectangulum ABH, ad prædictum exceſſum. Sed quadratum EA, cum ſit æquale quadrato EB, & rectangulo kAB, excedit

illa plana duobus tertijs rectanguli k A B. Ergo tubus cylindricus A D K L, erit ad prædictum annulum, vt rectangulum K A B, ad duo tertia eiuſdem rectanguli; nempe in ratione ſeſquialtera. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XXIV.

Si recta linea A B, ſecetur in C, biſariam, & in D, E, æque remotè à C, eodemque modo in F, G. Rectangulum A G B, erit exceſſus rectanguli A E B, ſupra rectangulum F E G.

A F D C E G B

[———]———]———]———]———,———]

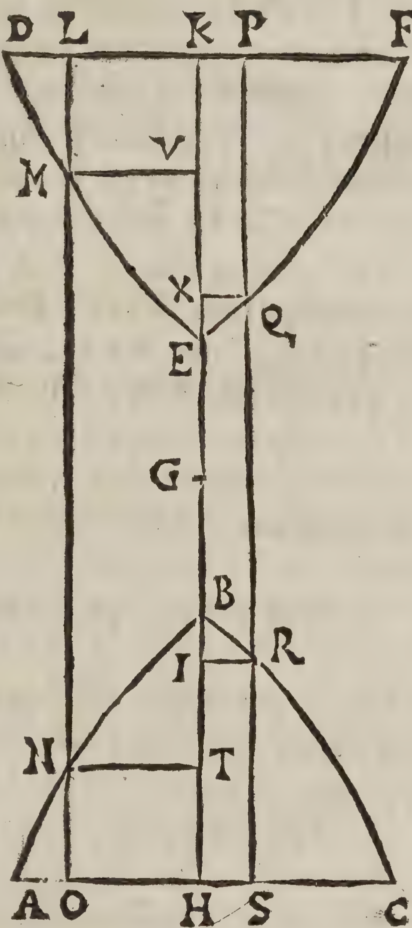
NAm rectangulum A E B, diuiditur in rectangulum A E G, & in rectangulum A E, G B. Pariter rectangulum A E G, diuiditur in rectangulum F E G, & in rectangulum A F, E G, ſeù B G F, quia A F ex hypotheſi, eſt æqualis G B. Ergo exceſſus rectanguli A E B, ſupra rectangulum F E G, eſt rectangulum A E, G B, cum rectangulo E G B; quæ duo rectangola ſunt æqualia rectangulo A G B. Quare patet propoſitum.

PROPOSITIO XXV.

Si in oppoſitis ſectionbus, quæ hyperbolæ appellantur ducantur lineæ lateri tranſuerſo parallelæ, occurrentes

æquali-

æqualibus ad diametros applicatis in ambabus hyperbolis. Rectangula ſub partibus ipſarum reſectarum ab eadem curua hyperbolæ erunt ad inuicem, vt rectangula ſub partibus ordinatim applicatæ ab ipſis ſectæ.



SInt oppoſitæ ſectiones hyperbolæ ABC, DEF, quarum latus tranſuerſum EB, & DF, AC, ſint æquales ordinatim applicatæ ad æquales diametros KE, BH, & ſint ductæ LO, PS, parallelæ kH. Dico rectangulum LNO, eſſe ad rectangulum PRS, vt rectangulum AOC, ad rectangulum ASC. Applicentur à punctis N, R, NT, RI, ordinatim ad diametrum; item à punctis M, Q ordinatim applicentur ad kE, MV, QX. Quoniam enim ex prim. conic. propoſit. 21. rectangulum EHB, ad

 rectan-

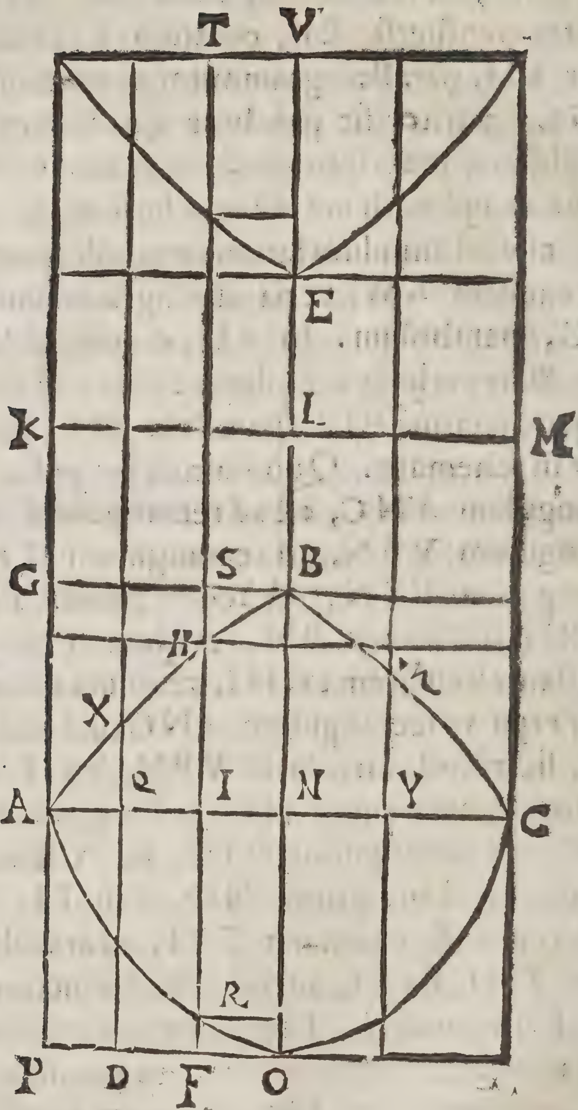
rectangulum E T B, eſt vt quadratum A H, ad quadratum N T, ſeù O H; & rectangulis E H B, E T B, ſunt æqualia rectangula K B H, V B T, quia k E, B H, & V E, B T, ſunt æquales; ergo erit vt rectangulum K B H, ad rectangulum V B T, ſic quadratum A H, ad quadratum H O. Ergo & per conuerſionem rationis, erit rectangulum K B H, ad exceſſum ipſius ſupra rectangulum V B T; nempe ex propoſit. anteced. ad rectangulum k T H, ſeù ad ei æquale L N O, vt quadratum A H, ad rectangulum A O C. Et conuertendo, erit rectangulum A O C, ad quadratum A H, vt rectangulum L N O, ad rectangulum K B H. Eodem modo oſtendetur eſſe rectangulum K B H, ad rectangulum P R S, vt quadratum A H, ſeù H C, ad rectangulum A S C. Quare ex æquali, erit rectangulum L N O, ad rectangulum P R S, vt rectangulum A O C, ad rectangulum A S C. Quod &c.

PROPOSITIO XXVI.

Parallelogrammum circumſcriptum parabolæ quadraticæ, eſt ad ipſam, vt tubus cylindricus ex gyratione parallelogrammi circumſcripti hyperbolæ circa ſecundam coniugatam diametrum, ad annulum latum ex reuolutione hyperbolæ circa eandem diametrum; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; dummodo baſes parabolæ, & hyperbolæ genitricis annuli proportionaliter ſecentur.

Eſto

ESto hyperbola ABC, cuius axis BN, diameter tranſuerſa EB, centrum L, ſecunda diameter kM, parallelogrammum ei circumſcriptum ſit GC: pariter ſit parabola quadratica AOC, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo PC. Dico tubum cylindricum ex reuolutione CG, circa kM, eſſe ad annulum latum ex reuolutione ABC, circa eandem KM, vt parallelogrammum PC, ad AOC, parabolam. In AC, communi baſi parabolæ, & hyperbolæ accipiatur arbitrariè punctum I, per quod agatur FIT, parallela OE, ſecans omnia vt in ſchemate. Quoniam ex propoſit. anteced. rectangulum ANC, eſt ad rectangulum AIC, vt rectangulum VBN, ad rectangulum THI; & vt rectangulum VBN, ad rectangulum THI, ſic armilla circularis ex BN, reuoluta circa KM, ad armillam circularem ex HI, reuoluta circa eandem KM; ergo vt rectangulum ANC, ad rectangulum AIC, ſic armilla circularis VBN, ſeù TSI, ad armillam circularem THI. Sed vt rectangulum ANC, ad rectangulum AIC, ſic ex ſchol. propoſitionis 22. libri primi NO, ſeù FI, ad IR. Ergo vt armilla circularis TSI, ad armillam circularem THI, ſic FI, ad IR. Sed punctum I, ſumptum fuit vtcunque. Ergo vt omnes armillæ circulares parallelæ armillæ VBN, ex parallelogrammo GC, reuoluto circa kM, ad omnes armillas circulares parallelas eidem VBN, ex hyperbola ABC, reuoluta circa eandem kM, ſic omnes lineæ parallelogram-



logrammi P C, parallelæ N O, ad omnes lineas parabolæ A O C, parallelas eidem O N. Nempe vt

tubus

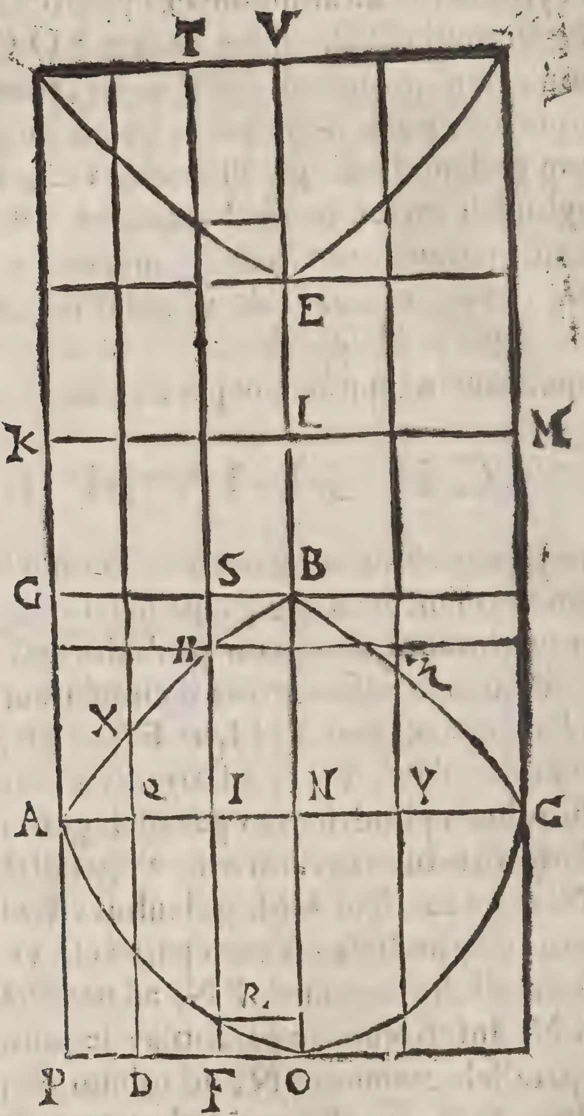
tubus cylindricus ad annulum ex hyperbola, ſic parallelogrammum P C, ad parabolam A O C.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari poſſe de partibus proportionalibus; nimirum eodem modo poteſt probari eſſe v. g. tubum cylindricum ex parallelogrammo I B, circa K M, ad partem annuli ex ſegmento hyperbolæ I H B N, circa eandem K M, vt parallelogrammum F N, ad ſegmentum parabolæ I R O N. Quare patet propoſitum in omnibus, & per omnia.

SCHOLIVM I.

Præſens propoſitio, quæ probata fuit per indiuiſibilium methodum breuiorem, probari quoque poteſt per methodum antiquam prolixiorem. Nam cum probatum ſit eſſe armillam circularem T S I, ad armillam circularem T H I, vt F I, ad I R; & cum ſit armilla circularis T S I, ad armillam circularem T H, ſic tubus cylindricus ex parallelogrammo S N, circa K M, ad tubum cylindricum ex parallelogrammo H N, circa eandem K M, qui tubus eſt inſcriptus in annulo ex hyperbola; & cum pariter ſit vt F , ad I R, ſic parallelogrammum F N, ad parallelogrammum R N, inſcriptum in parabola: ſequitur vt tubus ex parallelogrammo S N, ad tubum ex parallelogrammo H N, ſic eſſe parallelogrammum F N, ad parallelogrammum R N. Quare ſi A N, v. g. biſſecaretur, & hoc idem fieret de eiuſdem partibus,

& in



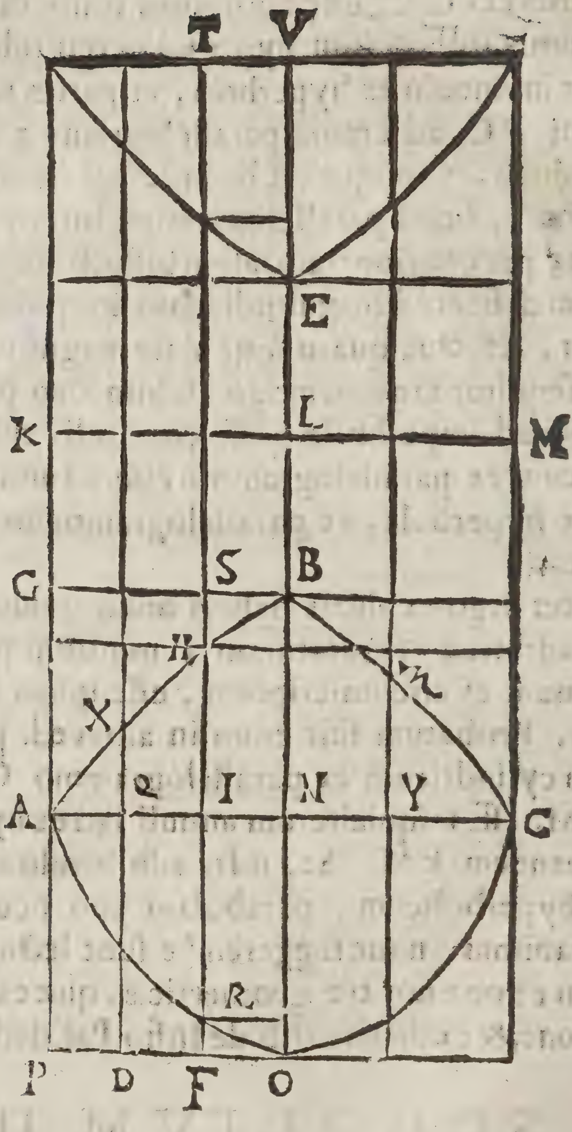
& in hyperbola, & parabola inſcriberentur paralle-
logramma; eodem modo probaremus partes tubi
cylin-

cylindrici ex GC, eſſe ad omnes tubos ex parallelogrammis inſcriptis in hyperbola, qui tubi inſcribuntur in annulo ex hyperbola, vt partes parallelogrammi PC, ad omnia parallelogramma inſcripta in parabola. Cumque, tubi inſcripti in annulo ex hyperbola, ſicuti parallelogramma inſcripta in parabola, per continuatam talem biſſectionem poſſint tandem deficere à magnitudinibus in quibus inſcribuntur, defectu, quacunque data magnitudine minori: ſequitur tandem modo archimedeo per deductionem ad impoſſibile poſſe concludi, tubum cylindricum ex parallelogrammo eſſe ad annulum latum ex hyperbola, vt parallelogrammum ad parabolam.

Patet ergo ex dictis haberi nouo modo parabolæ quadraticæ quadraturam; nimirum parallelogrammum ei circumſcriptum, eſſe ipſius ſeſquialterum. Probatum fuit enim in anteced. propoſit. tubum cylindricum ex parallelogrammo GC, circa kM, eſſe ſeſquialterum annuli lati ex hyperbola circa eandem kM. Sed infra adhibendo aliud ſolidum hyperbolicum, parabolam alio nouo modo quadrabimus; nunc ſuggerendæ ſunt lectori quamplurimæ nouæ notitiæ geometricæ, quæ ex hac propoſitione, & ex dictis in lib. de Infin. Par. deducuntur.

SCHOLIVM II.

Deducitur ergo ex dictis, & ad modum ſuperio-

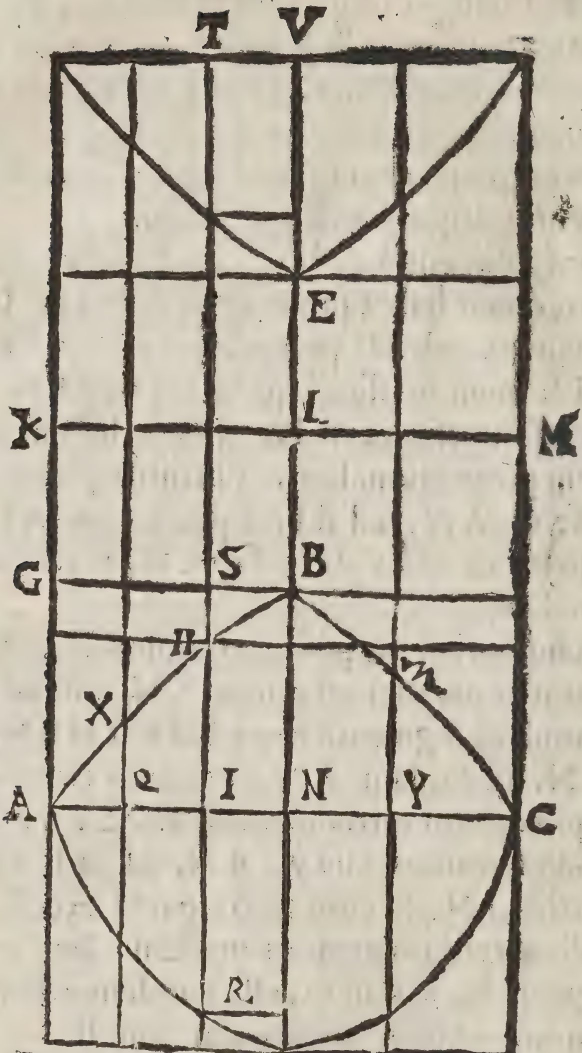


rum, parabolam A O C, & annulum latum prædi-
ctum ex hyperbola A B C, eſſe quantitates propor-
tiona-

tionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quot ergo nouæ notitiæ deducantur ex hac doctrina tam circa magnitudinem, quam circa grauitatem talis annuli lati, ex noſtro opere cit. vniſquiſque poteſt agnoſcere.

Ex propoſit. enim 9, lib. prim. agnoſcet quænam ſit ratio, quam habet tubus cylindricus ex G I, ad portionem annuli lati ex portione minori hyperbolæ A H I; nempe eſſe ad ipſum vt tres A N, ad exceſſum ipſarum ſupra A N, N I, & harum tertiam minorem proportionalem. Vel ſubtriplando terminos, eſſe vt A N, ad ſubſeſquialteram A I, cum tertia parte exceſſus I N, ſupra illam tertiam proportionalem.

Ex ſchol. prim. propoſit. 10. agnoſcet, tubum cylindricum ex parallelogrammo S N, eſſe ad portionem annuli ex ſegmento hyperbolæ I H B N, vt tripla A N, ad duplam A N, vna cum exceſſu ipſius ſupra prædictam tertiam proportionalem. Et ſubtriplando terminos, eſſe vt A N, ad A I, cum duobus tertijs I N, & cum tertia parte exceſſus I N, ſupra illam tertiam proportionalem. Imo ex ſchol. 3. cit. propoſit. agnoſcet, eſſe eundem tubum cylindricum ad eandem portionem annuli, vt triplum rectangulum T S I, ad duplum rectangulum T S I, cum rectangulo T H I. Et ſubtriplando terminos, vt rectangulum T S I, ad ſubſeſquialterum ipſius, cum tertia parte rectanguli T H I.



Ex ſchol. prim. propoſit. 12. agnoſcet rationem tubi cylindrici ex parallelogrammo SQ, ad ſegmen-

mentum annuli ex ſegmento intermedio ſemihyperbolæ QXHI.

Ex ſchol prim. propoſit. 13. agnoſcet rationem tubi ex parallelogrammo SC, ad portionem annuli ex portione maiori hyperbolæ IHBC.

Ex ſchol. propoſit. 14. agnoſcet rationem, quam habet tubus cylindricus ex parallelogrammo SY, ad ſegmentum annuli ex ſegmento intermedio IHBZY, intercipiente axim BN.

Sed portioni minori hyperbolæ AHI, intellecto circumſcripto parallelogrammo HA, agnoſcet ex propoſit. 15. tubum cylindricum ex parallelogrammo HA, eſſe ad portionem annuli ex portione AHI, vt tripla AN, cum tripla NI, ad duplam AN, cum vnica NI. Imo ex ſchol. eiuſdem propoſit. agnoſcet, tubum prædictum eſſe ad prædictam annuli portionem, vt IC ad dimidiam IC, cum ſexta parte IA.

Ex ſcholio propoſit. 17. agnoſcet rationem tubi cylindrici ex parallelogrammo HC, ad portionem annuli ex portione maiori IHBC. Ex eodem ſchol. etiam agnoſcet talem rationem eſſe, vt eſt AI, ad dimidiam AI, cum ſexta parte IC. Quare agnoſcet vniuerſaliter, quod tubus cylindricus ex altero parallelogrammorum HA, HC, ad portionem annuli ſibi correſpondentem eſſe, vt baſis reliquæ portionis hyperbolæ, ad ſui dimidiam, cum ſexta parte baſis portionis reuolutæ.

Ex propoſit. 18. agnoſcet rationem tubi ex paral-

lelogrammo HQ, circumſcripto ſegmento intermedio QXHI, ad ſegmentum annuli ex tali ſegmento intermedio.

Tandem ex ſchol. propoſit. 20. agnoſcet rationem ſegmenti annuli ex ſegmento IHBN, ad portionem annuli ex portione IAH. Qua agnita, non ignorabit rationem portionis annuli ex portione IHBC, ad prædictam portionem annuli ex portione AHI.

SCHOLIVM III.

Pariter, cum vt diximus, prædictus annulus latus ex hyperbola ſit quantitas proportionaliter analoga etiam in grauitate cum parabola quadratica; ex lib. 3. de Infin. Parab. agnoſcet lector centrum grauitatis quamplurium ſegmentorum prædicti annuli lati.

Ex ſchol. ergo 2. propoſit. 2. agnoſcet centrum grauitatis annuli ex ſemihyperbola ABN, ſic ſecare kL, vt pars terminata ad k, ſit ad partem terminatam ad L, vt 5. ad 3.

Ex ſchol. pri. propoſit. 14. agnoſcet centrum grauitatis in KL, portionis annuli ex portione minori AHI.

Ex ſchol. prim. propoſit. 16. agnoſcet centrum grauitatis ſegmenti annuli ex ſegmento IHBN. Hoc autem centrum etiam alio modo agnoſcet ex dictis in calce eiuſdem ſcholij.

Ex ſchol. prim. propoſit. 17. agnoſcet modum reperiendi

periendi centrum grauitatis ſegmenti annuli ex ſegmento intermedio QXHI. Quod etiam inueniet alio modo expreſſo in eodem ſcholio.

Ex ſchol. propoſit. 19. agnoſcet modum reperiendi centrum grauitatis portionis annuli ex portione maiori IHBC.

Tandem ex ſchol. propoſit. 21. agnoſcet modum reperiendi centrum grauitatis ſegmenti intermedij annuli ex ſegmento intermedio IHBZY, intercipiente axim BN.

Hæ ergo ſunt notitiæ geometricæ, quæ deducuntur ex anteced. propoſit. Quibus addenda eſt. Quod cum notatum ſit in ſchol. prim. propoſit. 8. lib. 4. Parabolam, ſphæram, ſphæroides, & exceſſum cylindri ſupra duos conos inuersè poſitos, quorum baſes oppoſitæ baſes cylindri, vertex verò medium punctum axis, eſſe magnitudines proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; ſequi ex dictis, his aſſociari annulum prædictum ex hyperbola.

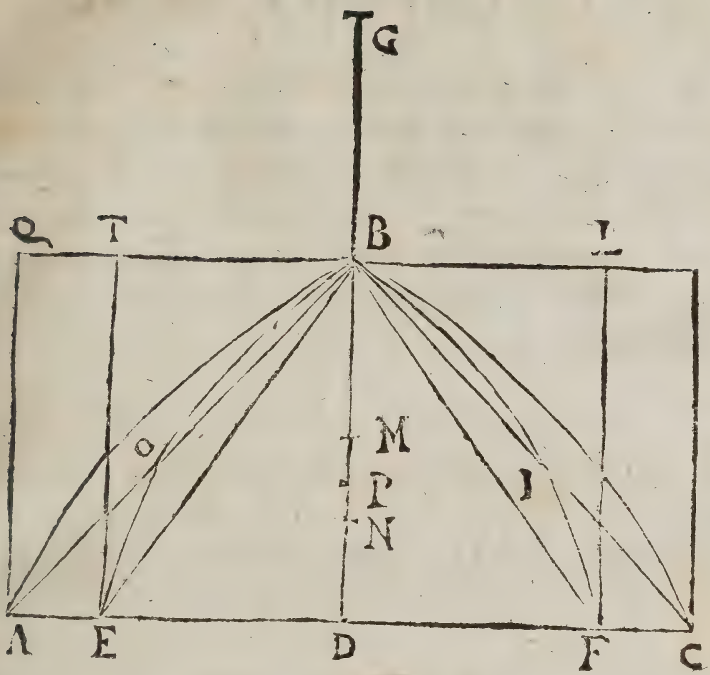
PROPOSITIO XXVII.

In ſchemate propoſit. quintæ, exceſſus cylindri circumſcripti conoidi hyperbolico ſupra cylindrum circumſcriptum conoidi parabolico, erit triplus exceſſus conoidis hyperbolici ſupra conoides parabolicum.

Conoi-

COnoidibus hyperbolico A B C, & parabolico E B F, ſint circumſcripti cylindri Q C, T F. Dico tubum cylindricum Q E L C, triplum eſſe exceſſus conoidis A B C, ſupra conoides E B F. Quoniam enim cylindrus Q C, eſt ad cylindrum T F, vt quadratum A D, ad quadratum D E; nempe ex hypotheſi, vt D G, ad G B; ergo per conuerſionem rationis & conuertendo, erit tubus cylindricus Q E L C, ad cylindrum Q C, vt B D, ad D G. Sed ex propoſit. 5. 7. & 11. cylindrus Q C, eſt ad conoides A B C, vt D G, ad dimidium B G, cum tertia parte D B: ergo ex æquali, erit tubus Q E L C, ad conoides A B C, vt D B, ad dimidiam G B, cum tertia parte D B. Rurſum, quoniam diuidendo, eſt tubus Q E L C, ad cylindrum T F, vt rectangulum A E C, ad quadratum E D, nempe ex hypotheſi, vt D B, ad B G, & conoides E B F, eſt dimidium cylindri T F, vt oſtendimus præcipuè in lib. 2. propoſit. 15. Ergo tubus Q E L C, erit ad conoides E B F, vt D B, ad dimidiam G B. Sed erat ad totum conoides A B C, vt eadem D B, ad dimidiam G B, cum tertia parte D B. Ergo Q E L C, erit ad reliquum, nempe ad differentiam conoideorum, vt D B, ad ſui tertiam partem; nempe erit triplus talis exceſſus. Quod erat oſtendendum.

ALI-



ALITER.

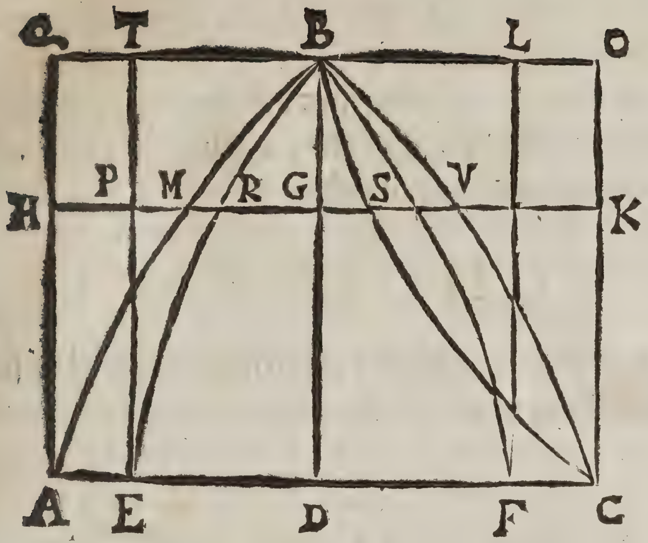
Quoniam tam totus cylindrus QC, eſt triplus totius coni ABC, quam ablatus cylindrus TF, eſt triplus ablati coni EBF (inſcriptis prius conis in conoidibus); ergo & reliquus tubus QELC, triplus erit reliqui; nempe differentiæ conorum. Sed ex propoſit. 4. differentia conorum eſt æqualis differentiæ conoideorum. Ergo tubus erit etiam triplus differentiæ conoideorum. Quod &c.

PROPOSITIO XXVIII.

Exceſſus cylindri circumſcripti conoidi hyperbolico ſupra cylindrum circumſcriptum conoidi parabolico ſæpe explicato, eſt ad differentiam conoideorum, vt parallelogrammum circumſcriptum trilineo quadratico ad ipſum, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; ſi diametri trilinei, & conoidis ſecentur proportionaliter.

SInt ergo conoidea hyperbolicum ABC, & parabolicum EBF, vt ſæpe dictum eſt, cum circumſcriptis cylindris QC, TF, & inſuper ſit ſemiparabola BCO, cuius diameter OB, baſis OC, & parallelogrammum ei circumſcriptum ſit DO, adeovt DBC, ſit trilineum quadraticum, cuius diameter DB. Dico tubum cylindricum QELC, eſſe ad differentiam conoideorum, vt parallelogrammum DO, ad trilineum BDC, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Sumatur in DB, diametro arbitrariè punctum G, per quod in ſolidis intelligatur tranſire planum HK, plano AC, parallelum, ſecans tubum in P, conoides hyperbolicum in M, & parabolicum in R: item in parallelogrammo ducatur GK, parallela DC, ſecans curuam parabolicam in S. Quoniam ex propoſit. 3. rectangulum AEC, eſt ad rectangulum MRV, vt quadratum DB, ad

quadra-



quadratum B G; & vt rectangulum A E C, hoc eſt rectangulum H P k, ad rectangulum M R V, ſic armilla circularis H P k, ad armillam circularem M R V: ergo vt armilla circularis H P k, ad armillam circularem M R V, ſic quadratum D B, ad quadratum B G. Sed ex natura parabolæ quadraticæ, eſt etiam vt quadratum D B, ad quadratum B G, ſic D C, ſeù K G, ad G S. Ergo & vt armilla H P k, ad armillam M R V, ſic k G, ad G S. Cum verò punctum G, ſumptum ſit ad libitum; ergo vt omnes armillæ tubi cylindrici Q E L C, parallelæ armillæ A E C, ad omnes armillas differentiæ conoideorum, parallelas A E C, ſic omnes lineæ parallelogrammi D O, parallelæ D C, ad om-

 nes

nes lineas trilinei CDB, parallelas itidem DC; nempe vt tubus ad differentiam, ſic parallelogrammum ad trilineum.

Cum vero quod oſtenſum eſt de totis, pateat poſſe eodem modo probari de partibus proportionalibus, ideo patet propoſitum.

SCHOLIVM I.

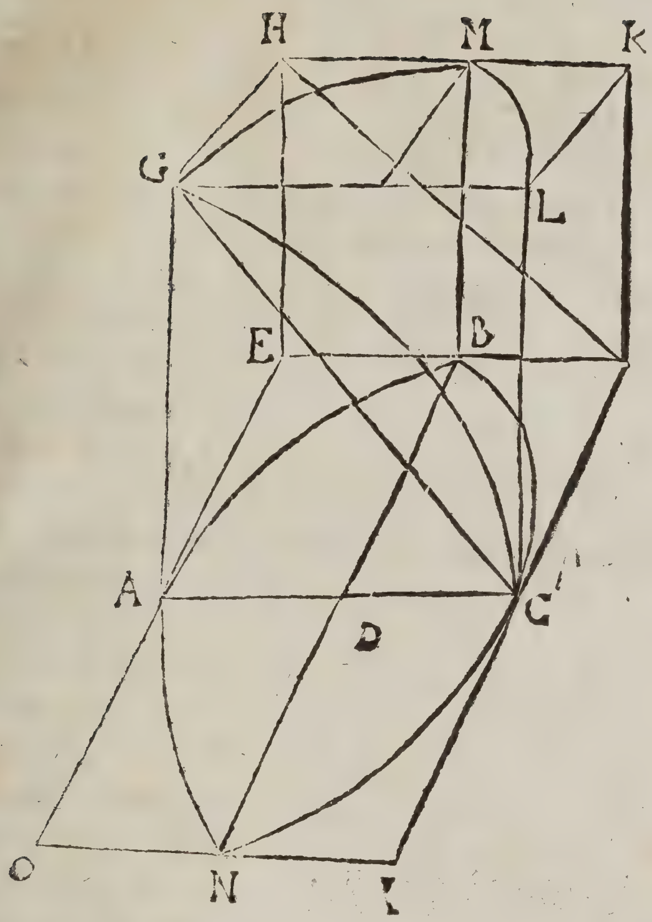
Patet ergo quomodo adhibito etiam alio ſolido hyperbolico, nempe differentia conoideorum, poſſimus quadrare parabolam. Cum enim ex propoſit. anteced. tubus cylindricus QELC, ſit triplus differentiæ conoideorum; etiam parallelogrammum triplum erit trilinei; & conſequenter ſeſquialterum ſemiparabolæ.

Inſuper patet, quod cum in ſchol. 2. propoſit. 18. probatum ſit, conum, trilineum quadraticum, exceſſum cylindri circumſcripti hemiſphærio, & hemiſphæroidi, & exceſſum tubi cylindrici ſuper annulum latum ex hyperbola circa ſecundam diametrum, eſſe quantitates proportionaliter analogas, patet inquam, his pro ſexta addi differentiam conoideorum prædictam.

SCHOLIVM II.

In propoſit. 11. lib. 2. de Infinit. Parab. cuius [illegible] s, quod ſi ſint

duæ



duæ quælibet figuræ ABC, AEFC, ſupra eadem baſi AC, & circa communem axim BD; ſintque hæ talis naturæ, vt ipſis duplicatis ad partes AC, hæc euadat communis axis ambarum figurarum; probauimus inquam, intellectis ambabus figu-

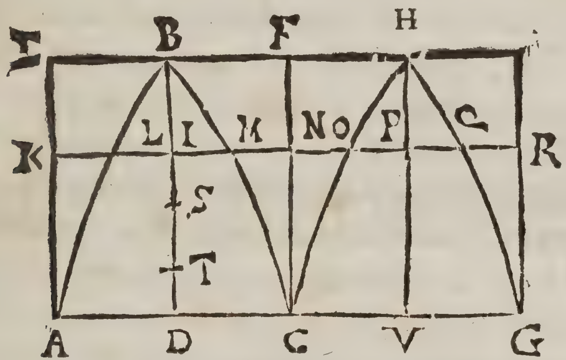
ris

ris gyrari circa parallelam ipſi B D, ductam per punctum C, quæ ſit v.g. C F, ſolidum rotundum ortum ex figura A E F C, eſſe ad ſolidum rotundum ex figura A B C, vt figura A E F C, ad figuram A B C. Hoc probauimus medijs truncis ſiniſtris cylindricorum rectorum ſupra figuris exiſtentium, vt loco cit. poteſt conſpici. Ex hac vniuerſali propoſitione deduximus ibidem quamplurima corollaria; quibus poteſt aggregari, quod ſi A B C, eſſet hyperbola, & E C, eſſet parallelogrammum ipſam circumſcribens, & haberetur quadratura hyperbolæ, nequaquam ignoraretur ratio cylindri ex E C, circa C F, ad annulum ſtrictum ex hyperbola A B C, circa C F. Verum illa propoſitio poteſt vniuerſalius proponi; non ſolum enim illud verum eſt; ſed etiam verificatur, quod ſi illæ duæ figuræ rotentur circa parallelam ipſi C F, ſed extra figuras ductam, adeovt ex figuris ciatis generentur annuli lati: nihilominus annulum latum ex A E F C, ad annulum latum ex A B C, eſſe vt figura A E F C, ad figuram A B C. Hoc poſſet probari medijs ijſdem truncis, & hoc pacto liceret ampliare doctrinas de truncis in illo opere expoſitas; ſed de his forſan aliquando. In præſenti probabimus medijs ad noſtrum inſtitutum magis accomodatis, ſequentem propoſitionem vt ex huius cognitione inquiramus centra grauitatis infinitorum annulorum, vt infrà patebit.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Si ſuper eadem baſi & circa eandem diametrum ſint quælibet figura & parallelogrammum ipſam circumſcribens. Cylindrus ex parallelogrammo ad ſolidum ex figura, reuolutis ambobus circa parallelam diametro ductam vel per extremitatem baſis, vel extra baſim, erit vt parallelogrammum ad figuram.



SVper eadem baſi AC, & circa eandem diametrum BD, ſint quælibet figura ABC, & parallelogrammum EC, ipſam circumſcribens & intelligamus ambas figuras prius rotari circa FC. Dico cylindrum EG, eſſe ad ſolidum ex figura ABC, circa eandem FC, quod ſit ABCHG, vt EC, ad ABC. Accipiatur in BD, arbitrarè punctum I, per quod intelligantur tranſire in figuris linea KN, AC, parallela, in ſolidis verò

pla-

planum KN, item AG, parallelum. Quoniam enim vt kN, ad LM, ſic (ſumpta NR, communi altitudine) rectangulum kNR, ad rectangulum ſub LM, & ſub NR; & NR, eſt æqualis MQ, quia MN, eſt æqualis tam NO, quam QR, vndè etiam rectangulum ſub LM, & ſub NR, eſt æquale rectangulo LMQ. Ergo etiam vt kN, ad LM, ſic rectangulum kNR, ad rectangulum LMQ. Sed vt rectangulum kNR, ad rectangulum LMQ, ſic circulus, kNR, ad armillam circularem LMQ. Ergo & vt KN, ad LM, ſic circulus KNR, ad armillam circularem LMQ. At punctum I, ſumptum eſt vtcunque. Ergo & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Ergo vt omnes lineæ figuræ EC, AC, parallelæ ad omnes lineas figuræ ABC, item AC, parallelas, ſic omnes circuli ſolidi EG, circulo AG, paralleli ad omnes armillas ſolidi ABCHG. Ergo & vt figura ad figuram, ſic ſolidum ad ſolidum.

Sed ſupponamus figuras prædictas rotari circa ST, poſitam vltra C, ipſi BD, parallelam, adeo vt ex figuris generentur tubus cylindricus, & annulus latus vt in ſequenti ſchemate. Dico nihilominus eſſe EC, ad figuram ABC, vt tubus ECY, ad annulum ex figura ABC. Nam accepto vt prius, puncto I, arbitrariè, factiſque ijſdem, concludemus eodem modo eſſe vt KN, ad LM, ſic rectangulum KNR, ad rectangulum LMQ; nempe



pe ſic armillam circularem k N R, ad armillam circularem L M Q. Quare eodem modo concludemus eſſe figuram E C, ad figuram A B C, vt ſolidum ex E C, circa S T, ad ſolidum ex figura A B C, circa eandem T S. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Cum præſens propoſitio ſit propoſita in tanta vniuerſalitate, adeovt comprehendat infinitas figuras circa diametrum, & infinitis modis diuerſificatas, impoſſibile videtur poſſe ipſam oſtendi in tali vniuerſalitate vnica conſtructione niſi per indiuiſibilia. Modo etiam archimedeo probari poteſt, ſed in caſibus particularibus, & conſtructionibus proprijs, vt quilibet poterit experiri.

Ex hac autem vniuerſaliſſima propoſitione, ea omnia, quæ ſunt deducta in corollarijs propoſit. cit. in opere de infinit. parab. circa varia ſolida annulorum

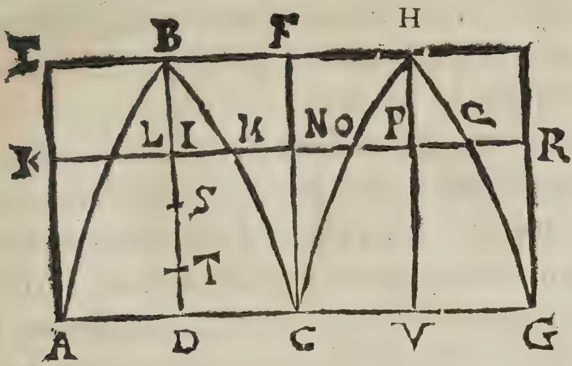
N ſtri-

ſtrictorum ex varijs figuris genitorum, poſſunt deduci etiam in infinitis ſolidis annulorum latorum; quæ autem ea ſint, inſpiciatur ibidem. Nos enim in præſenti non manifeſtabimus niſi infinitorum annulorum tam ſtrictorum, quam latorum centra grauitatis. Nam facili negotio ex dictis in lib. 4. infinit. parab. agnoſcemus figuras prædictas eſſe quantitates proportionaliter analogas cum ſuis annulis, tam ſtrictis, quam latis. V. g. facile agnoſcemus figuram A B C, eſſe quantitatem proportionaliter analogam tam cum annulo ſtricto A B C H G, in prima figura, quam cum annulo lato ex eadem A B C, in ſecunda figura. Quare etiam duo annuli ex eadem figura, nempe & ſtrictus, & latus erunt quantitates proportionaliter analogæ tam in magnitudine, quam in grauitate. Sequitur ergo nos habere centra grauitatis omnium illorum annulorum tam ſtrictorum, quam latorum, quorum figurarum genitricium ſupra explicatarum, habemus centrum grauitatis.

Si ergo ſupponamus A B C, eſſe parallelogrammum veluti E C, quod rotetur vel circa ſuum latus F C, vel circa T S, ei parallelum (quod ſemper intelligendum erit in dicendis imposterum, ne cogamur idem cum lectorum tędio repetere) centrum grauitatis cylindri, vel tubi cylindrici, ſecabit F C, vel T S, in ea ratione, in qua ſecat B D, centrum grauitatis parallelogrammi.

Si verò ſupponamus A B C, nobis repræſentare infinitas parabolas, habebimus centrum grauitatis

infi-



infinitorum annulorum ex ipſis ſic ſecare FC, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, in primo annulo ex prima parabola vt 2. ad 1. In ſec. vt 3. ad 2. in tertio vt 4. ad 3. & ſic in infinitum. Ratio eſt, quia ex ſchol. prim. propoſit. 2. lib. 2. habemus centrum grauitatis infinitarum parabolarum ſic ſecare BD.

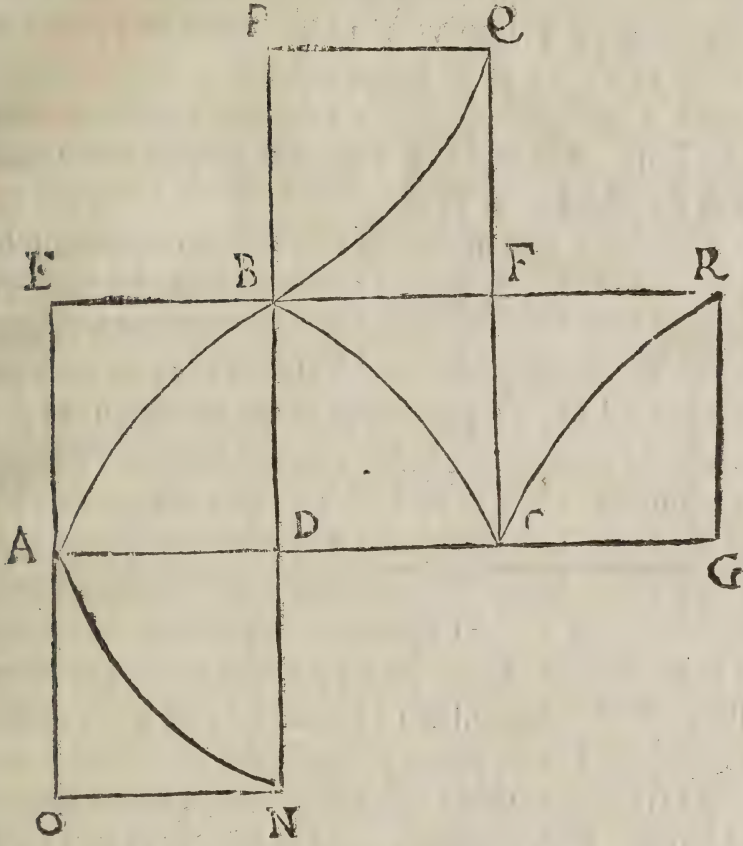
Si autem ſupponamus ABC, eſſe quamlibet infinitarum parabolarum, & EC, eſſe parallelogrammum infinitis parabolis circumſcriptum. Habebimus centrum grauitatis infinitorum annulorum ortorum ex reuolutione exceſſuum infinitorum parallelogrammorum ſupra infinitas parabolas. Hoc autem centrum grauitatis ſic ſecabit FC, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, vt numerus annuli vnitate auctus, ad triplum numerum annuli vnitate auctum. V.g. in primo annulo vt 2. ad 4. In ſecundo, vt 3. ad 7. In tertio vt 4. ad

10. & ſic in infinitum. Ratio eſt, quia ex ſchol. propoſit. 8. eiuſdem libri centrum grauitatis exceſſus parallelogrammi E C, ſupra parabolam ſic ſecat ipſam B D.

Sed ſupponentes A B C, eſſe vel ſemicirculum, vel ſemiellipſim, vel circuli, aut ellipſis portionem, vel etiam hyperbolam. Habebimus centrum grauitatis annulorum talium figurarum, ſed ſuppoſita figurarum quadratura. Hæc autem patent vera eſſe partim ex dictis in lib. 3. vbi in propoſit. 24. aſſignauimus centrum grauitatis ſemicirculi; & in ſchol. prim. propoſit. 25. omnium ipſius portionum; & in propoſit. vltima lib. 4. in qua aſſignauimus centrum grauitatis omnium partium ellipſis; partim ex dictis in propoſit. 22. huius, & in ſcholio eiuſdem, vbi aſſignauimus centrum grauitatis hyperbolæ. Imo ſi in ſchemate illius propoſitionis, intelligamus exceſſum parallelogrammi G C, ſupra hyperbolam A B C, rotari vel circa H C, vel circa ipſi parallelam extra parallelogrammum: ex dictis ibidem, agnoſcetur centrum grauitatis annulorum genitorum.

Exiſtimantes autem A B C, eſſe cycloidem primariam; placitis Torricellij in lib. 1. de motu grau. ſchol. propoſit. 8 annuentes, intelligemus centrum grauitatis annuli ex cycloide ſic ſecare F C, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, vt 7. ad 5.

Sed accipiamus ſchema ſequens, in quo intelligamus ſemiparabolam B A D, duplicari ad partes baſis



baſis A D, adeo vt hæc euadat communis axis duarum ſemiparabolarum ſimul coniunctarum, hancque figuram intelligamus rotari vel circa O N, vel circa parallelam A D, extra figuram: centrum grauitatis productorum annulorum ita ſecabit O N, vel illi parallelam &c. vt pars terminata ad O, ſit ad

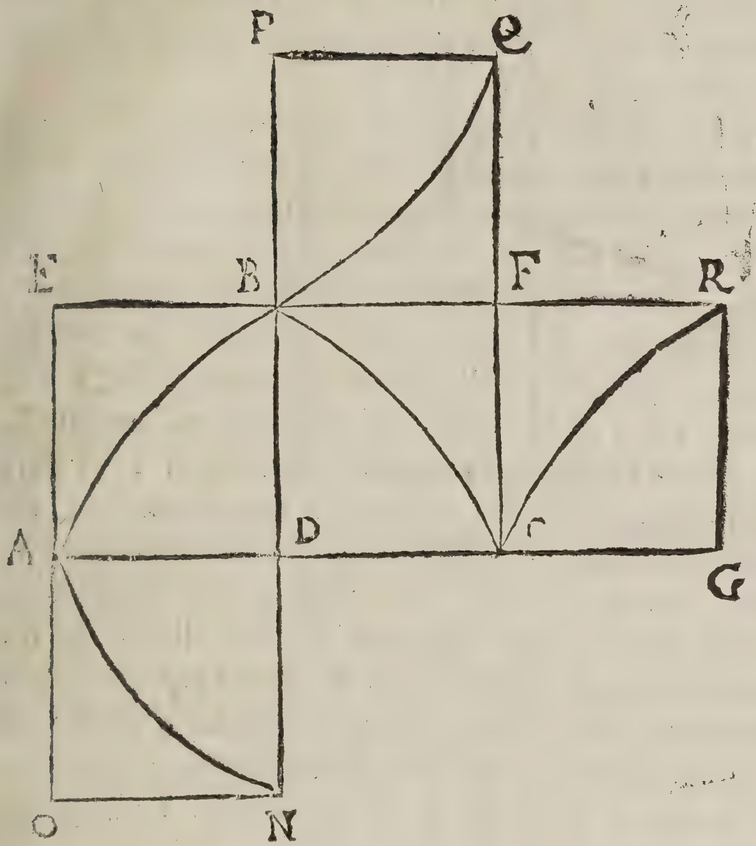
partem

partem terminatam ad N, vt numerus annuli auctus ternario ad numerum annuli auctum vnitate. Nimirum in primo vt 4. ad 2. In ſec. vt 5. ad 3. In tertio vt 6. ad 4. & ſic in infinitum. Ita enim ex ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. centrum æquilibrij ſemiparabolæ ABD, ſeù centrum grauitatis figuræ NAB, diuidit AD.

Prædictæ autem figuræ circumſcripto parallelogrammo EN, & figura conſtante ex duobus trilineis NOABE, reuoluta prædicto modo: centrum grauitatis ſolidi geniti ſic ſecabit ON, vt pars terminata ad O, ſit ad partem terminatam ad N, vt vnitas ad numerum annuli vnitate auctum. Nempe in primo vt 1. ad 2. In ſec: vt 1. ad 3. In tertio vt 1. ad 4. Et ſic in infinitum. Ratio eſt quia centrum grauitatis talium trilineorum ſimul coniunctorum ſic diuidit AD, vt centrum æquilibrij vnius v. g. AEB, diuidit EB. At ex ſchol. prim. propoſit. 2. lib. 3. EB, in prædicta ratione ſecatur à tali centro æquilibrij. Quare patet propoſitum.

At ſi ſemiparabola quælibet intelligatur duplicari ad partes BF, vt figura conſtans ſit CDBQP, & & hæc rotetur vel circa DC, vel circa ipſi parallelam. Centrum grauitatis ſolidi geniti ſecabit pariter DC, vt pars terminata ad C, ſit ad partem terminatam ad D, vt numerus annuli ternario auctus, ad numerum annuli vnitate auctum. Nempe vt 4, ad 2. vt 5. ad 3. &c. Item ſi trilineum CBQ, ſic rotetur; DC, ſic ſecabitur vt pars terminata ad D,

ſit ad

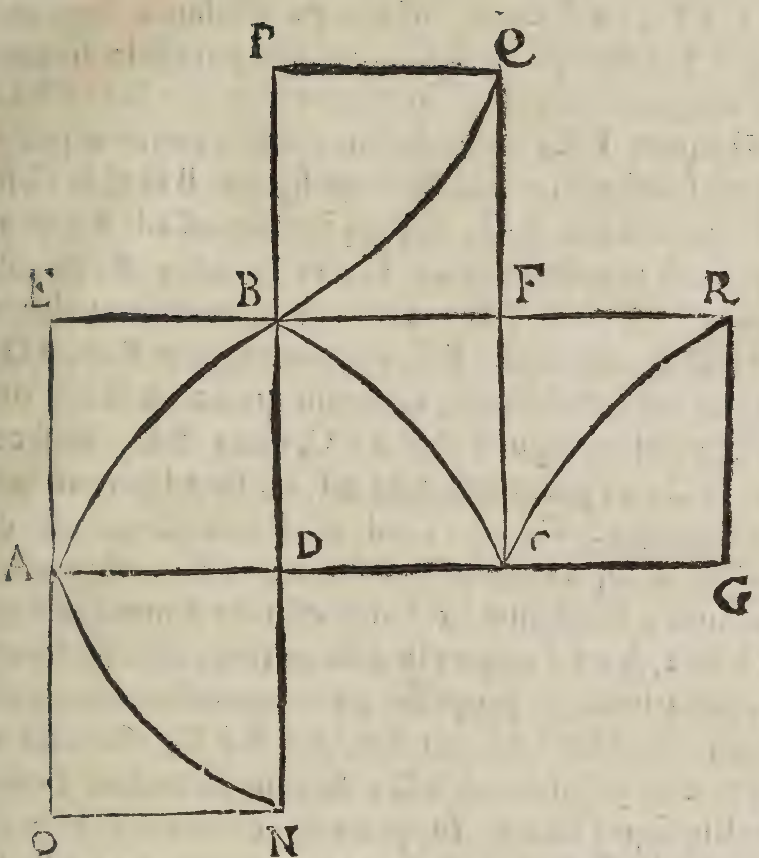


ſit ad partem terminatam ad **C**, vt numerus annuli vnitate auctus, ad vnitatem. Ratio eſt quia eodem modo ſecatur A D, à centro grauitatis figuræ N A B, ſicuti ſecatur B F, à centro grauitatis figuræ D C B Q P; ita tamen vt homologi termini extremi ſint A, & F; D, & B. Item eodem modo

modo ſecatur A D, à centro grauitatis figuræ O N A B E, ſicuti ſecatur B F, à centro grauitatis figuræ C B Q; exiſtentibus pariter homologis punctis extremis A, F; D, B.

Cum verò eodem etiam modo ſecetur B D, à centro grauitatis figuræ A B C, ſicuti ſecatur F C, à centro grauitatis duplicatæ ſemiparabolæ D B C, in B D C R G: pariter cum eodem modo ſecetur B D, à centro grauitatis trilineorum A E B F C, ſicuti ſecatur F C, à centro grauitatis ipſius B C R; ſequitur quod ſi intelligamus figuram B D C R G, rotari circa R G, &c. intelligemus pariter R G, ſic diuidi à centro grauitatis geniti ſolidi, vt pars terminata ad R, ſit ad partem terminatam ad G, vt numerus annuli vnitate auctus, ad numerum annuli. Nempe vt 2. ad 1. vt 3. ad 2. &c. Item ſi intelligamus ſic rotari figuram B C R; R G, ſic ſecabitur vt pars terminata ad R, ſit ad partem terminatam ad G, vt numerus annuli vnitate auctus ad triplum numerum annuli vnitate auctum. Nempe vt 2 ad 4. vt 3 ad 7. vt 4. ad 10. Et ſic in infinitum.

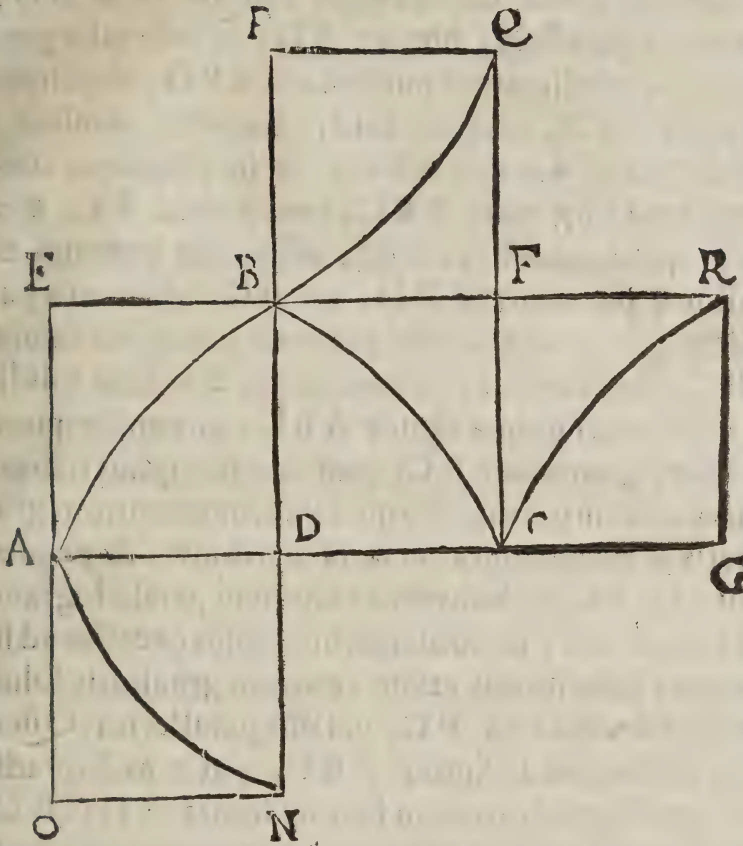
Quæ autem dicta ſunt ſupra de parabola quatuor modis diſpoſita, quantum ad aſſignationem centrorum grauitatis ſolidorum rotundorum ex ipſa genitorum, patet poſſe etiam applicari ſuo modo ſolidis genitis ex reuolutione portionum circuli, & ellipſis, item ſemihyperbolæ ſic diſpoſitarum. Sed quodnam ſit tale centrum relinquimus lectori conſideran-



derandum. Præcipuè quia centra grauitatis figurarum genitricium non habentur niſi ſuppoſita ipſarum figurarum quadratura. Non ſic relinquemus conſiderandum lectori, in quo puncto ipſius FC, vel ipſi parallelæ, ſit centrum grauitatis ſolidi geniti ex exceſſu parallelogrammi EC, ſupra ſuppoſitam

cycloidem primariam ABC, reuoluto vel circa FC, vel circa dictam parallelam: Item in quo puncto ipſius RG, vel ipſi parallelæ ſit centrum grauitatis duplicatæ ſemicycloidis BDCRG, ad partes FC: ſed admonebimus, centrum grauitatis ſolidi orti ex reuolutione figuræ BDCRG, ſic ſecare dictam RG, vt pars terminata ad R, ſit ad partem terminatam ad G, vt 7. ad 5. Ratio eſt, quia ita diuidit BD, centrum grauitatis cycloidis ABC, ſicuti diuidit FC, centrum figuræ BDCRG. Item admonebimus, centrum grauitatis ſolidi orti ex gyratione figuræ AEBFC, circa FC, ſic ſecare FC, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, vt 1. ad 3. Ratio eſt quia ſic diuidit BD, centrum grauitatis prædictæ figuræ reuolutæ. Nam cum ex Torricellio de dimenſione cycloidis, & ex Tacquet in diſſertatione de circulorum volutationibus propoſit. 20. demonſtratione nunquam ſatis laudata, conſtet, AEBFC, eſſe tertiam partem cycloidis ABC; & cum ex eodem Torricellio ſupra citato, ſupponamus centrum grauitatis cycloidis ſic ſecare BD, vt pars terminata ad B, ſit ad partem terminatam ad D, vt 7. ad 5; & pariter cum medium punctum BD, ſit centrum grauitatis totius parallelogrammi EC, nempe centrum grauitatis parallelogrammi relinquat hinc inde 6, partes, quarum BD, ſupponitur 12; lector in doctrinis Archimedis exercitatus facile agnoſcet, centrum grauitatis prædicti exceſſus ſic ſecare BD, vt pars

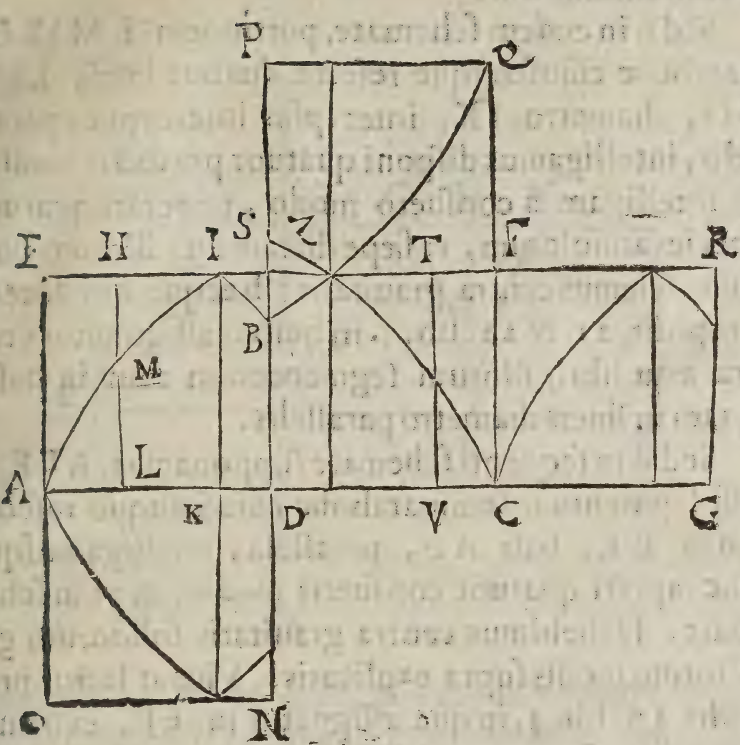
ter-



terminata ad B, ſit ad partem terminatam ad D, vt 3. ad 9. ſeù vt 1. ad 3. Lector autem ſic edoctus facile agnoſcet etiam centrum grauitatis figuræ BCR, reuolutæ circa RG, &c. ſic ſecare RG, vt pars terminata ad R, ſit ad partem terminatam ad G, vt 1. ad 3.

Supponamus autem A B D, eſſe portionem minorem parabolæ cuiuſcunque reſectæ linea B D, diametro parallela, adeovt A D, ſit baſis talis portionis; & intelligamus portionem A B D, duplicari ad partes B D, adeo vt B D, diametro parallela, euadat axis figuræ A B C; & intelligamus conſueto modo figuram A B C, rotari circa F C, &c. Ex propoſit. 15. lib. 3. in qua aſſignatur centrum æquilibrij portionis A B D, in B D, diametro parallela, & conſequenter centrum grauitatis figuræ A B C, habebimus centrum grauitatis talis ſolidi. Si vero intelligamus figuræ A B C, circumſcriptum parallelogrammum E C; cum exceſſus ipſius habeamus centrum grauitatis, quia habemus centrum grauitatis & parallelogrammi, & portionis, & ex propoſit. 15. lib pri. habemus rationem parallelogrammi ad figuram, & conſequenter illius exceſſus ad figuram; habebimus etiam centrum grauitatis ſolidi ex illo exceſſu circa F C, vel illis parallelam. Quod vero dictum eſt de figura A B C, patet ex ſupradictis intelligendum etiam fore de figura B D C R G. Sed ſi talis figura intelligeretur duplicata ad partes A D, adeovt baſis D A, euadat axis figuræ N A B. Ex propoſit. 14. lib. 3. habebimus centrum grauitatis annulorum ex N A B, circa O N, vel illi parallelam. Idemque intelligendum eſt ſi figura intelligeretur duplicata vt C D B Q P.

Si vero in ſequenti figura, portio maior A I B D, parabolæ cuiuſcunque, cuius baſis A D, intelligatur



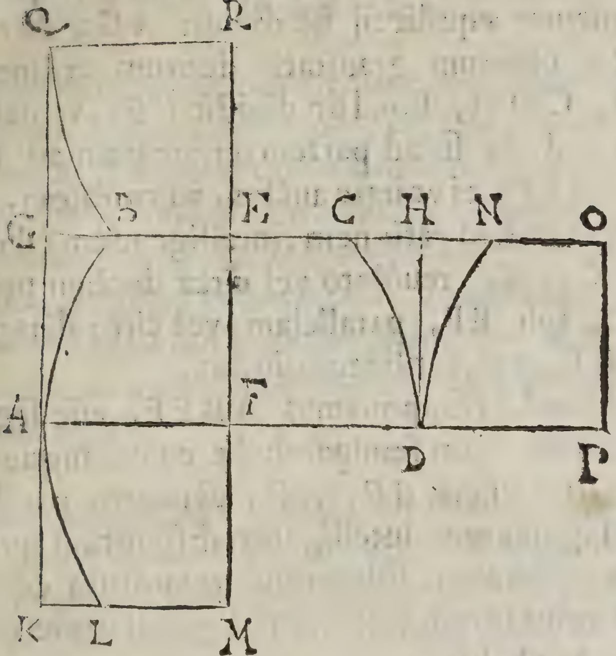
tur duplicata quatuor modis ſupra dictis, & intelligamus generari ſolida prædicta; nihilominus ipſorum ſolidorum habebimus centra grauitatis. Ratio eſt quia in propoſit. 19. & 20. lib. 3. habemus centra æquilibrij maioris portionis parabolæ cuiuſcunque reſectæ linea diametro parallela, tam in prædicta linea diametro parallela, quam in baſi. Vndè etiam habemus centra grauitatis duplicatæ portionis qua-

tuor illis modis; & conſequenter centra grauitatis illorum annulorum.

Sed ſi in eodem ſchemate, portionem L M I B D, parabolæ cuiuſcunque reſectæ duabus lineis L M, B D, diametro I K, inter ipſas interceptæ, parallelis, intelligamus diſponi quatuor prædictis modis, & intelligamus conſueto modo, generari quatuor ſpecies annulorum, vt ſæpe dictum eſt: illorum omnium ſciemus centra grauitatis; hæcque nos docent propoſit. 21. & 22. lib. 3. in quibus aſſignantur centra æquilibrij illorum ſegmentorum tam in baſi, quam in lineis diametro parallelis.

Sed ſi in ſequenti ſchemate ſupponamus A B E F, eſſe ſegmentum ſemiparabolæ cuiuſcunque reſectæ linea B E, baſi A F, parallela, intelligamuſque hoc aptari quatuor conſuetis modis, & vt in ſchemate. Habebimus centra grauitatis ſolidorum genitorum modis ſupra explicatis: Videat lector propoſit. 10. lib. 3. in qua aſſignatur in E F, centrum grauitatis ſegmenti A B C D; & propoſit. 11. in qua aſſignatur centrum æquilibrij ſegmenti ABEF, in baſi A F.

Sed ſupponamus F A B E, eſſe vtique ſegmentum ſemiparabolæ cuiuſcunque, ſed ſic diſpoſitæ vt A F, ſit diameter, & B E, parallela diametro, adeovt F A B E, ſit ſegmentum ad diametrum, quod intelligatur duplicatum quatuor modis vt in ſchemate. Solidorum genitorum conſueto modo ex figuris ſic diſpoſitis habebimus centra grauitatis. Quia in pro-



propoſit. 15. & 16. libri 3. habemus centra æquilibrij ſegmenti ad diametrum parabolæ cuiuſcunque, tam in baſi, quam in linea diametro parallela. Solum videtur nobis lectorem admonendum, circumſcriptis figuris parallelogrammis; ſolidum ex exceſſu parallelogrammi GD, ſupra figuram ABCD, haberetale centrum grauitatis, quod ſic ſecet DH, FE, parallelam, vt pars terminata ad D, ſit ad partem terminatam ad H, vt numerus annuli vnitate auctus ad vnitatem. V.g. in primo, vt 2. ad 1. In ſecundo vt 3. ad 1. Et ſic in infinitum. Ratio eſt quia AGB, eſt trilineum

ſimile

ſimile toti trilineo totius ſemiparabolæ, in quo pariter centrum æquilibrij ſic diuidit AG; & conſequenter centrum grauitatis duorum trilineorum AGB, CDH, ſimul ſic diuidit FE, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad E, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem. Idem propter eandem rationem, intelligendum eſt de trilineo CDN, reuoluto vel circa ductam per N, ſeù C, ipſi EF, parallelam, vel circa alias parallelas EF, extra trilineum ductas.

Sed tandem ſupponamus ABEF, eſſe ſegmentum intermedium ſemiparabolæ cuiuſcunque reſectæ duabus lineis BE, AF, diametro parallelis, quod ſegmentum intelligatur diſpoſitum quatuor modis. Omnium ſolidorum genitorum conſueto modo nobis innoteſcent centra grauitatis ex propoſit. 17. & 18. lib. 3.

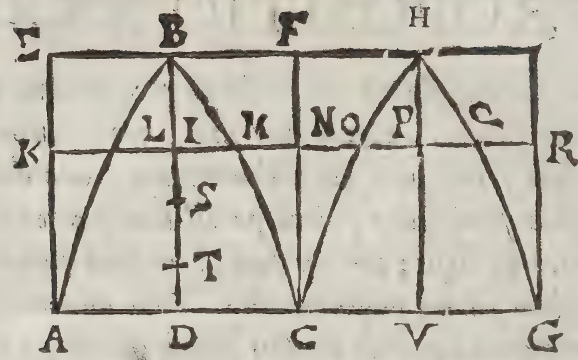
Quot igitur ſolidorum habeantur ex antedicta propoſit. centra grauitatis, de quibus neutiquam cognitio tenebatur, potuit lector animaduertere. Sed non minorem vtilitatem capiemus ex ſequenti propoſitione, quæ, modo ad noſtrum inſtitutum apto, explicata, ducet nos in cognitionem centrorum grauitatis quorundam ſolidorum, quæ vſque nunc geometria ignorauit. Præcipuè ex ipſa venabimur centra grauitatis omnium ſemifuſorum parabolicorum; nempe docebimus in quo puncto baſis ſit centrum grauitatis ſolidi ex ſemiparabola quacunque reuoluta circa baſim.

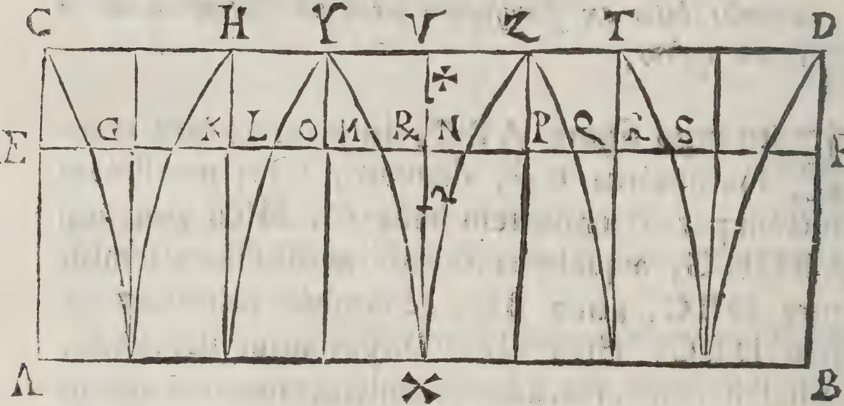
PRO-

PROPOSITIO XXX.

Annulus ſtrictus figuræ antecedentis propoſitionis æquatur quatuor ſolidis, quorum duo ſint, qui oriuntur ex reuolutione ſemifiguræ circa diametrum, alia duo ex reuolutione ſemifiguræ, circa parallelam diametro per extremitatem baſis; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Item annulus latus ex eadem figura æquatur duobus primis ſolidis, & duobus annulis latis ex ſemifigura circa parallelam diametro extra ipſam.

ESto ergo figura ABC, in primis, quæ reuoluatur circa CF, diametro BD, parallelam ductam per extremitatem baſis C. Dico annulum ABCHG, æqualem eſſe duobus ſolidis ex ſemifigura DBC, circa BD, & duobus ſolidis ex eadem DBC, circa CF. Diſponantur iſta ſolida, vt in ſchemate, ſec. adeo vt contineantur omnia inter duo plana AB, CD, parallela. Sicuti autem taliter ſunt diſpoſita vt duo genita ex reuolutione DBC, circa diametrum occupent medium locum, ita potuiſſent diſponi quocunque alio modo; & ſicuti diſponuntur vt vnum aliud tangat, ità potuiſſent diſponi vt eſſent ab inuicem diſſita quocunque interuallo. Diſpoſita autem fuerunt ſic tanquam concinno modo ad inferrenda pulcherrima, quæ ex tali propoſitione deducentur. Accipiatur in diametro BD,





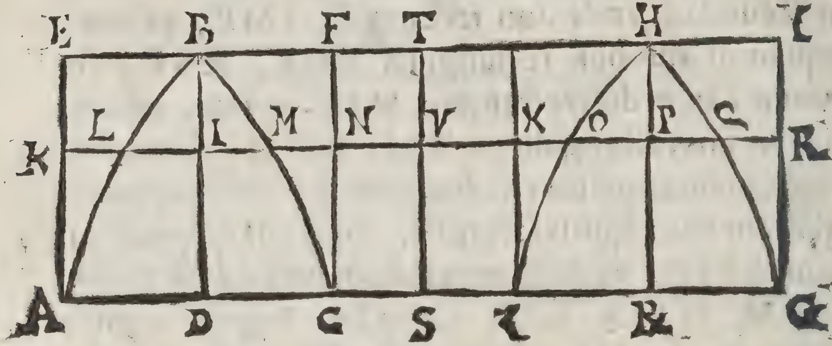
primæ figuræ, quodlibet punctum I, per quod ducatur planum L Q, plano A G, parallelum. Cum autem C A, in ſecunda figura ſupponatur æqualis ipſi B D, in prima, fiat C E, æqualis B I, & per E, agatur planum E F, A B, C D, planis parallelum. Rectangulum L M Q, primæ figuræ, diuiditur in rectangula I M Q, & L I, M Q. Rectangulum I M Q, eſt æquale rectangulis I M P, I M,

IM, PQ, ſeù MIL. Pariter rectangulum LI, MQ, cum ſit æquale rectangulo IMQ, diuiditur in eadem rectangula. Quare colligemus, rectangulum LMQ, æquale eſſe duobus rectangulis IMP, & duobus rectangulis MIL. Rectangulum IMP, in prima figura, æquatur rectangulo EGK, in ſecunda; vnde duo rectangula IMP, primæ, æquantur duobus rectangulis EGk, RSF, ſecundæ: item duo rectangula MIL, primæ, æquantur duobus rectangulis LOM, NPQ, ſecundæ; vnde omnia quatuor rectangula primæ, æquantur quatuor rectangulis ſecundæ. Ergo etiam rectangulum LMQ, primæ, æquabitur rectangulis EGk; LOM; NPQ; RSF, ſecundæ. Ergo & armilla circularis LMQ, ſolidi primæ figuræ, æquabitur armillis circularibus EGk; RSF, & circulis LOM, NPQ, ſecundæ. Cum autem puncta I, & E, ſumpta ſint ad libitum, inuentaque ſit æqualitas inter plana prædicta; rectè deducemus, necdum omnes armillas circulares ſolidi primæ figuræ plano AG, parallelas, ęquales eſſe omnibus armillis circularibus, & omnibus circulis ſolidorum ſecundæ; ſed etiam ſolidum primæ ęquari omnibus ſolidis ſecundæ.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari poſſe de partibus proportionalibus; quia non diſſimili modo probabimus partem ſolidi primæ contentam inter plana parallela LQ, AG, ęquari parti ſolidorum ſecundæ, conten-

tæ inter plana AB, EF, parallela. Quare patet propoſitum.

Secunda pars propoſitionis; nempe quod in ſequenti figura, annulus latus ex figura ABC, circa TS, reuoluta ſit ęqualis duobus ſolidis ex DBC,



reuoluta circa BD, & duobus ex eadem reuoluta circa TS; facta pręparatione ſimili antecedenti, lector facile proprio Marte cognoſcet, diſcurrendo vt nos ſupra fecimus. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM I.

Nec etiam pręſens propoſitio in tanta vniuerſalitate propoſita, videtur vnica conſtructione probari poſſe niſi methodo indiuiſibilium. In figuris vero particularibus, factis particularibus præparationibus, probari etiam poterit modo Archimedeo. Si enim ſupponamus ABC, eſſe figuram ad partes

B, de-

B, deficientem, lector in geometricis peritus facile agnoſcet probari poſſe modo Archimedeo.

Ex his ergo, & ex dictis in lib. 4. de Infinit. Parab. colligemus ſæpe replicatam doctrinam; nimirum annulum primę figurę, & ſolida ſimul ſecundę, eſſe quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate. Vnde cum ſolidum primę ſit magnitudo ſic analoga cum figura ABC. Sequitur etiam omnia ſolida ſecundę figurę ſimul, eſſe analoga cum figura ABC, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum autem facile etiam ſit cognoſcere prędictorum ſolidorum ſimul ſecundę figurę eſſe centrum grauitatis in VX (vt hoc enim ſequatur ſic ex induſtria diſpoſita fuerunt;) ergo centrum grauitatis prędictorum ſolidorum ſimul ita ſecabit VX, vt centrum grauitatis figurę ABC, ſecat BD. Ex hac doctrina adinueniemus centrum grauitatis nonnullorum ſolidorum. Sed prius adnotabimus vnum particulare in ſequenti ſcholio, quod exiſtimamus P. Marium Bettinum Societatis Ieſù ſi viueret, libenter excepiſſe.

SCHOLIVM II.

Galileus, in poſtremis Dialogis pag. apud nos 28, loquitur de paradoxo quodam geometrico, in quo intelligit demonſtrare circuli circumferentiam ęqualem eſſe puncto. De hoc paradoxo veſtigia Galilei ſequentes, locuti ſumus & in appendicula ſexaginta

ginta problematum geometricorum, & in hoc opere in ſchol. 3. propoſit. 10, & in ſchol. 3. propoſit. 18. At P. Bettinus ſupradictus in tom. 3. ſui Ærarij pareg. geom. ſchol. prim. & alibi, admonet paradoxum pręſens nequaquam intelligendum eſſe geometricè, ſed phyſicè: nam geometricè loquendo, Euclides, doctrinaque eius tradita in defin. 3. lib. 5. Element. ab omnibuſque paſſim recepta huic aſſerto aduerſatur. Proportio enim eſt duarum magnitudinum eiuſdem generis, quatenus ad quantitatem pertinet, mutua quædam habitudo. Quando ergo comparatur circumferentia cum puncto, & colligitur æqualitas, fit comparatio impropria, & quæ non eſt, cum ſint quantitates diuerſorum generum. At non deeſt alius medius terminus geometricus oſtendens Galilei Parallogiſmum ſi intelligat geometrice loqui, non phyſicè. Hicque nobis ſuppeditatur ab antecedenti propoſitione, antecedentibuſque ſolidis. Nam ad modum Galilei diſcurrentes, in maximum abſurdum incideremus: oſtenderemus enim circuli circumferentiam æqualem eſſe duabus circuli circumferentijs, quarum vnaquæque priori eſſet ęqualis, & inſuper duobus punctis. Cum enim probatum ſit, ſolidum ex A B C, in prima figura, æquale eſſe quatuor ſolidis in ſecunda figura tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; ſequeretur ex doctrina Galilei, quod cum tandem ſolidum A B C H G, in prima figura deſinat in circumferentia circuli, cuius diameter B H; item

qua-

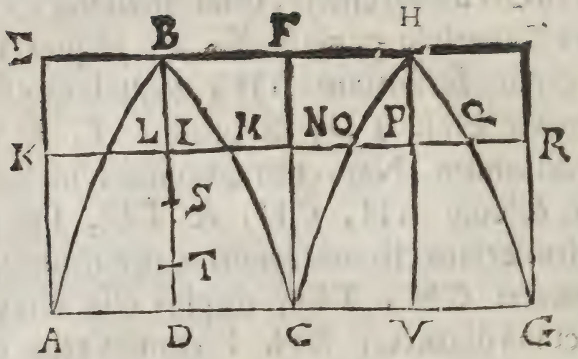
quatuor ſolidorum in ſecunda figura, duo extrema deſinant in circumferentijs, quarum diametri CH, TD, media verò in punctis Y, Z; ſequeretur inquam, circumferentiam BH, æqualem eſſe circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z. Quod eſt abſurdiſſimum. Nam cum circumferentiæ ſint vt diametri, & cum BH, CH, & TD, ſint ęquales; ſequitur etiam circumferentias circulorum, quorum diametri CH, TD, duplas eſſe circumferentiæ, cuius diameter BH. Erroneus ergo eſt diſcurſus, ex quo hauritur circumferentiam BH, ęquari circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z; & conſequenter erroneus eſt Galilei diſcurſus.

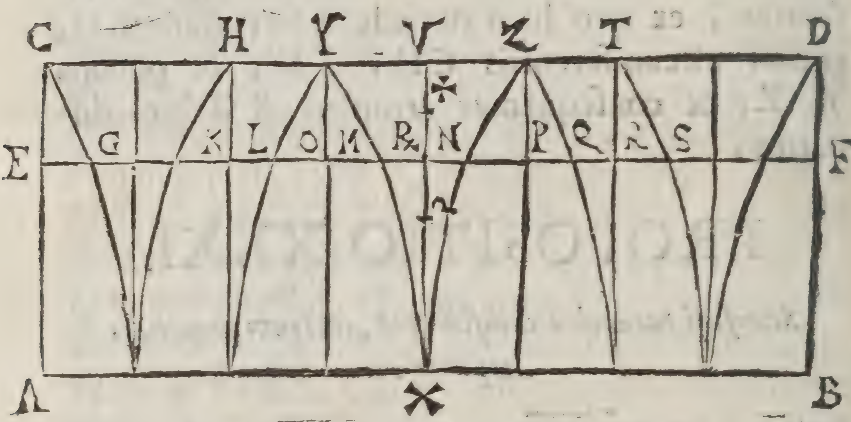
PROPOSITIO XXXI.

Semifuſi parabolici cuiuſcunque, centrum grauitatis reperire.

ESto ABD, ſemiparabola quæcunque in prima figura, cuius diameter AD, baſis BD, quæ reuoluta circa baſim BD, generet ſemifuſum parabolicum; huius oportet centrum grauitatis aſſignare. Semiparabola ABD, intelligatur duplicata ad partes baſis BD, & figura ABC, ex duabus ſemiparabolis conſtans intelligatur rotari circa FC, BD, parallelam. Item in ſecunda figura intelligantur quatuor ſolida ſic diſpoſita, vt duo extrema AH,

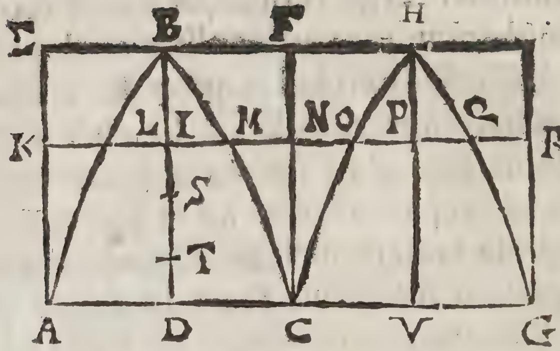
TB,

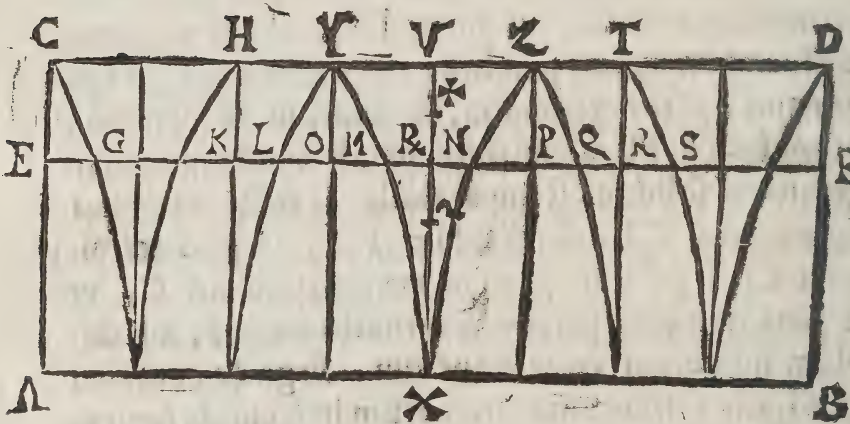




TB, ſint illa, quæ oriuntur ex ſemiparabola DBC, reuoluta circa CF, duo vero media ſint illa, quæ oriuntur ex reuolutione ſemiparabolæ ABD, circa baſim BD, nempe ſint duo ſemifuſi parabolici ex data ſemiparabola. Ex propoſit. anteced. conſtat quatuor ſolida ſecundæ figuræ eſſe proportionaliter analoga cum ſolido ABCHG, primæ. Sed ſolidum ABCHG, primæ eſt proportionaliter ana-

analogum cum figura ABC, conſtante ex duabus ſemiparabolis. Ergo & quatuor ſolida ſecundæ figuræ ſimul erunt proportionaliter analoga cum figura ABC. Sed ex ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. centrum grauitatis figuræ ABC, ſic diuidit BD, vt pars terminata ad B, ſit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum. Ergo & centrum grauitatis quatuor ſolidorum ſecundæ figuræ ſimul ſic ſecabit VX, vt pars terminata ad V, ſit ad partem terminatam ad X, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum. Supponatur à perito geometra, ſic diuiſa in ℞. Item ex propoſit. 18. lib. 4. de infin. parab. conſtat centrum grauitatis ſolidi ex ſemiparabola DBC, in prima figura circa CF, ſic diuidere FC, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ergo & centrum grauitatis ſolidorum extremorum in ſecunda figura, ſic ſecabunt lineas circa quas ſemiparabolæ intelliguntur reuolutæ. Cum ergo talia ſolida ſint ex inſtituto ſic diſpoſita, vt commune amborum centrum grauitatis cadat in VX: ſi ergo VX, ſic diuidatur in ✱, vt V✱, ſit ad ✱X, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum parabolæ vnitate auctum; ✱ erit centrum grauitatis illorum ſolidorum ſimul. Cum ergo in VX, ſit centrum grauitatis tam quatuor ſolidorum ſimul,





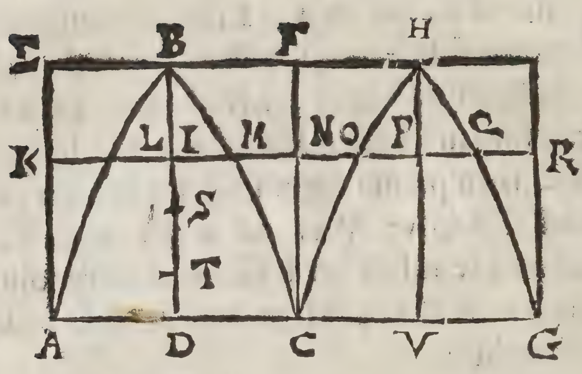
quam duorum extremorum; ergo & reliquorum duorum mediorum ſimul erit in V X, centrum grauitatis. Hoc autem reperietur ſi fiat reciprocè vt duo media ad duo extrema, ſic ✠℞, ad ℞ 2. Cum ergo ex corollar. prim. propoſit. 4. lib. 3. ſit ſolidum vnum medium ad vnum ſolidorum extremorum, nempe duo media ad duo extrema, vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum; ſi fiat

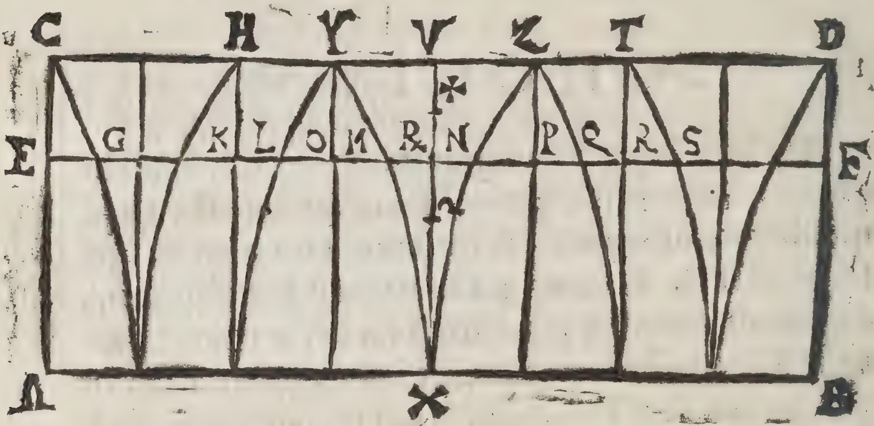
vt

vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, ſic ✱℞, ad ℞2. Erit 2, centrum grauitatis duorum ſolidorum mediorum ſimul. Sed cum hæc fuerint ſic diſpoſita vt centrum grauitatis vniuſcuiuſque ipſorum ſic ſecet illorum axim; ſi ergo axis BD, ſemifuſi in prima figura, ſic ſecetur in T, vt BT, ſit ad TD, vt V2, ad 2✱: erit T, centrum grauitatis ſemifuſi ABC, orti ex reuolutione ſemiparabolæ ABD, circa baſim BD. Quod erat reperiendum.

SCHOLIVM.

Inuentio huius centri grauitatis non continet aliquam ſeriem ordinatam. Verum tamen eſt, quod quilibet numero poterit exprimere rationem in qua ſecetur BD, à centro grauitatis talis ſemifuſi, ſi ordinem obſeruauerit, quem nos tenemus in inuentione talis centri in ſemifuſo parabolico quadratico. In primo enim ſemifuſo, cum ſit conus, iam patet BD, ſic ſecari vt pars ad B, ſit ad partem ad D, vt 3. ad 1. In quadratico verò, conſequenter ad ſupra dicta, ſi BD, ſic ſecetur in S, vt BS, ſit ad SD, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum; quarum BD, erit 8, talium BS, erit 5, & quarum BD, erit 12, talium BS, erit 7, cum dimidia. Item ſi ſecetur in I, vt BI, ſit ad ID, vt duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum,





quarum BD, erit 12, BI, erit 7. Ergo quarum BD, erit 12, talium BI, erit 7; BS, 7, cum dimidio IS, dimidium; ID, 5; DS, 4. cum dimidio. Fiat ergo vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, ſic IS, ad ST. Ergo quarum partium IS, eſt 2, talium ST, erit tria. Cum ergo quarum BD, erat 12, talium BS, eſſet 7, cum dimidio, & IS, dimidium. Ergo quarum BD,

erit

erit 24; IS, erit 1; & BS, 15. Et qualium BD, erit 48, talium IS, erit 2, & BS, 30. Sed qualium IS, erat 2, talium ST, erat 3. Ergo qualium BD, erit 48, talium BT, erit 33, & TD, 15. Ergo centrum grauitatis ſemifuſi parabolici quadratici ſic diuidit BD, in T, vt BT, ſit ad TD, vt 33, ad 15; & ſubtriplando terminos, vt 11, ad 5.

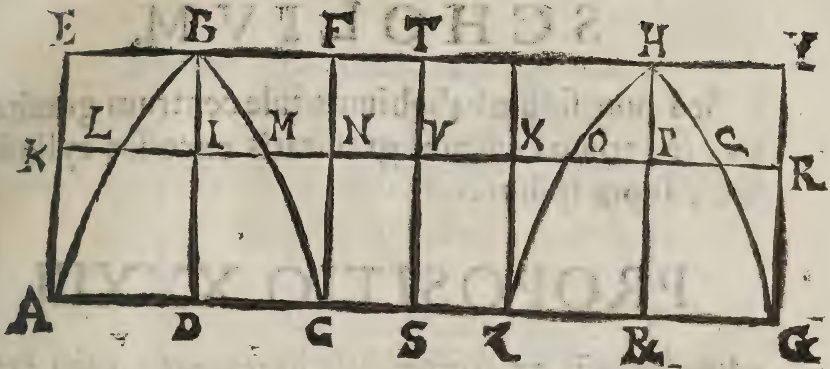
Sed non ſolum ſupradicta methodo reperiemus centrum grauitatis ſemifuſi parabolici, ſed etiam exceſſus cylindri ipſi circumſcripti ſupra ipſum; nempe centrum grauitatis ſolidi ex trilineo EBA, in prima figura, reuoluto circa baſim ſemiparabolæ BD. Cum autem tale centrum facilius inueniatur alio modo, ideo hunc experiemur in parabola quadratica in numeris. Supponamus ergo BD, ſectam bifariam in S, & in T, ſic vt BT, ſit ad TD, vt 11, ad 5. adeo vt T, ſit centrum grauitatis ſemifuſi ABC. Ergo quarum BD, erit 16, talium ST, erit 3, & BS, 8. Ergo qualium BD, erit 37, cum tertia parte, talium ST, erit 7, & BS, 18, cum duobus tertijs. Cum autem ex ſchol. prim. propoſit. 14. lib. 2. ſit exceſſus cylindri circumſcripti ſemifuſo ad ipſum vt 7, ad 8, & ſi fiat vt talis exceſſus ad ſemifuſum, ſic reriprocè TS, ad SI, ſit I, centrum grauitatis prædicti exceſſus; erit SI, 8, qualium BS, eſt 18, cum duobus tertijs. Ergo talium reliqua BI, erit 10, cum duobus tertijs. Qualium ergo BD, eſt 37, cum tertia parte, erit BI, 10, cum duabus tertijs partibus, & reliqua DI, 26, cum duobus tertijs.

tijs. Ergo centrum grauitatis prædicti exceſſus ſecat BD, in I, in prædicta ratione.

PROPOSITIO XXXII.

Semifuſi hyperbolici cuiuſcunque, ſuppoſita hyperbolæ quadratura, poſſumus centrum grauitatis reperire.

SVpponamus in ſeq. figura DBC, eſſe ſemihyperbolam, cuius diameter CD, baſis BD, latus tranſuerſum CZ, centrum S. Dico, ſuppoſita hyperbolæ quadratura, nos poſſe reperire centrum grauitatis ſemifuſi hyperbolici ABC. Diſponantur quatuor ſolida vt ſupra, & vt in ſecunda figura, ſed duo extrema AH, TB, intelligantur eſſe annulos non ſtrictos, vt ſchema exprimit, ſed latos, ortos ex rotatione ſemihyperbolæ DBC, ſeq. figuræ circa ſecundam diametrum TS. Ergo horum quatuor ſolidorum ſic diſpoſitorum vt in illa figura habemus centrum grauitatis in VX, quia habemus centrum grauitatis ſolidi ABCZHG, ſeq. figuræ, quod ex propoſit. 30. eſt proportionaliter analogum cum quatuor ſolidis ſecundæ figuræ. Habemus autem centrum grauitatis ſolidi ABCZHG, quia habemus in baſi BD, centrum grauitatis figuræ ABC, conſtantis ex duabus ſemihyperbolis, ex propoſit. 12. in qua, ſuppoſita hyperbolæ quadratura, inuentum fuit centrum æquilibrij ſemihyperbolæ DBC, in baſi BD, & conſequen-



ſequenter centrum grauitatis in BD, ipſius ABC. Pariter, cum ex ſchol. 3. prop. 26. habeamus centrum grauitatis, ſine ſuppoſitione quadraturæ hyperbolæ, annuli lati ex ſemihyperbola DBC, in hac figura reuoluta circa ſecundam diametrum TS; habebimus conſequenter ad ſupra dicta, in ſecunda figura, in VX, centrum grauitatis duorum ſolidorum extremorum, nempe duorum annulorum latorum AH, TB. Inſuper ex ſchol. 2. prop. 32. ſuppoſita hyperbolæ quadratura, habemus in hac figura rationem, quam habet annulus latus DBCZH℞, ad ſemifuſum ABC; & conſequenter in ſecunda figura, habemus rationem duorum ſolidorum extremorum ſimul ad duo ſolida media. Ergo conſequenter habebimus in VX, ſecundæ figuræ centrum grauitatis duorum ſolidorum mediorum ſimul. Et pariter in hac figura, habebimus centrum in BD, ſemifuſi ABC. Quod &c.

SCHO-

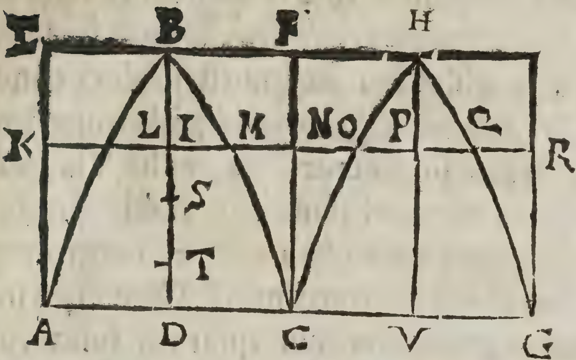
SCHOLIVM.

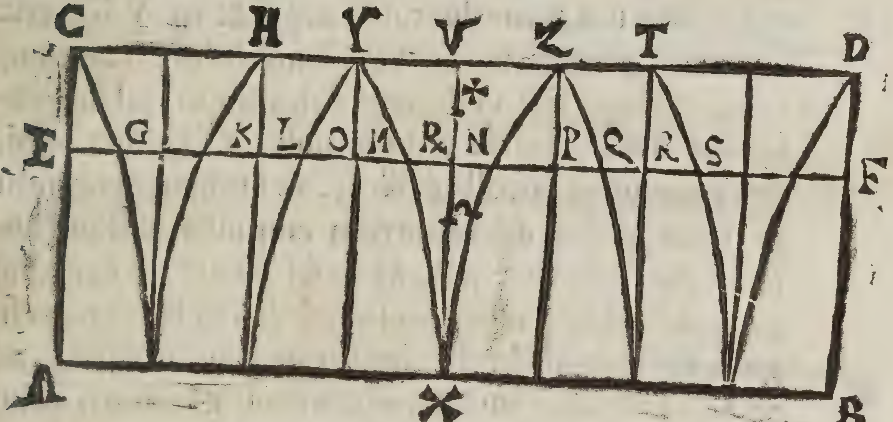
Sed non ſolum habebimus tale centrum grauitatis, ſed etiam centrum grauitatis exceſſus cylindri EC, ſupra ipſum.

PROPOSITIO XXXIII.

Annuli ſtricti ex ſemiparabola quacunque, cuius exponens ſit numerus par, reuoluta circa parallelam diametro ductam per extremitatem baſis, centrum grauitatis aſſignare.

ESto ſemiparabola quæcunque DBC, cuius exponens ſit numerus par, ſitque eius diameter BD, baſis DC, & intelligamus DBC, rotari circa CF, parallelam diametro BD, ductam per C: oporteat annuli producti centrum grauitatis reperire. Intelligamus ſemiparabolam duplicari ad partes BD, vt fiat tota parabola ABC, & intelligamus hanc totam rotari circa FC, vt fiat annulus ABCHG. Cum hic annulus ex propoſit. 30. ſit æqualis quatuor ſolidis dictis in illa propoſitione, diſponantur hęc ſolida vt in ſecunda figura. Ergo horum quatuor ſolidorum ſimul centrum grauitatis ita ſecabit VX, vt ſecat BD, centrum grauitatis parabolæ ABC. Sed ex ſchol. prim. propoſit. 2. lib. 3. hoc centrum ita ſecat BD, vt pars terminata ad B, ſit ad



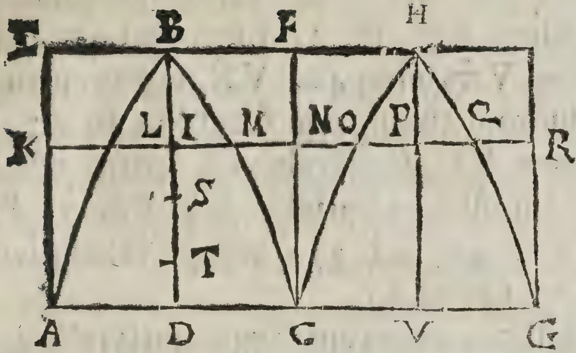


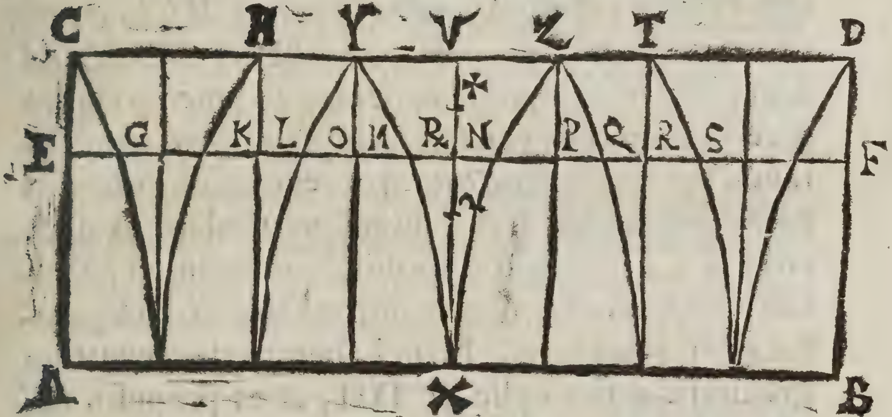
ſit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ vnitate auctus ad numerum parabolæ. Ergo ſi VX, ſic ſecetur in ℞, vt ſit V℞, ad ℞X, vt numerus parabolæ, ſeù annuli vnitate auctus, ad numerum parabolæ; erit ℞, centrum grauitatis ſolidorum quatuor ſimul ſumptorum. Pariter, quoniam ex propoſit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis ABC, ſic in prima figura diuidit BD, vt

pars terminata ad B, ſit ad partem terminatam ad D, vt dimidium numeri conoidis vnitate aucti, ad dimidium numeri conoidis; & cum ſic in ſecunda figura ſint diſpoſita ex induſtria duo conoidea media, vt centrum grauitatis amborum ſimul ſit in VX; ſi hæc ſic ſecetur in 2, vt ſit V 2, ad 2 X, vt dimidium numeri conoidis aucti vnitate ad dimidium numeri conoidis; erit 2, centrum grauitatis duorum conoideorum ſimul. Cum ergo in VX, ſit centrum grauitatis tam quatuor ſolidorum ſimul, quam duorum conoideorum; ergo & in VX, erit centrum grauitatis duorum annulorum extremorum. Si ergo fiat vt duos annulos ſimul, ad duo conoidea ſimul, vel vt vnus annulus ad vnum conoides, nempe ex coroll. 3. lib. 3. vt numerus conoidis ternario auctus ad numerum conoidis vnitate auctum, ſic reciprocè 2 ℞, ad ℞ ✠. Erit ✠ centrum grauitatis duorum annulorum ſimul. Et ſi in prima figura ſecetur FC, in puncto in ratione F✠, ad ✠X. Erit illud inuentum centrum grauitatis illius annuli. Res de ſe patet. Quare &c.

SCHOLIVM.

Sed nec etiam inuentio huius centri continet aliquam pulchram ſeriem; quilibet tamen aſſignabit in numeris rationem ſecundum quam diuiditur FC, à centro grauitatis prædicti annuli, ſi notabit ſequentem ordinem quem tenemus in annulo ſemiparabolæ qua-





quadraticæ. In illa enim VX, ſic ſecatur in ℞, centro grauitatis quatuor ſolidorum ſimul, vt V℞, ſit ad ℞X, vt 3. ad 2. In 2. vero vt V2, ſit ad 2X, vt 2, ad 1, nempe vt 3, cum tertia parte, ad 1, cum duobus tertijs. Ergo qualium VX, eſt 5, talium V℞, eſt 3, & V2, eſt 3, cum tertia parte; ℞2, tertia pars; & qualium VX, eſt 15, talium V℞, eſt 9; V2, 10; & ℞2, vnitas.

Qualium ergo ℞2, eſt 5, talium VX, eſt 75, V℞, 45, & V2, 50. Cum ergo qualium ℞2, eſt 5, talium ℞✳, ſit 3. Ergo qualium VX, eſt 75, talium V✳, erit 42. VX, ergo centrum grauitatis duorum annulorum ſecabitur in ✳, & conſequenter FC, ſic ſecabitur à centro grauitatis prædicti annuli quadratici v.g. in N, vt FN, ſit ad NC, vt 42, ad 33; nempe ſubtriplando terminos, vt 14, ad 11.

Habito autem centro grauitatis talis annuli, non ignorabitur centrum grauitatis conici BCH, orti ex rotatione trilinei BFC, circa baſim FC. Quod licet poſſit haberi independenter ab inuento centro grauitatis annuli, vt patet ex ſuperioribus, conſiderando per ſe, ſolidum ortum ex reuolutione exceſſus parallelogrammi EC, ſupra parabolam ABC, circa FC, faciendo diſpoſitionem vt ſupra; facilius tamen inuenietur ex centro annuli ex ſemiparabola prius inuento. Nam habetur etiam centrum grauitatis totius cylindri DH; & ex propoſit. 15. lib. 2. habetur ratio prædicti annuli ad conicum BCH. Hoc autem ſic in numeris inuenietur in conico quadratico: ſupponamus in ſecunda figura (in qua faciemus operationem in VX, & quam in ipſa faciemus intelligemus factam in FC) VX, eſſe ſectam bifariam in ℞, & in 2, vt V2, ſit ad 2X, vt 14, ad 11. Ergo ℞, erit centrum grauitatis totius cylindri annulo circumſcripti, & 2, erit ex dictis, centrum grauitatis annuli. Ergo qualium to-

ta VX, eſt 25; V2, 14; & 2X, 11; talium V ℞, erit 12, cum dimidia; & ℞2, 1, cum dimidia. Cum ergo ex ſecunda parte propoſit. 15, lib. ſecun. ſit diuidendo conicus BCH, ad annulum vt 2, ad 10, ſeù vt 1, ad 5; & ſi fiat reciprocè vt conicus, ad annulum, nempe vt 1, ad 5, ſic 2℞, ad ℞✻, ſit ✻, centrum grauitatis conici; & cum ſit vt 1, ad 5, ſic vnum cum dimidio ad 7, cum dimidio. Ergo ✻℞, erit 7, cum dimidio. Quare reliqua V✻, erit 5, & ✻X, 20. Ergo VX, ſic ſecatur in ✻, & FC, v. g. in N, à centro grauitatis conici BCH, vt CN, ſit ad NF, vt 20, ad 5, ſeù vt 4. ad 1.

PROPOSITIO XXXIV.

Annuli ſtricti orti ex reuolutione ſemihyperbolæ, vt in anteced. propoſit. ſuppoſita hyperbolæ quadratura, poſſumus centrum grauitatis aſſignare.

SEd ſupponamus DBC, eſſe ſemihyperbolam, &c. Dico etiam nos poſſe aſſignare centrum grauitatis annuli ſtricti ex ſemihyperbola DBC, circa FC. Reuoluta enim hyperbola ABC, tota circa FC, vt fiat annulus ABCHG, cum hic ſit æqualis quatuor ſolidis diſpoſitis vt in ſecunda figura, vt ſæpe dictum eſt; ergo ex propoſit. 22. in qua aſſignatur centrum grauitatis in BD, hyperbolæ ABC habebimus etiam centrum grauitatis quatuor illorum ſolidorum ſimul diſpoſitorum. Sit hoc cen-

centrum ℞. Item ex prop. 13. & 14. habemus centrum grauitatis conoidis hyperbolici, & conſequenter duorum conoideorum diſpoſitorum vt in ſecunda figura. Sit hoc 2. Pariter, quoniam ex propoſit. 12. habemus centrum æquilibrij ſemihyperbolæ DBC, in DC; habebimus etiam ex propoſit. 4. lib. 3. rationem quam habent ſolida ex ſemihyperbola DBC, reuoluta circa BD, & FC, ad inuicem; & conſequenter habebimus rationem, quam habent in ſecunda figura duo ſolida extrema ad duo media. Si ergo fiat vt duo ſolida extrema ad duo media ſic reciprocè 2 ℞, ad ℞✠. Erit ✠, centrum grauitatis duorum annulorum ſimul. Vndè patet quomodo poſſimus habere centrum grauitatis vnius annuli ſoli ex ſemihyperbola. Quod &c.

SCHOLIVM.

Habito centro grauitatis annuli, non ignorabitur centrum grauitatis conici hyperbolici BCH; pro qua re conſideretur ſcholium antecedentis propoſitionis, diſcurſuſque in ipſo expoſitus imitetur.

Quoniam autem ex doctrinis ſuperius traditis licet nobis colligere centra grauitatis aliquorum ſolidorum, de quibus nunquam geometria locuta eſt; ideo vt hoc expeditius fiat, opere pretium ducimus doctrinas ſuperius traditas aptius ordinare, regulam quandam generalem exponendo. Sciendum ergo eſt, quatuor eſſe centra grauitatis, quorum tribus

datis,

datis, licet quartum colligere. Nempe centrum grauitatis figuræ A B C, circa diametrum: centrum æquilibrij ſemifiguræ D B C, in D C: centrum grauitatis ſolidi A B C, orti ex reuolutione ſemifiguræ A B D, circa B D: & centrum grauitatis ſemifiguræ D B C, reuolutæ circa F C. Nam datis tribus primis, patebit dari quartum ſic. Dato centro grauitatis figuræ A B C, datur centrum grauitatis ſolidi orti ex gyratione A B C, circa C F; & conſequenter centrum grauitatis quatuor ſolidorum diſpoſitorum in ſecunda figura. Secundo dato centro æquilibrij ſemifiguræ D B C, in D C, dabitur ratio ſolidi ex ſemifigura D B C, reuoluta circa D B, ad ſolidum ex eadem reuoluta circa C F; ex propoſit. 4. lib. 3. & conſequenter in ſecunda figura dabitur ratio duorum ſolidorum mediorum ad duo extrema. Tertio dato centro grauitatis ſolidi A B C, dabitur etiam in ſecunda figura centrum duorum ſolidorum mediorum ſimul. Si ergo ℞, ſit centrum quatuor ſimul, iam datum, & 2, ſit centrum duorum mediorum etiam datum, ſi fiat 2℞, ad ℞✳, in ratione data, nempe vt duo ſolida extrema, ad duo media, vel vt vnum ad vnum; erit ✳ centrum grauitatis duorum extremorum, vel vnius extremi, quod eſt quartum, quod quærebatur. Ita ſuppoſitis dari tribus quibuſuis quatuor iam dictorum, patebit ſimili diſcurſu, dari quartum. His animaduerſis.

PRO-

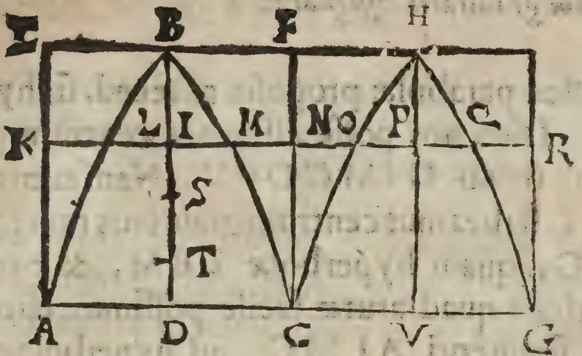
PROPOSITIO XXXV.

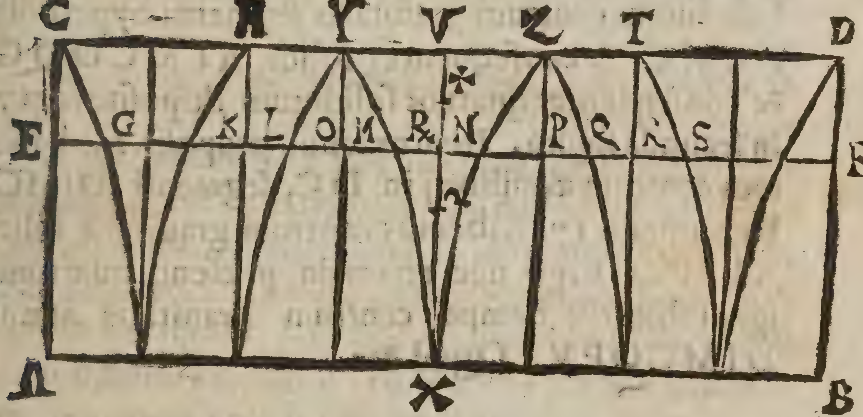
Annuli ſtricti orti ex reuolutione ſegmenti ſemiparabolæ cuiuſcunque, cuius exponens ſit numerus par, reſectæ linea baſi parallela, circa lineam ductam parallelam diametro per extremitatem baſis poſſumus centrum grauitatis aſſignare.

PArabola quæcunque ABC, cuius numerus par, ſit ſecta LM, AC, parallela, & intelligamus DIMC, rotari circa CF. Dico annuli orti nos poſſe aſſignare centrum grauitatis. Nam cum ex propoſit. 10. lib. 3. habeamus centrum grauitatis ſegmenti parabolæ ALMC, habebimus etiam ex ſupra dictis, centrum grauitatis annuli ALMCOQG; & conſequenter quatuor ſolidorum diſpoſitorum vt in ſecunda figura. Ex propoſit. 11. eiuſdem libri habemus centrum æquilibrij figuræ DIMC, in baſi DC. Ex ſchol. propoſit. 15. lib. 3. habemus centrum grauitatis ſolidi ALMC. Ergo quartum non ignorabitur; nempe centrum grauitatis ſolidi orti ex rotatione DIMC, circa NC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum autem habeamus centrum grauitatis cylindri IV; & rationem ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. quam





3. quam habet cylindrus IV, ad conicum MCO; habemus etiam in NC, centrum grauitatis talis conici.

PROPOSITIO XXXVI.

Annuli ſtricti orti ex rotatione ſegmenti ſemihyperbolæ reſectæ linea baſi parallela (ſuppoſita ſegmenti quadratu-

 ra)

ra) modo in propoſit. anteced. explicato, poſſumus centrum grauitatis aſſignare.

VIce parabolæ propoſit. antèced. ſit hyperbola, Dico nos poſſe aſſignare centrum grauitatis annuli ſtricti DIMCOPV. Nam cum ex propoſit. 22, habeamus centrum grauitatis tam hyperbolæ ABC, quam hyperbolæ LBM, & cum ex ſuppoſitione quadraturæ facile poſſimus elicere rationem ſegmenti ALMC, ad hyperbolam LBM; habebimus centrum grauitatis ſegmenti hyperbolæ ALMC; & conſequenter ſolidi ALMCOQG: & conſequenter quatuor ſolidorum diſpoſitorum vt in ſecunda figura. Item ex ſchol. propoſit. 15. habemus centrum æquilibrij in DC, ſegmenti DIMC. Ex propoſit. 17, habemus centrum grauitatis ſolidi ALMC. Ergo nec etiam in præſenti quartum ignorabitur; nempe centrum grauitatis annuli DIMCOPV. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex prædicto centro inuento, & ex ratione cylindri IV, reperta in citato ſchol. propoſit. 15. per conuerſionem rationis, ad conicum MCO, reperiemus in NC, centrum grauitatis conici MCO, prædicti.

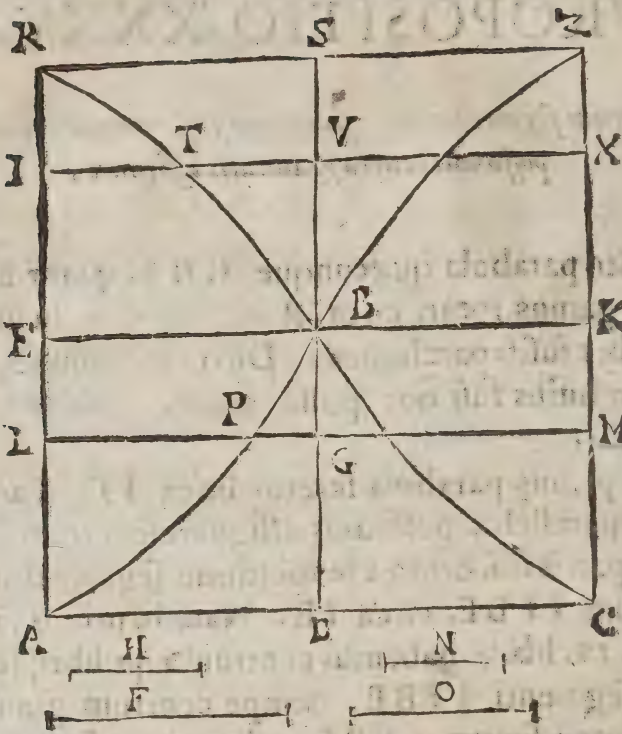
PRO-

PROPOSITIO XXXVII.

Variorum ſegmentorum infinitorum fuſorum parabolicorum, poſſumus centra grauitatis aſſignare.

ESto parabola quæcunque R B A, quam intelligamus rotari circa R A, adeo vt generetur quilibet fuſus parabolicus. Dico variorum ſegmentorum huius fuſi nos poſſe centra grauitatis aſſignare.

In primis parabola ſecetur linea I T, diametro E B, parallela, poſſumus aſſignare centrum grauitatis partis fuſi ortæ ex reuolutione ſegmenti ad diametrum I T B E, circa I E. Nam in primis ex propoſit. 16. lib. 3. habemus centrum æquilibrij in I E, baſi ſegmenti I T B E, nempe centrum grauitatis duplicatæ figuræ I T B E, ad partes I E. Secundo, ex propoſit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis portionis annuli orti ex reuolutione ſegmenti I T B E, circa B V. Tertio ex ſchol. 3. propoſit. 15. lib. 3. habemus centrum ſegmenti I T B E, in E B, nempe habemus rationem, quam habet ſolidum ex I T B E, ſegmento reuoluto circa V B, ad ſolidum ex eodem ſegmento reuoluto circa I E. Ex iſtis tribus centris datis, ad modum ſuperiorum deducemus quartum, nempe centrum grauitatis ſegmenti fuſi ex I T B E, ſegmento reuoluto circa I E.



Secundo ſecetur parabola etiam LP, EB, diametro parallela, adeovt IT, LP, intercipiant diametrum, poſſumus aſſignare centrum grauitatis ſegmenti intermedij fuſi orti ex reuolutione ſegmenti intermedij ITBPL, reuoluti circa IL. Nam ex propoſit. 21. lib. 3. habemus centrum grauitatis duplicatæ figuræ ITBPL, ad partes IL. Secundo ex propoſit. 22. eiuſdem lib. habemus centrum æquilibrij ſegmenti in LG; nempe rationem ſolidorum

dorum reuolutorum circa VG, & IL. Tertio ex propoſit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis ſegmenti annuli ex ſegmento IFBPL, reuoluto circa VG. Ergo quartum, nempe centrum ſegmenti fuſi ex eodem ſegmento circa LI, non ignorabitur.

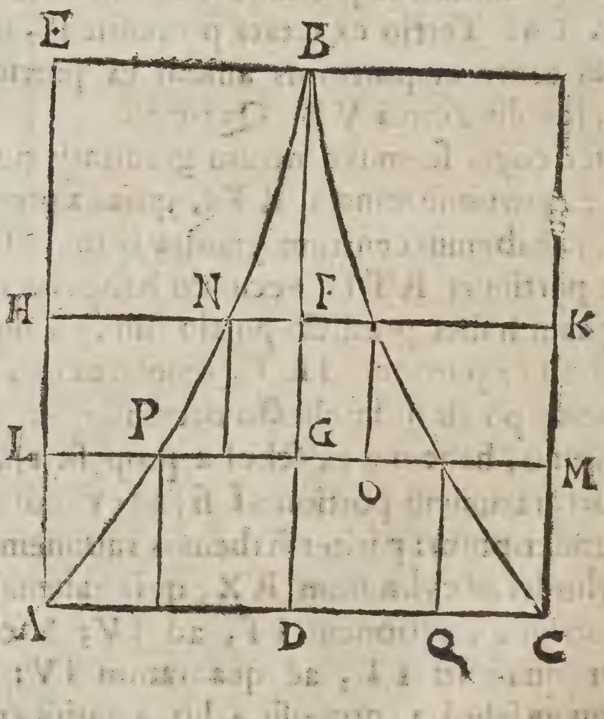
Sic cognoſcemus centrum grauitatis portionis fuſi ex portione maiori ITBA. Nam centrum grauitatis duplicatæ portionis habetur ex propoſit. 19. lib. 3. Ex propoſit. 20. eiuſdem libri, habemus rationem ſolidorum ex portione reuoluta circa VB, & circa IA. Tertio ex citata propoſit. 18. lib. 4. habemus centrum portionis annuli ex portione ITBA, reuoluta circa VB. Quare &c.

Pariter cognoſcemus centrum grauitatis portionis fuſi ex portione minori RTI, quia ex propoſit. 14. lib. 3. habemus centrum grauitatis in RI, duplicatæ portionis RTI. Secundo habemus rationem, quam habet prædicta portio fuſi, ad portionem annuli ex portione IRT, reuoluta circa SV. Quia mente portioni intellecto circumſcripto parallelogrammo, habemus ex ſchol. 2. propoſit 15. eiuſdem libri, rationem portionis fuſi, ad cylindrum ſibi circumſcriptum: pariter habemus rationem prædicti cylindri ad cylindrum RX, quia habemus, ex data portione, rationem IT, ad IV; & conſequenter quadrati IT, ad quadratum IV: item habemus ex ſchol. 2. propoſit 4. lib. 4 rationem cylindri RX, ad portionem annuli ex portione RTI,

circa

circa SV. Vnde ex æquali, habemus rationem portionis fuſi ad portionem annuli. Tertio habemus centrum grauitatis prædictæ portionis annuli ex cit. prop. 18. lib. 4. Ergo quartum, nempe centrum grauitatis portionis fuſi non ignorabitur.

Sed nec in ſequenti figura, ſuppoſita ſemiparabola EBA, ſecta duabus lineis HN, LP, diametro EB, parallelis, ignorabimus centrum grauitatis ſegmenti fuſi ex ſegmento intermedio HNPL,



Nam centrum grauitatis in HL, duplicati ſegmenti ad partes HL, habetur ex propoſit. 17. libri 3. Item ex præcitata propoſit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis ſegmenti annuli ex ſegmento HNPL, circa BD. Tertium nempe ratio ſegmenti fuſi ad ſegmentum annuli patebit haberi. Quia habemus ex ſchol. propoſit. 18. lib. 3. rationem ſegmenti fuſi ad cylindrum ex parallelogrammo LN, ſibi circumſcripto; ſed habemus rationem talis cylindri ad cylindrum HM, & huius ex præcit. ſchol. 2. propoſit. 4, lib. 4. ad ſegmentum annuli. Quare ex æquali, patet propoſitum. Cognitis verò tribus præcedentibus, quartum centrum quæſitum innoteſcet. Patuit ergo propoſitum in omnibus prædictis partibus.

SCHOLIVM.

Sicuti autem in antecedentibus reperta ſunt centra grauitatis variorum ſegmentorum infinitorum fuſorum parabolicorum, ſic ex ſuppoſita quadratura hyperbolæ, eiuſque ſegmentorum, liceret reperire tam centra grauitatis variorum ſegmentorum hyperbolæ quam variorum ſegmentorum fuſi ex hyperbola, quod indicaſſe lectori ſufficiat.

Ex ſuperius ergo dictis patuit quot ſint ea, quæ deducuntur ex propoſit. 30. ſuperiori, ſed inſuper alia poſſunt deduci nempe tres regulæ vniuerſales in tribus ſequentibus propoſit. exprimendæ.

PRO-

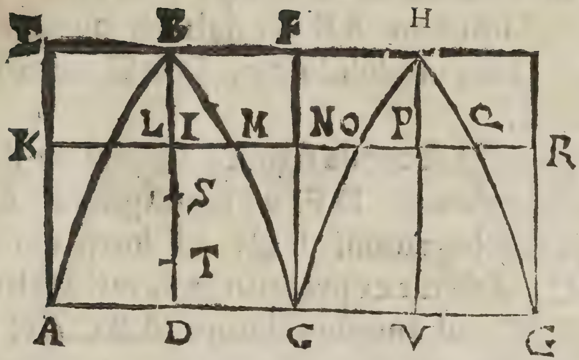
PROPOSITIO XXXVIII.

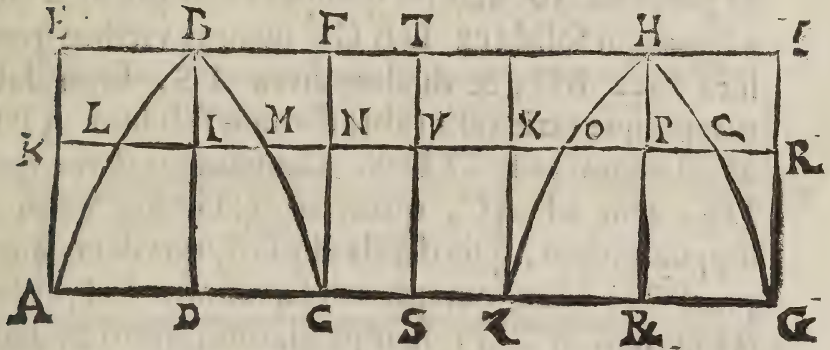
Data cuiuſcunque ſemifiguræ circa diametrum quadratura, dataque ratione cylindri circumſcripti ſolido ex ſemifigura reuoluta ſiue circa diametrum, ſiue circa ductam diametro parallelam, vel per extremitatem baſis, vel extra figuram. Datur ratio cylindri circumſcripti altero dictorum ſolidorum ad ipſum.

SIt data quælibet ſemifigura DBC, circa diametrum BD, & data ſit ratio quam habet parallelogrammum BC, ad ipſam figuram; inſuper detur ratio, quam habet cylindrus ex BC, in prima figura, reuoluto ſiue circa DB, ſiue circa FC, ad alterum ſolidorum ex ſemifigura DBC, ſiue circa BD, ſiue circa FC: vel in ſecunda figura detur vel ratio cylindri EC, ad ſolidum ABC, vel cylindri DH, ad ſolidum ex DBC, reuoluta circa IS. Dico dari etiam rationem alterius cylindri, ad alterum ſolidum ex ſemifigura.

Probetur prius in prima figura, in qua intelligamus parallelogrammum EC, cum figura integra ABC, rotari circa FC. Ergo ex propoſit. 29. cum data ſit ratio ex hypotheſi, parallelogrammi EC, ad figuram ABC, dabitur quoque ratio cylindri EG, ad ſolidum ABCHG. Sed tale ſolidum ex propoſit. 30. æquatur duobus ſolidis ex DBC, circa DB, & duobus, ex eadem circa FC.

Ergo



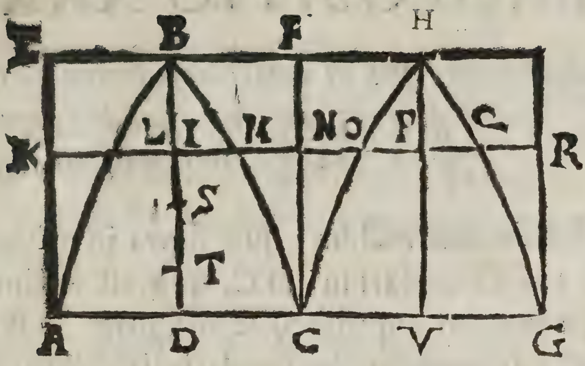


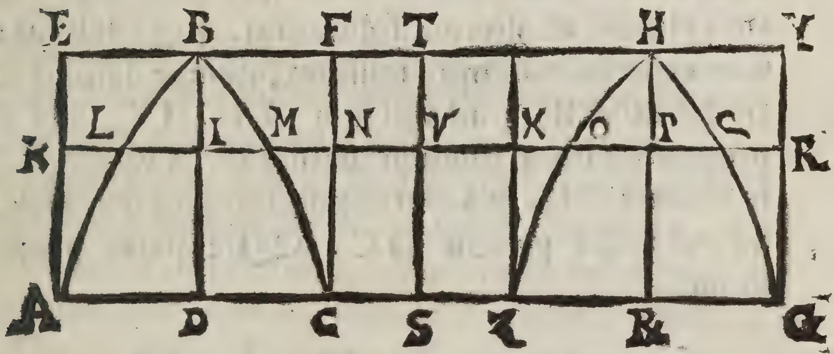
Ergo dabitur quoque ratio cylindri EG, ad hæc quatuor ſolida. Ergo & cylindri EC, qui eſt quarta pars cylindri EG, ad eadem quatuor ſolida. Ergo dabitur quoque ratio cylindri EC, ſeù ei æqualis, DH, ad duo tantum illorum ſolidorum, ſcilicet ad vnum, & vnum, nempe ad vnum circa DB, & ad vnum circa FC. Sed ex hypotheſi, datur quoque ratio cylindri EC, ſeù DH, ad alterum tantum ſolidorum ex DBC, reuoluta ſiue

T circa

circa DB, ſiue circa FC. Ergo quacunque data, dabitur etiam altera; nempe data ratione cylindri EC, ad ſolidum ABC, dabitur quoque ratio cylindri DH, ad ſolidum ex DBC, circa FC, & è contra.

Pariter in ſecunda figura. Quoniam datur ratio parallelogrammi DF, ad ſemifiguram DBC, ſiue parallelogrammi EC, ad integram figuram, ABC, dabitur ex propoſit. 29. ratio tubi cylindrici ECY, ad annulum latum ABCZHG. Ergo ex propoſit. 30. dabitur quoque ratio prædicti tubi ad quatuor ſolida ex DBC, duabus vicibus reuoluta circa BD, & duabus circa TS. Ergo dabitur quoque ratio talis tubi ad vnum ſolidum ABC, & ad vnum DBCZH℞. Cum autem detur ratio DS, tam ad AC, quam ad CG (hoc enim eſt ſupponendum, quia danda eſt CS, qua data dantur prædicta) dabitur etiam ratio quadrati DS, ad rectangulum ACG; nempe dabitur ratio cylindri DH, ad tubum cylindricum ECY. Ergo ex æquali, dabitur quoque ratio cylindri B℞, ad ſolidum ABC, ſimul cum ſolido DBCZH℞. Si ergo detur etiam ex hypotheſi, ratio cylindri EC, ad ſolidum ABC, quia cum detur ratio cylindri DH, ad cylindrum EC, datur etiam ratio cylindri DH, ad ſolidum ABC. Ergo dabitur quoque ratio eiuſdem cylindri DH, ad ſolidum DBCZH℞. Si vero detur ratio ex hypotheſi, cylindri DH, ad ſolidum DBCZH℞; ergo dabitur quoque ratio eiuſdem





iuſdem cylindri ad ſolidum ABC. Sed etiam datur ratio cylindri EC, ad cylindrum DH. Ergo quoque ex æquali, dabitur ratio cylindri EC, ad ſolidum ABC. Ergo in omnibus patuit propoſitio.

PROPOSITIO XXXIX.

Datis ijſdem, quæ in antecedenti propoſitione in primo ſchemate, datur centrum æquilibrij figuræ in linea, quæ eſt radius rotationis.

SEd dentur eadem, quæ ſupra in primo ſchemate. Dico dari in DC, quæ eſt radius rotationis, centrum æquilibrij ſemifiguræ DBC. Cum enim ex anteced. propoſit datis ijs, detur etiam ratio cylindri ad alterum ſolidorum. Ergo dabitur etiam ratio ſolidorum ad inuicem; nempe dabitur ratio ſolidi ABC, ad ſolidum DBCHV. Sed ex propoſit.4. lib.3. ſolidum ad ſolidum eſt vt pars DC, terminata à D, & à centro æquilibrij figuræ DBC, ad reliquam partem DC. Quare patet propoſitum.

PROPOSITIO XL.

In ſecundo ſchemate datis ijſdem, & data ratione annuli lati ex ſemifigura ad annulum ſtrictum eiuſdem, dabitur prædictum centrum.

SEd in ſecundo ſchemate, vltra data in antecedenti, detur etiam ratio annuli lati DBCZHR, ad annulum ſtrictum ex eadem DBC, reuoluta circa FC. Dico dari eius centrum æqui-

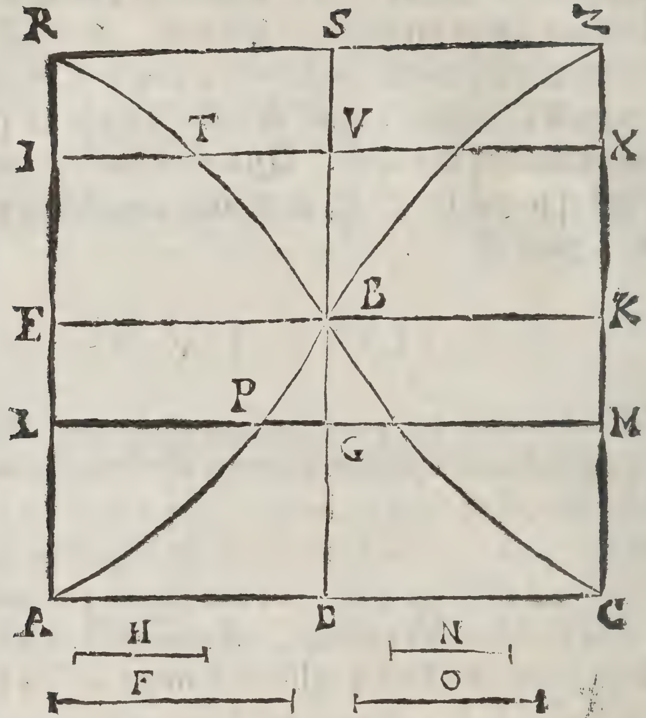
librij

librij in DC. Nam eodem modo patebit, dari rationem ſolidi ABC, ad ſolidum DBCZH℞. Sed etiam datur ratio ex hypotheſi, DBCZH℞, ad annulum ſtrictum ex DBC, circa CF. Ergo ex æquali, dabitur ratio ABC, ſolidi ad prædictum annulum ſtrictum. Quare ex cit. propoſit. 3. dabitur quoque in DC, centrum æquilibrij quæſitum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex his tribus propoſitionibus poſſumus necdum ex ſola quadratura infinitarum parabolarum inuenire rationem cylindrorum circumſcriptorũ, ad infinitos fuſos parabolicos; ſed etiam centrum grauitatis infinitarum parabolarum. Nam cum in propoſit. 4. lib. 4. & in ſcholijs eiuſdem, oſtenſum ſit in ſchemate illius propoſit. data qualibet ſemiparabola RBE, cuius baſis RE, diameter BE, quæ reuoluatur cum ſibi circumſcripto parallelogrammo RB, circa BS: cylindrum RK, eſſe ad ſolidum ERBZk, vt parallelogrammum RB, ad ſemiparabolam ERB, cuius baſis ER, diameter EB, quæ ſit gradus dupli, gradus ſemiparabolæ reuolutæ circa SB; patet ex data quadratura infinitarum parabolarum, dari rationem cylindri RK, ad annulum ERBZk. Data hac ratione, dabitur etiam ex propoſit. anteced. ratio cylindri Rk, vel ei æqualis orti ex RB, circa RE, ad ſolidum ex ERB, circa

RE;



R E; nempe ad ſemifuſum parabolicum. His datis dabitur etiam ratio illorum ſolidorum ad inuicem; & conſequenter centrum æquilibrij ſemiparabolæ E R B, in E B; & conſequenter centrum grauitatis parabolæ R B A, in diametro B E.

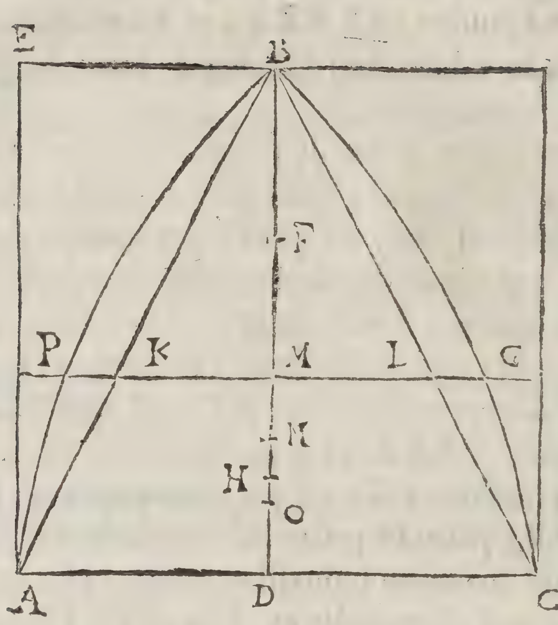
Sed hic notetur, parabolas inſeruientes inuentioni centri grauitatis infinitarum parabolarum, non eſſe omnes, ſed illas dumtaxat, quarum exponentes ſunt numeri pares; quia hæ dumtaxat inſeruiunt inuentioni

uentioni rationis infinitorum cylindrorum R K, ad infinitos annulos E R B Z k, vt luculenter explicatum fuit in admirabili ſcholio 4. citat. propoſit. 4. lib. 4.

Inſuper cum in varijs propoſitionibus lib. prim. aſſignata fuerit ratio, quam habet quælibet pars parallelogrammi A S, ad quamlibet partem parabolæ R B A, quam pars parallelogrammi includit,& cum in cit. propoſit. 4. lib. 4. & in eiuſdem ſcholijs, aſſignata fuerit ratio ex illa ſimplici analogia, quam habet quælibet pars cylindri R C, ad quamlibet partem annuli A R B Z C; v. g. oſtenſa ſit ratio, quam habet cylindrus I K, ad partem annuli ex E I T B, circa V B; patet ex propoſit. antecedentibus, necdum dari rationem cuiuslibet partis cylindri R C, v. g. I k, vel ei æqualis ex I B, circa I E, ad partem fuſi ex I T B E, circa I E: ſed etiam dari in B E, vel in V I, centrum æquilibrij ſegmenti I T B E, vel grauitatis duplicati ſegmenti ad partes B E, vel I V.

In propoſit. autem 3. lib. 4. patuit cylindrum E C, eſſe ad quodlibet conoides parabolicum ABC, cuius exponens ſit numerus par, vt parallelogrammum E C, ad parabolam A B C, cuius exponens ſit ſubduplus exponentis conoidis. Quare, vt ibidem patuit, infinitæ parabolæ non inſeruierunt inuentioni rationi infinitorum cylindrorum ad infinita conoidea, ſed tantum ad ea, quorum exponentes ſunt numeri pares. Eliciemus ergo ex antecedenti-

bus



bus propoſitionibus, inſeruire infinitas parabolas inuentioni rationi cylindrorum E C, vel eis æqualium factorum ex E D, circa E A, ad annulos ex A B D, circa A E, quorum exponentes ſint numeri pares. Pariter eliciemus nos ex his habere centrum æquilibrij in baſi A D, ſemiparabolarum A B D, quarum exponentes ſunt numeri pares, & non omnium.

Patet ergo ex dictis, aliquod admirabile, & non minus eo, quod expoſitum fuit in prædicto ſchol. 4. propoſit. 4. lib. 4. Hoc autem eſt, quod infinitæ parabolæ inſeruiunt tam inuentioni centri grauitatis infinitarum

finitarum parabolarum in diametro, quam inuentioni centri æquilibrij infinitarum ſemiparabolarum in baſi. At inuenimus centra grauitatis infinitarum parabolarum in diametro non adhibendo infinitas parabolas, ſed illas tantum, quarum exponentes ſunt numeri pares. E contra verò adhibendo infinitas parabolas, non inuenimus centra æquilibrij in baſi infinitarum ſemiparabolarum, ſed illarum tantum, quarum exponentes ſunt numeri pares.

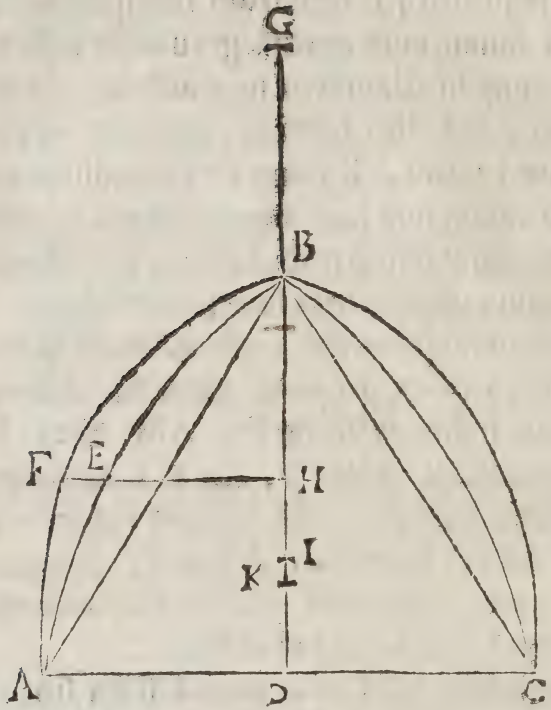
Ex cit. autem propoſit. 3. lib. 4. & ex ſchol. eiuſdem, poſſumus ex propoſit. anteced. elicere rationem, quam habet cylindrus ex AM, circa EA, ad partem annuli ex APMD, circa EA, cuius exponens ſit numerus par. Et inſuper centrum æquilibrij in AD, ſegmenti APMD, ſemiparabolæ ABD, cuius exponens itidem ſit numerus par. Hæc autem facile patent ex dictis.

Quot igitur ſolidorum manifeſtata ſint centra grauitatis, potuit lector ex dictis cognoſcere. Sed nolumus ſub ſilentio relinquere aliqua, quæ nobis ſcitu digna videntur.

PROPOSITIO XLI.

Si ſuper eadem baſi, & circa eandem diametrum ſint ſemihyperbola, & ſemiparabola. Tota ſemihyperbola cadet intra ſemiparabolam.

SInt ſemihyperbola AEBD, & ſemiparabola AFBD, quarum eadem baſis AD, eademque



que diameter BD. Dico totam ſemihyperbolam cadere intra ſemiparabolam. Sit GB, latus tranſuerſum hyperbolæ, & accepto in BD, arbitrariè puncto H, ordinatim applicetur HEF. Quoniam enim in hyperbola eſt ex primo conic. propoſit. 21. vt quadratum EH, ad quadratum AD, ſic rectangulum GHB, ad rectangulum GDB: & in parabola eſt ex propoſit. 20. eiuſdem lib. quadratum AD, ad quadratum FH, vt DB, ad BH; nempe vt rectangulum GDB, ad rectangulum

ſub

ſub GD, in BH: ergo ex æquali, erit quadratum EH, ad quadratum FH, vt rectangulum GHB, ad rectangulum ſub GD, in BH. Sed rectangulum GHB, minus eſt rectangulo ſub GD, in BH. Ergo & quadratum EH, minus erit quadrato FH. Ergo & EH, minor erit FH. Punctum autem H, ſumptum fuit arbitrariè. Ergo omnes lineæ hyperbolæ minores erunt ſingulis lineis parabolæ. Patet ergo propoſitum.

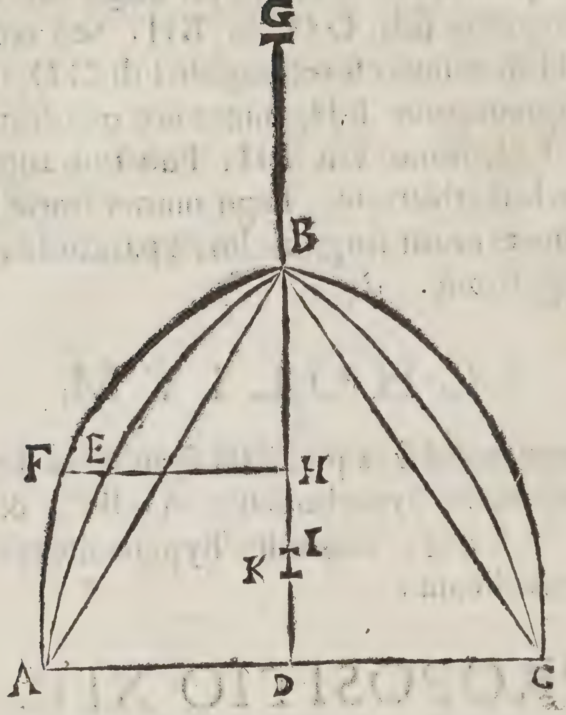
SCHOLIVM.

Patet ergo, quod ſi ex prędictis figuris intelligantur genita conoidea hyperbolicum AEBC, & parabolicum AFBC, conoides hyperbolicum cadet intra parabolicum.

PROPOSITIO XLII.

Differentiæ ſupradictorum conoideorum centrum grauitatis eſt medium punctum diametri.

SInt ergo vt in propoſit. anteced. conoidea hyperbolicum AEBC, & parabolicum AFBC. Dico centrum grauitatis exceſſus conoidis parabolici ſupra conoides hyperbolicum eſſe in medio BD. In conoidibus inſcribatur conus ABC. Cum ergo ex ſchol. propoſit. 4. ſit in medio BD, centrum grauitatis tam totius, nempe exceſſus conoidis pa-



rabolici ſupra conum A B C, quam partis; nempe exceſſus conoidis hyperbolici ſupra eundem conum. Ergo & reliquæ partis, nempe exceſſus conoidis parabolici ſupra conoides hyperbolicum erit centrum grauitatis in medio B D. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed cum in præſenti occurrerit modus alius compendioſus aſſignandi centrum grauitatis conoidis hyper-

hyperbolici diuerſus ab illis, quos tradidimus ſupra in propoſit. 13. & 14. nolumus ipſum omittere, ſed præmittenda eſt ſequens propoſitio eius manifeſtationi.

PROPOSITIO XLIII.

Differentia ſupradictorum conoideorum, eſt ad conoides hyperbolicum vt ſexta pars diametri ad tertiam partem eiuſdem, vna cum dimidio lateris tranſuerſi.

IN ſchemate ſuperiori. Dico exceſſum conoidis parabolici AFBC, ſupra conoides hyperbolicum AEBC, eſſe vt ſexta pars DB, ad tertiam partem DB, cum dimidio GB. Quoniam enim vt elicitur ex propoſit. 5 lib 2. conoides parabolicum eſt ſeſquialterum coni ABC; ergo erit ad ipſum vt GD, ad duo tertia GD; nempe vt dimidium GD, ad tertiam partem GD. Rurſum cum ex propoſit. 5. 7. & 11. ſit cylindrus conoidi hyperbolico circumſcriptus, ad ipſum, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB; erit conus ABC, tertia pars cylindri, ad conoides hyperbolicum, vt tertia pars GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB Quare ex æquali, erit conoides parabolicum ad conoides hyperbolicum vt dimidium GD, ad dimidium GB, cum tertia parte BD. Ergo & diuidendo, erit differentia conoideorum ad conoides

des hyperbolicum vt ſexta pars DB, ad dimidium GB, cum tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO XLIV.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici ſic diuidit ipſius diametrum vt pars ad verticem ſit ad reliquam, vt latus tranſuerſum cum ſubſeſquitertia diametri, ad dimidium lateris tranſuerſi cum quarta parte diametri.

ESto in ſchemate antecedenti conoides hyperbolicum AEBC, cuius diameter DB, latus tranſuerſum GB, & ſit k, eius centrum grauitatis. Dico BK, ad kD, eſſe vt GB, cum ſubſeſquitertia BD, ad dimidiam GB, cum quarta parte DB. Eſto conoides parabolicum AFBC; & ſit H, medium punctum BD, adeo vt ſicuti elicitur ex propoſ. 42. ſit centrum grauitatis differentiæ conoideorum: pariter BI, ſit dupla ID, adeo vt ſit I, ex propoſit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis parabolici. Si ergo fiat HI, ad Ik, vt dimidium GB, cum tertia parte BD, ad ſextam partem BD; nempe ex propoſit. anteced. reciprocè vt conoides hyperbolicum ad exceſſum conoidis parabolici ſupra ipſum, erit k, centrum conoidis hyperbolici. Tunc argumentetur ſic. Quoniam BI, quadrupla eſt IH, ergo BI, erit ad Ik, vt dupla GB, vna cum ſeſquitertia BD, ad ſextam partem BD. Et componendo erit BK, ad kI, vt dupla GB, vna cum

ſeſqui-

ſeſquitertia BD, & cum ſexta parte eiuſdem, ad ſextam partem eiuſdem. Cum autem DI, ſit dupla IH, erit kI, ad ID, vt ſexta pars BD, ad GB, cum duabus tertijs partibus BD. Et diuidendo, erit Ik, ad kD, vt ſexta pars BD, ad GB, cum dimidia BD. Quare ex æquali, erit Bk, ad kD, vt dupla GB, cum ſeſquitertia BD, & cum ſexta parte eiuſdem, ad GB, cum dimidia BD. Et vt horum terminorum dimidia. Ergo Bk, erit ad kD, vt GB, cum ſubſeſquitertia DB, ad dimidiam GB, cum quarta parte BD. Quod &c.

SCHOLIVM.

In noſtro libello 60, problematum geometricorum oſtendimus in propoſit. 53. quandam proprietatem communem conoidibus parabolico, & hyperbolico, portionibus ſphæræ, & ſphæroidis, & etiam cono. Alia proprietas communis omnibus prædictis ſolidis reperitur circa illorum grauitatis centrum. Hanc in ſequentibus patefaciemus, ſed prius oſtendemus aliqua, quæ vtique non videntur turpiora, & ſunt præmitenda.

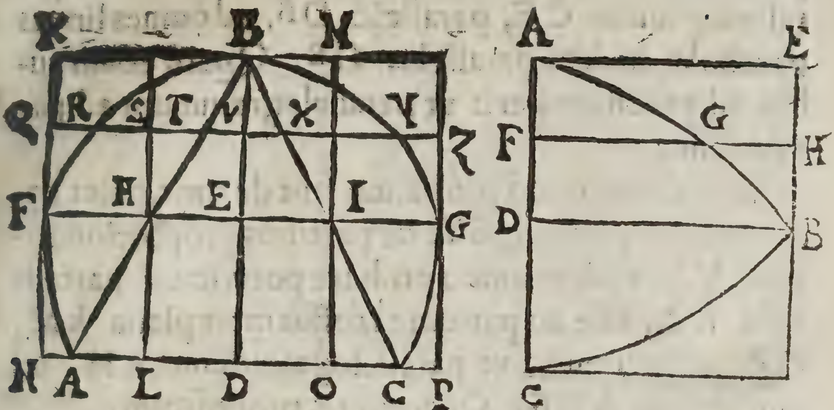
PROPOSITIO XLV.

Si in qualibet ſphæræ, portione inſcribatur conus, quæ portio cum cono ſecetur plano baſi parallelo ſecante axim bifariam, & intelligatur tubus cylindricus circa eundem

axim

axim cum portione, cuius baſis ſit armilla exceſſus circuli facti in portione, ſupra circulum factum in cono à plano ſecante. Hic erit ad exceſſum portionis ſupra conum tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales, vt parallelogrammum circumſcriptum parabolæ quadraticæ ad ipſam; dummodo hæc ſecetur ſecundum diametro parallelas.

SIt ABC, quælibet portio ſphæræ, in qua intelligatur inſcriptus conus ABC, ſectoque axi BD, bifariam in E, ducatur per E, planum FEG, plano ADC, parallelum, faciens in cono circulum HEI; intelligamus tubum cylindricum kLMP, circa eundem axim BD, cuius baſis armilla NLP, æqualis armillæ FHG: pariter in ſecunda figura intelligamus parabolam quadraticam ABC, cuius axis BD, baſis vero AC, ſit æqualis axi BD, portionis, & ei ſit circumſcriptum parallelogrammum. Dico tubum cylindricum kLMC, eſſe ad exceſſum portionis ABC, ſupra conum ABC, vt parallelogrammum EC, ad parabolam ABC. Sumatur in BD, axi portionis arbitrariè punctum V, per quod traiciatur planum QZ, plano AC, parallelum ſecans omnia ſolida vt in ſchemate; & pariter in parabola facta AF, æquali BV, per F, ducatur FGH, parallela DB. Quoniam enim rectangulum DEB, eſt ad rectangulum DVB, vt rectangulum AHB, ad rectangulum ATB, quia proportiones horum rectangulorum componuntur ex iiſdem



dem proportionibus; & rectangulis in circulo AHB, ATB, ſunt æqualia rectangula FHG, RTY; ergo vt rectangulum DEB, ad rectangulum DVB, ſic rectangulum FHG, ſeù QSZ, ad rectangulum RTY. Sed vt rectangulum QSZ, ad rectangulum RTY, ſic armilla circularis QSZ, ad armillam circularem RTY. Ergo vt armilla ad armillam, ſic rectangulum DEB, ad rectangulum DVB. Sed vt rectangulum DEB, in portione ad rectangulum DVB, ſic rectangulum CDA, in parabola ad rectangulum CFA; & vt rectangulum CDA, ad rectangulum CFA, ſic DB, ſeù FH, ad FG, ex ſchol. propoſit. 22. lib. prim. Ergo vt armilla circularis QSZ, ad armillam circularem RTY, ſic HF, ad FG. Cum vero puncta V, F, ſumpta ſint arbitrariè; ergo concludemus omnes armillas circulares tubi parallelas armillæ NLP, eſſe ad omnes armillas circulares exceſſus portionis ſupra conum,

parallelas eidem armillæ N L P, vt omnès lineæ parallelogrammi C E, parallelæ D B, ad omnes lineas parabolæ itidem parallelas D B. Quare etiam tubus ad exceſſum, erit vt parallelogrammum ad parabolam.

Hoc autem quod probatum fuit de totis, patet eodem modo probari poſſe de partibus proportionalibus. V. g. eodem modo probare poterimus, partem tubi K Z, eſſe ad partem exceſſus inter plana k M, Q Z, contentam, vt parallelogrammum A H, ad portionem A G F. Quare patet propoſitum.

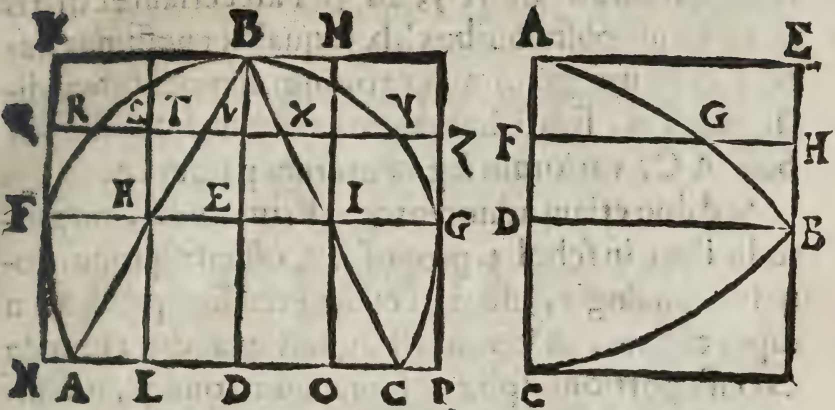
SCHOLIVM I.

Cum ergo ex ſchol. prim. propoſit. 1. lib. prim. ſit parallelogrammum E C, ſeſquialterum parabolæ, etiam tubus erit ſeſquialter prædicti exceſſus. Imo ex propoſitionibus varijs eiuſdem lib. prim. habebimus varias rationes partium tubi contentarum inter plana plano A C, parallela. Quæ autem hæ ſint relinquimus lectori conſiderare ex illis propoſitionibus, in quibus aſſignantur rationes variarum partium parallelogrammi C E, ad varia ſegmenta parabolæ.

SCHOLIVM II.

Ad modum ergo perſæpe rememoratorum, poſſumus deducere, exceſſum portionis A B C, ſupra

ſuum



ſuum conum, & parabolam eſſe quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Vnde quantum ad magnitudinem, patet illum exceſſum ſecari à plano F G, bifariam, ſicuti etiam parabola ſecatur bifariam à diametro, ſed ſic bifariam, vt partes ſupra, & infrà planum F G, ſint ſemper ſimiles, & æquales tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quantum vero ad grauitatem, patet in primis centrum grauitatis prædicti exceſſus eſſe in medio B D, ſicuti in medio A C, baſis parabolæ, eſt centrum æquilibrij parabolæ. Inſuper patet, dimidij exceſſus ſuperioris centrum grauitatis ſic ſecare B E, vt pars ad B, ſit ad partem ad E, vt 5, ad 3; quod habetur ex ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. In eadem ratione ſecatur D E, à centro grauitatis partis inferioris, adeovt pars ad D, terminata, ſit ad partem

terminatam ad E, vt 5, ad 3. Patet etiam ex dictis in varijs propoſitionibus lib. 3. qualiter poſſimus habere centrum grauitatis variorum ſegmentorum dicti exceſſus, ſicuti habemus centrum æquilibrij in baſi A C, variorum ſegmentorum parabolæ.

Sed duo etiam adnotentur. Primum eſt, magnitudinibus in ſchol. 3. propoſ. 26. oſtenſis proportionaliter analogis, aſſociari etiam exceſſum prædictum ſupra conum. Alterum eſt, quod quæ dicta ſunt de exceſſu portionis ſphæræ ſupra ſuum conum, intelligenda etiam ſunt de exceſſu portionis ſphæroidis ſupra ſuum conum. Quia in lib. 4. de infinit. parabolis, probata eſt perpetua analogia reperta inter proportionales partes ſphæræ, & ſphæroidis.

PROPOSITIO XLVI.

Si in quolibet conoide hyperbolico, & parabolico quadratico; item in qualibet ſphæræ, vel ſphæroidis portione inſcribatur conus. Centrum grauitatis exceſſus prædictorum ſolidorum ſupra ſuos conos erit in medio puncto diametri ipſorum.

SIt conoides parabolicum quadraticum, vt in prima figura in ſchem. ſequent. B A C, vel hyperbolicum vt in ſecunda; vel quælibet portio ſphæræ, vel ſphæroidis vt in tertia, & in iſtis ſolidis intelligantur inſcripti coni B A C. Dico centrum grauitatis exceſſuum prædictorum ſolidorum ſupra

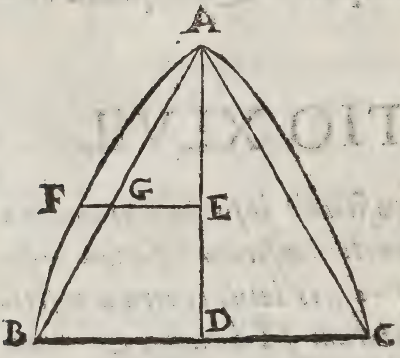
conos

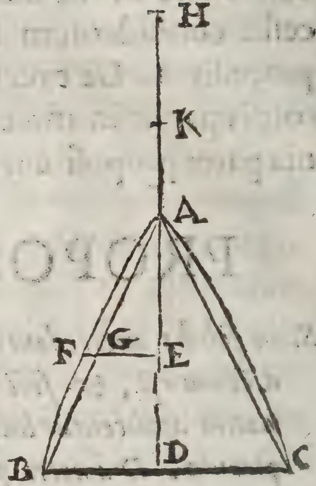
conos eſſe in E, diuidente bifariam A D. De exceſſu conoideorum ſupra conos, patuit in ſcholio propoſit. 6. De exceſſu portionis ſphæræ, vel ſphæroidis patuit in anteced propoſit. Quare quoad omnia patet propoſitum.

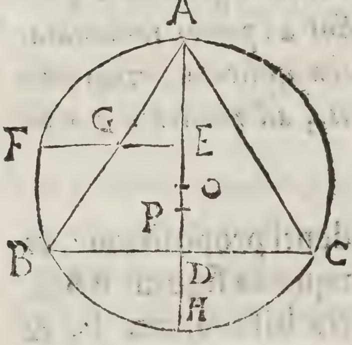
PROPOSITIO XLVII.

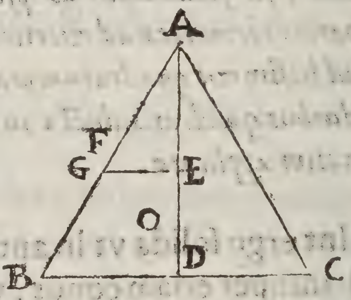
Si in ſolidis antecedentis propoſitionis inſcribantur coni vt dictum eſt, & ſectis diametris ipſorum bifariam ordinatim applicentur lineæ, ſecantes latus conorum inſcriptorum. Diametri prædictorum ſolidorum, & etiam coni, ſic ſecabuntur ab ipſorum centris grauitatis, vt partes terminatæ ad verticem ſint ad partes terminatas ad baſim vt quadratum ordinatim applicatæ, vna cum duobus quadratis ductæ in conis, ad quadratum ordinatim applicatæ.

SInt ergo ſolida vt in antecedenti propoſitione, & inſuper etiam conus, vt in quarta figura BAC, quorum diametri A D, ſint ſectæ bifariam in E, & ordinatim applicentur E G F; ſitque horum centrum grauitatis punctum O. Dico A O, eſſe ad O D, vt quadratum F E, cum duobus quadratis G E, ad quadratum F E. In cono res eſt manifeſta, quia ſicuti A O, eſt tripla O D, ſic tria quadrata G E, ſunt tripla vnius quadrati G E. In alijs ſic patebit. Fiat D P, quarta pars D A. Ergo P, erit centrum grauitatis conorum. Cum ergo ex propoſit.









poſit. antèced. ſit etiam E, centrum grauitatis exceſſus ſolidorum ſupra conos, & ex ſuppoſito, ſit O, centrum grauitatis ſolidorum; ergo erit reciprocè vt PO, ad OE, ſic exceſſus ſolidorum ſupra conos ad ipſos conos. Et componendo, vt PE,

ad

ad OE, ſic ſolida ad ipſos conos. Sed ex propoſit. 53. lib. noſtri ſexaginta problematum geometricorum, ſolida ſunt ad conos vt quadrata FE, EG, ad duplum quadratum EG. Ergo & PE, erit ad EO, vt quadrata FE, EG, ad duplum quadratum EG. Et antecedentium dupla. Ergo vt DE, ad EO, ſic duo quadrata FE, cum duobus quadratis EG, ad duo quadrata EG. Ergo & per conuerſionem rationis vt ED, ad DO, ſic duo quadrata FE, cum duobus quadratis EG, ad duo quadrata FE; nempe ſic dimidium ad dimidium, ſcilicet ſic quadrata FE, EG, ad quadratum FE. Et vt antecedentium dupla. Ergo vt AD, ad DO, ſic duo quadrata FE, cum duobus quadratis GE, ad quadratum FE. Et diuidendo vt AO, ad OD, ſic quadratum FE, cum duobus quadratis GE, ad quadratum FE. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Cum ergo in progreſſu demonſtrationis probatum ſit, eſſe DE, ad EO, vt duo quadrata FE, cum duobus quadratis GE, ad duo quadrata GE; nempe vt quadrata FE, EG, ad quadratum EG; ergo etiam diuidendo, erit DO, ad OE, vt quadratum FE, ad quadratum GE. Quod etiam patet verificari in cono. Sed ex hac propoſitione, & ex analogia, quæ reperitur inter parabolam quadraticam, & ſphæram, poteſt colligi quædam propoſitio

poſitio vniuerſalis in qualibet portione parabolæ quadraticæ.

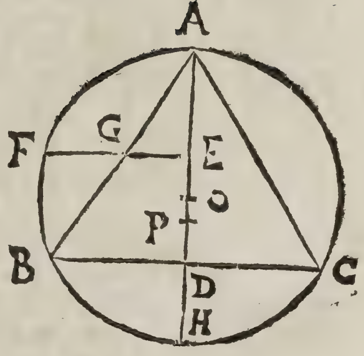
PROPOSITIO XLVIII.

Si in quacunque portione parabolæ quadraticæ reſectæ linea diametro parallela inſcribatur triangulum, & baſis portionis parabolæ ſecetur biſariam, & per punctum biſſectionis ducatur parallela diametro. Centrum æquilibrij ſecundum baſim prædictæ portionis ſic ſecabit baſim, vt pars ad curuam terminata ſit ad reliquam, vt parallela diametro ducta à puncto biſſectionis, vna cum intercepta inter punctum biſſectionis, & latus trianguli, ad prædictam parallelam diametro.

ESto parabola ABC, quadratica, cuius baſis AC, diameter BD, & ſit quælibet eius portio EFBC, reſecta FE, diametro BD, parallela, & in portione ſit inſcriptum triangulum CFE; ſitque CE, ſecta biſariam in G, & per G, ducatur GIH, parallela diametro, ſitque K, centrum æquilibrij in baſi portionis EFBC. Dico Ck, eſſe ad kE, vt HG, cum GI, ad HI. In tertia figura ſchematis anteced. propoſ. intelligatur portio ſphæræ, vel ſphæroidis BAC, proportionalis EFBC, portioni parabolæ, & intelligantur in ea omnia, quæ ſupra. Ergo CK, erit ad kE, in portione parabolæ, vt AO, ad OD, in portione ſphæræ; nempe ex propoſit. anteced. vt duplum quadratum GE,

cum





cum quadrato FE, ad quadratum FE. Sed cum GE, ſit dimidia BD, eius quadratum erit quarta pars quadrati BD; & duo quadrata GE, erunt dimidium quadrati BD. Ergo AO, ad OD, & Ck, ad kE, in portione parabolæ, erunt vt quadratum FE, cum dimidio quadrati BD, ad quadratum FE; nempe vt dimidium rectanguli HDA, cum rectangulo HEA, ad rectangulum HEA. Sed vt illa plana ad inuicem in portione ſphæræ, ſic in portione parabolæ quadraticæ dimidium rectanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectangulum AGC. Ergo & vt Ck, ad kE, ſic dimidium rectanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectan-

gulum A G C. Sed vt hæc plana ad inuicem ſic dimidia F E, nempe G I, cum H G, ad H G. Quare & vt C k, ad K E, ſic G I, cum G H, ad G H. Quod erat oſtendendum.

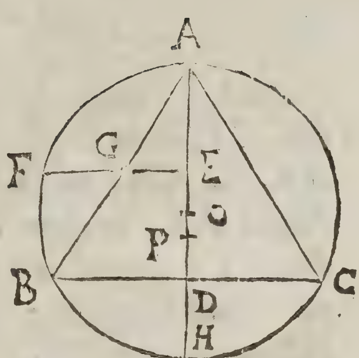
SCHOLIVM I.

Sed ex progreſſu demonſtrationis poteſt etiam facile probari eſſe C k, ad k E, vt A E, cum A G, ad A G. Nam cum probatum ſit eſſe C k, ad k E, vt dimidium rectanguli A E C (nempe vt rectangulum A E, G C) ſimul cum rectangulo A G C, ad rectangulum A G C. Patet hæc rectangula ob commune latus C G, eſſe vt A E, A G, ad A G. Quare & ſic C k, ad k E.

Eliciet ergo lector facile, eſſe E k, ad k G, vt H G, ad dimidiam G I; vel vt G A, ad dimidiam A E. Ex quibus etiam patebit in portione B A C, ſphæræ, vel ſphæroidis eſſe A O, ad O D, vt D H, H E, ad H E. Et D O, eſſe ad O E, vt E H, ad dimidiam H D.

Sed hæc, quæ probata fuerunt ex analogia reperta inter portiones parabolæ, & ſphæræ, poſſunt abſolutè probari ex proprijs ipſius parabolæ. Nam cum F B C, ſit verè parabola ex prim. conic. propoſit. 47. cuius diameter H E, erit in G, centrum æquilibrij parabolæ F B C, appenſæ ſecundum C E. Fiat C L, dupla L E. Ergo L, erit centrum æquilibrij trianguli E F C, appenſi ſecundum, C E. Ergo





go erit reciprocè vt Lk, ad kG, ſic FBC, ad triangulum FCE. Et componendo, erit LG, ad Gk, vt portio EFBC, ad triangulum EFC. Sed cum ex ſchol. propoſit. 17. lib. prim. ſit conuertendo, portio ad parallelogrammum duplum trianguli, vt dimidia AE, vna cum ſexta parte CE, ad AE; & ad ipſum triangulum, vt idem antecedens ad dimidiam AE. Ergo erit etiam, vt LG, ad GK, ſic dimidia AE, cum ſexta parte CE, ad dimidiam AE. Ergo & vt antecedentium tripla. Ergo vt EG, tripla LG, ad Gk, ſic ſeſquialtera AE, cum dimidia CE, ad dimidiam AE. Et per conuerſionem rationis, vt GE, ad EK, ſic ſeſquialte-

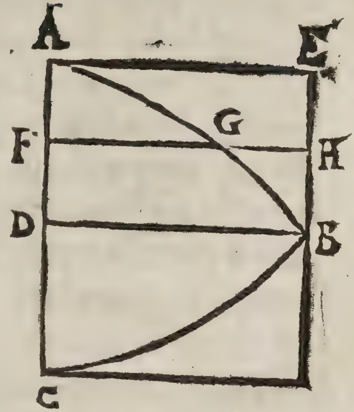
ra AE; cum dimidia CE, ad dimidiam CE, cum AE. Et rurſum vt antecedentium dupla. Ergo vt CE, ad EK, ſic CE, cum tripla AE, ad dimidiam CE, cum AE. Ergo & diuidendo, vt dimidia CE, cum dupla AE, ad dimidiam CE, cum AE, ſic CK, ad KE. Sed vt dimidia CE, cum dupla AE, nempe vt GA, cum AE, ad dimidiam CE, cum AE, nempe ad GA, ſic ſumpta communi altitudine CG, rectangulum AGC, cum rectangulo ſub AE, in GC, ad rectangulum AGC: Et vt rectangulum AGC, cum rectangulo AE, GC, ad rectangulum AGC, ſic HG, cum dimidia FE, nempe cum IG, ad HG. Quare & vt CK, ad kE, ſic HG, cum GI, ad HG. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM II.

Sed cum in ſchol.2.prop.45. probatum ſit parabolam quadraticam, ſphæram, & ſphæroides eſſe quantitates proportionaliter analogas cum tribus alijs ſolidis, ſequitur etiam in illis currere ſupra explicatum compendium circa illorum centra grauitatis. Quoniam ergo exceſſus, in ſchemate ſequenti, portionis ABC, ſphæræ, vel ſphæroidis ſupra conum ABC, eſt proportionaliter analogus cum parabola quadratica ABC; ſequitur inquam, quod ſi prius ſecetur plano FEG, deinde plano RVY, ſecante BE, bifariam in V, quod centrum grauitatis partis

ex-





exceſſus ex FBH, reuoluta circa BE, ſic ſecabit BE, vt pars terminata ad B, ſit ad partem terminatam ad E, vel vt rectangulum RTY, cum dimidio rectanguli FHG, ad rectangulum RTY: vel vt rectangulum ATB, cum dimidio rectanguli AHB, ad rectangulum ATB: vel vt rectangulum DVB, cum dimidio rectanguli DEB, ad rectangulum DVB: vel compendioſius, vt ED, DV, ad DV: ſeù, quod idem eſt, vt AH, AT, ad AΓ. Pariter ſequitur, quod EV, ſic ſecabitur à prædicto centro, vt pars terminata ad E, ſit ad partem terminatam ad V, vt VD, ad dimidiam DE: ſeù vt TA, ad dimidiam AH: ſeù vt rectangulum BVD, ad dimidium rectanguli BED: ſeù vt rectangulum BΓA, ad dimidium rectanguli BHA: ſeù tandem vt rectangulum RTY, ad dimidium rectanguli FHG.

Item cum in ſchem. poſito in ſchol. prop. 40. ſuppo-

ſito RBZ, ABC, eſſe conos, probatū ſit ibidem exceſſum cylindri RC, ſupra illos conos eſſe proportionaliter analogum cum parabola quadratica; ſequitur, quod ſi prædictus exceſſus ſecetur plano LPM, deinde ſupponamus rurſum ſecari plano ITX, ſecante bifariam SG, in V: ſequitur inquam SG, ſecari à centro grauitatis partis exceſſus geniti ex reuolutione ſegmenti LPBTR, in prædictis rationibus.

Tandem inſpiciatur ſchema poſitum in propoſit. 26. in quo ex cit. ſchol. annulus latus ex hyperbola ABC, circa KM, probatus fuit proportionaliter analogus cum parabola quadratica AOC. Si ergo illæ annulus ſecetur prius vbilibet plano NBV, deinde plano IST, ſecante bifariam KL, in puncto, in quo ipſam ſecat; eadem compendia ſupra expoſita colligemus circa centrum grauitatis portionis annuli ex portione hyperbolæ ABN. Hæc enim omnia patent ex dictis, & lector memor ſi pradictorum facile percipiet. Nè ergo ipſi tædium afferamus ad alia tranſeamus.

Parabola quadratica habet lineam quandam, quæ appellatur parameter, ſeù latus rectum; cuius natura eſt, vt quadrata ordinatim applicatarum, æqualia ſint rectangulis contentis ſub hac, & ſub portionibus axis abſciſſis verſus verticem ab ordinatim applicatis. Hanc proprietatem habent quoque aliæ infinitæ parabolæ, ſed ſuo modo: adeo vt in qualibet ſit aſſignabilis quędam linea, vt poteſtates ordinatim

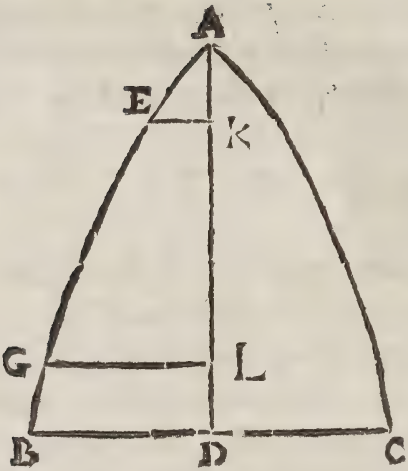
natim applicatarum parabolæ congruentes, ęquales ſint poteſtatibus factis ſub prędictis abſciſſis ab ordinatim applicatis, & ſub poteſtate talis lineæ vno gradu depreſſiore poteſtate parabolę. Sit ergo.

PROPOSITIO XLIX.

Si fiat vt diameter parabolæ ad ſemibaſim, ſic huius poteſtas vno gradu depreſſior poteſtate parabolæ ad ſimilem poteſtatem lineæ inueniendæ. Poteſtates applicatarum ordinatim in parabola eiuſdem gradus cum parabola, æquales erunt factis ſub abſciſſis diametri verſus verticem ab ordinatim applicatis, & ſub poteſtate lineæ inuentæ, vno gradu depreſſiore poteſtate parabolæ.

ESto quælibet parabola B A C, in qua fiat vt diameter A D, ad ſemibaſim D B, ſic poteſtas huius vno gradu depreſſior poteſtate parabolæ, ad ſimilem poteſtatem A H: v. g. ſi parabola eſt quadratica, ſic D B, ad A H; ſi eſt cubica, ſic quadratum D B, ad quadratum A H: ſi eſt quadratoquadratica, ſic cubus D B, ad cubum A H. Dico, quod ſi ordinatim applicentur G L, E k, poteſtas G L, eiuſdem gradus cum parabola ęqualis erit facto ſub L A, & ſub poteſtate A H, vno gradu depreſſiore poteſtate parabolæ, & ſic de cæteris. Quoniam enim vt A D, ad D B, ſic poteſtas D B, vno gradu depreſſior poteſtate parabolæ, ad ſimilem poteſta-

tem



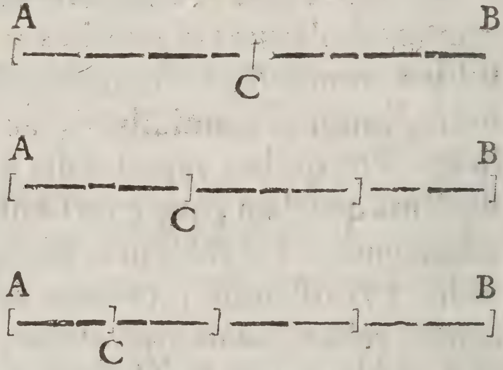
tem A H; ergo factum ſub D A, & ſub prædicta poteſtate A H, erit ęquale poteſtati B D, eiuſdem gradus cum parabola. Cum autem ſit ex geneſi parabolæ, vt poteſtas B D, eiuſdem gradus cum parabola ad ſimilem poteſtatem G L, ſic D A, ad A L. Et vt D A, ad A L, ſic factum ſub D A, & ſub poteſtate A H, vno gradu depreſſiore poteſtate parabolæ, ad factum ſub L A, & ſub pręd icta poteſtate A H. Ergo & vt factum ſub D A, & ſub tali poteſtate A H, ad factum ſub L A, & ſub poteſtate A H, ſic poteſtas B D, eiuſdem gradus cum parabola ad ſimilem poteſtatem G L. Ergo & permutando, vt factum ſub D A, & ſub tali poteſtate A H, ad poteſtatem B D, eiuſdem gradus cum parabola, ſic factum ſub L A, & ſub poteſtate A H, ad poteſtatem

ſtàtem GL, eiuſdem gradus cum parabola. Cum autem factum ſub DA, & ſub poteſtate AH, oſtenſum fuerit ęquale poteſtati prędictę BD. Ergo & factum ſub LA, & ſub poteſtate AH, erit ęquale poteſtati GL. Idem patebit de reliquis. Quare etiam patebit propoſitum.

SCHOLIVM.

Sed lubet huic tractatui finem imponere infinitarum parabolarum tangentibus, ac maximis inſcriptibilibus, minimiſque circumſcriptilibus infinitis parabolis, infinitis conoidibus, ac ſemifuſis parabolicis. Pro quibus reperiendis nobis neceſſaria eſt doctrina quædam, quę cum ſit nimis prolixa, ex alijs eſt petenda. Euclides in 6. Elementorum libro, propoſit. 27. oſtendit. *Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis ſimilibus, & ſimiliter poſitis ei, quæ à dimidia deſcribitur, maximum eſt quod ad dimidiam eſt applicatum, ſimile exiſtens defectui.* Quod Euclides demonſtrauit in planis, Eutocius de ſphæra, & cylind. propoſit. 3. Bonauentura Caualerius, in exercit. 6. propoſit. 28. Ricardus Albius in ſuo hemiſphę. diſſecto. propoſit. 42. extenderunt ſuo modo ad ſolida, patefacientes. *Omnium parallelepipedorum ad eandem rectam lineam applicatorum cubiſque deficientium, maximum eſſe, quod ad tertiam illius partem applicatur.* Hanc denique doctrinam Petrus Paulus Carauaggius Me-

diolanenſis eruditiſſimus geometra in ſua geometria applicationum, ampliauit ad altiores poteſtates, oſtendendo applicationem aliarum poteſtatum ſeruare ſimilem ordinem partium ad quas fit applicatio; adeo vt magnitudo ad quam fieri debet applicatio ſit ſecanda in tot partes quota eſt magnitudo, quæ debet applicari, in ordine graduum; & applicatio ſit facienda ad illarum vnicam. V.g. ſi ad partem datæ A B, ſit applicandum parallelogrammum dificiens, &c. hoc eſt ſi A B, ſit ſic ſecanda in C, vt rectangulum A C B, ſit omnium maximum illorum, quæ poſſunt fieri ex partibus A B; punctum C, ſit illud quod biſſecat A C.



Si vero ſit applicandum parallelepipedum, hoc eſt ſi A B, taliter ſit ſecanda in C, vt ſolidum factum ſub A C, in quadratum C B, ſit omnium maximum; A C, debet eſſe tertia pars A B. Si vero ſit applicandum planoplanum, adeo vt factum ſub A C, in cubum C B, ſit omnium maximum. A C; debet eſſe quarta pars A B. Et ſic in infinitum in altioribus poteſtatibus. Hæc ergo doctrina nobis eſt neceſſaria pro impoſterum dicendis. Quam etiam lector

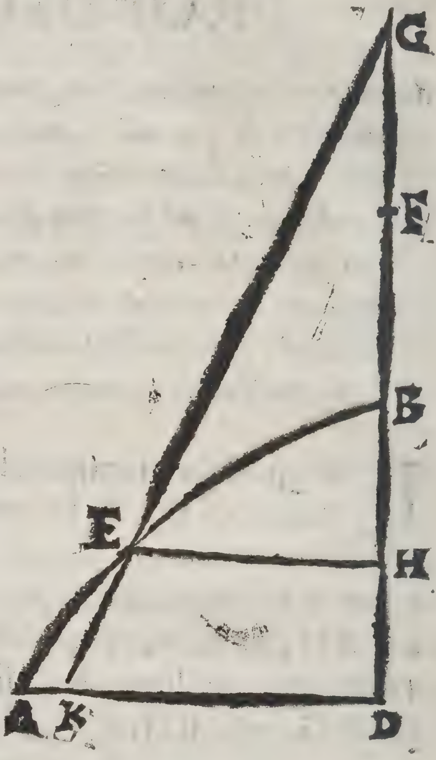
ctor debet ſupponere, vel in citat. opere Carauaggij inſpicere.

PROPOSITIO L.

Si in qualibet infinitarum parabolarum ſumatur aliquod punctum à quo ad diametrum recta linea ordinatim applicetur, diameterque ità producatur vt pars extra parabolam ſit ad partem diametri abſciſſam ab ordinatim applicata verſus verticem vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem. Recta linea, quæ ab extremitate inuentæ lineæ ducitur ad illud punctum, quod ſumptum fuerat, parabolam continget.

ESto quælibet ſemiparabola cuius vertex B, diameter BD, & in curua parabolica ſumatur quodlibet punctum E, per quod ordinatim applicetur EH, producaturque HB, in G, vt GB, ſit ad BH, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem: v. g. ſi parabola ſit quadratica, fiat æqualis BG, ipſi BH: ſi ſit cubica ſit GB, dupla BH, & ſic in infinitum (ſupponatur in præſenti parabolam eſſe cubicam) & iungatur GE. Dico hanc parabolam contingere. Si non, cadat intra; & intelligatur ordinatim applicata AkD. Quoniam AD, maior eſt DK, ergo quælibet poteſtas AD, maior erit qualibet poteſtate KD, eiuſdem gradus. Ergo quælibet poteſtas AD, eiuſdem gradus cum parabola ad poteſtatem EH, eiuſdem gradus, habebit

maiorem rationem quam ſimilis poteſtas KD, ad eandem poteſtatem EH. V. g. maior erit ratio cubi AD, ad cubum EH, quam cubi kD, ad eundem cubum EH. Sed vt poteſtas AD, ad poteſtatem EH, ſic ex natura parabolæ, DB, ad BH; & vt DB, ad BH, ſic factum ſub DB, & ſub poteſtate BG, vno gradu inferiori poteſtate parabolæ, ad factum ſub eadem poteſtate GB, & ſub BH. Ergo maior erit ratio facti ſub DB, & ſub tali poteſtate BG, ad factum ſub HB, & ſub eadem poteſtate BG, ratione poteſtatis kD, eiuſdem gradus cum parabola, ad ſimilem poteſtatem EH. V. g. maior erit ratio facti ſub DB, & ſub quadrato BG, ad factum ſub HB, & ſub quadrato BG, ratione cubi KD, ad cubum EH. Sed vt poteſtas KD, ad ſimilem poteſtatem EH, ſic ſimilis poteſtas DG, ad ſimilem poteſtatem GH. Ergo & factum ſub DB, & ſub poteſtate BG, vno gradu depreſſiori poteſtate parabolæ, ad

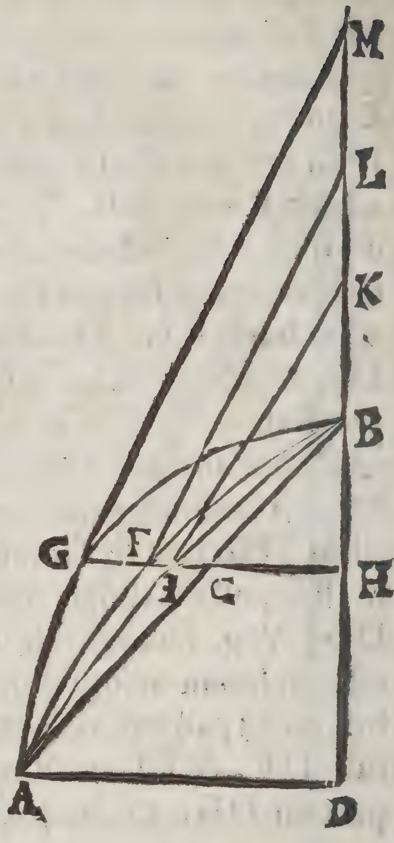


ſimile

ſimile factum ſub HB, & ſub eadem poteſtate BG, erit in maiori ratione quam poteſtas DG, eiuſdem gradus cum parabola ad ſimilem poteſtatem GH. Ergo & permutando primum factum ad poteſtatem DG, erit in maiori ratione quam ſecundum factum ad poteſtatem GH. V. g. factum ſub DB, in quadratum BG, habebit ad cubum DG, maiorem rationem, quam factum ſub HB, & ſub quadrato BG, ad cubum HG. Quod implicat, quia factum ſub DB, & ſub poteſtate BG, eſt in minori ratione ad poteſtatem DG, & non in maiori. Quia ex doctrina ſcholij anteced. factum ſub HB, & ſub poteſtate BG, eſt omnium maximum homogeneorum ſub partibus HG; non ſic factum ſub DB, & ſub poteſtate BG, eſt maximum homogeneorum ſub partibus DG. V. g. factum ſub HB, & ſub quadrato BG, eſt maximum omnium parallelepipedorum applicabilium ad partem HG, non ſic eſt maximum factum ſub DB, & ſub quadrato BG, applicabilium ad partem DG. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Ex dictis facile eliciemus, quod ſi circa diametrum BD, & ſuper eadem baſi AD, intelligamus infinitas ſemiparabolas, & acceptoin diametro BD, puncto H, ducatur HCEFG, parallela AD, ſecans omnes curuas parabolicas, & pariter intelligamus infinitas tangentes KE, LF, MG, &c. eliciemus inquam, triangula infinita CBH, EkH, FLH, GMH,



GMH, &c. eſſe talis naturæ vt latera HB, HK, HL, HM, &c. ſint in continua proportione Arithmetica; baſes vero EH, FH, GH, &c. ſint maiores omnium mediarum proportionalium reperibilium inter AD, CH. Primum patet, quia HB, Bk, kL, LM, &c. ſunt omnes æquales. Secundum patet; quia cum ſit vt quadratum AD, ad quadratum EH, ſic DB, ad BH, ſeù AD, ad CH; EH, erit media proportionalis inter AD, CH. Item cum ſit vt cubus AD, ad cubum FH, ſic DB, ad BH, ſeù AD, ad CH; erit FH, maior duarum mediarum inter AD, CH. Et ſic dicatur de cæteris.

Notetur etiam, quod à ſupradicta regula inueniendi tangentem non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Si enim in triangulo ABD, ſit datum punctum C, ad quod debeat duci tangens; ducta CH, imperat regula generalis producendam

eſſe

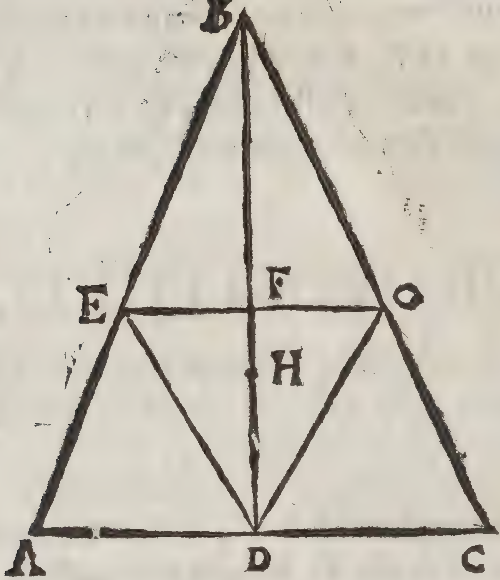
eſſe H B, vt pars vltra B, ſit ad B H, vt numerus parabolæ vnitate minutus, nempe vt nihil, ad vnitatem. Ergo H B, non eſt producenda, ſed à puncto B, ad C, ducenda eſt linea, quæ vtique quodammodo poteſt dici tangere triangulum, quia ipſum non ſecat.

PROPOSITIO LI.

Maximum triangulum inſcriptum in quolibet triangulo, eſt cuius baſis bifariam diuidit diametrum circumſcripti.

ESto triangulum A B C, cuius diameter B D, quæ ſecetur in F, bifariam à baſe E O, trianguli E D O. Dico triangulum E D O, eſſe maximum omnium inſcriptibilium in triangulo A B C. Quoniam enim triangulum A B C, ad triangulum E D O, habet rationem compoſitam ex ratione A C, ad E O (nempe ex ratione D B, ad B F) & ex ratione B D, ad D F; & hæ duæ rationes componunt rationem quadrati B D, ad rectangulum B F D. Ergo triangulum A B C, erit ad E D O, vt quadratum D B, ad rectangulum B F D. Sed rectangulum B F D, eſt maximum omnium rectangulorum factibilium ex partibus B D, in puncto diuiſæ. Ergo etiam triangulum E D O, erit maximum omnium inſcriptibilium intra A B C. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Notetur obiter centrum grauitatis amborum triangulorum ABC, EDO, eſſe idem punctum. Sit enim H, centrum grauitatis trianguli ABC. Ergo qualium BD, eſt 6, & DF, 3, BH, erit 4, DH, 2, & HF, 1. Ergo H, erit etiam centrum grauitatis trianguli EDO.

PROPOSITIO LII.

Maximus conus inſcriptibilis in quolibet cono, eſt cuius diameter eſt tertia pars circumſcripti.

Hæc

HÆc propoſit. oſtenditur etiam ab Albio in hemiſphæ. diſſec. propoſit. 44. Sed ſupponamus ABC, EDO, eſſe conos, & DF, eſſe tertiam partem DB. Dico conum EDO, eſſe maximum omnium, &c. Nam, cum conus ABC, ad conum EDO, habeat rationem compoſitam ex ratione quadrati AD, ad quadratum EF (nempe quadrati DB, ad quadratum BF) & ex ratione DB, ad DF; & cum hæ duæ rationes componant rationem cubi BD, ad factum ſub quadrato BF, & ſub FD; ergo ABC, erit ad EDO, vt cubus BD, ad factum ſub quadrato FB, & ſub FD. Cum ergo hoc factum ſit maximum omnium homogeneorum ipſi factorum ex partibus BD, in puncto diuiſæ. Ergo etiam conus EDO, erit maximus omnium inſcriptibilium &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

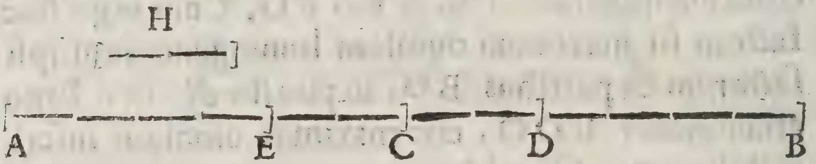
Sed hic etiam obiter notetur centrum grauitatis amborum conorum eſſe idem punctum. Sit enim rurſum H, centrum grauitatis coni ABC. Ergo qualium BD, eſt 12, DF, 4, & DH, 3, talium HF, eſt 1. Ergo H, erit centrum grauitatis etiam coni EDO.

Pariter notetur, conum ABC, eſſe ad conum EDO, vt 27, ad 4. Nam ſic eſt cubus BD, ad factum ſub quadrato BF, & ſub FD.

PROPOSITIO LIII.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, ſit ad exceſſum DA, ſupra dimidiam AB, in data proportione.

DAta ratio ſit, quam habet AD, ad H, & ſic ſecetur AD, in E, vt ſit AE, ad ED, vt H, ad dimidiam AD, & ipſi DE, fiat ęqualis DB. Ergo ſi AB,



diuidatur bifariam in C, punctum C, cadet inter A, D. Sit ergo AB, diuiſa bifariam in C. Quoniam AE, eſt æqualis AB, minus EB, ergo etiam dimidia AE, erit æqualis dimidiæ AB, minus dimidia EB. Sed CB, eſt dimidia AB, & BD, eſt dimidia EB; ergo dimidia AE, erit æqualis CB, minus DB; nempe CD. Tunc, quoniam factum fuit vt H, ad dimidiam AD, ſic AE, ad ED; ergo & ad conſequentium dupla. Ergo vt H, ad AD, ſic AE, ad EB. Et conuertendo, vt AD, ad H, ſic BE, ad EA. Sed vt BE, ad EA, ita BD, dimidia BE, ad dimidiam AE, nempe ad CD, ei æqualem. Ergo vt AD, ad H, ſic BD,

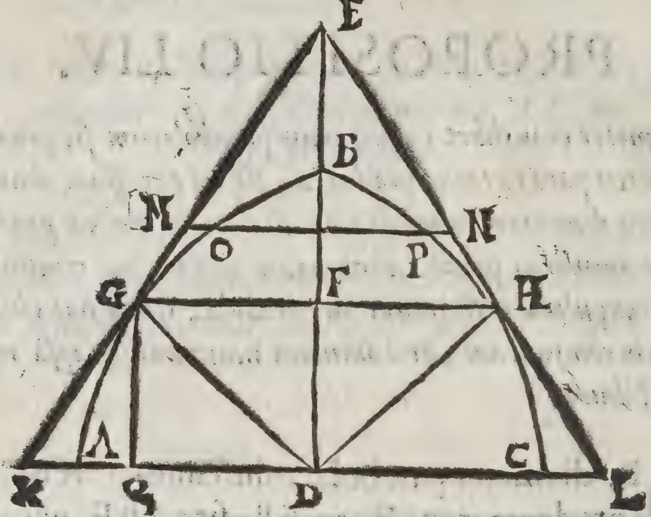
ad

ad DC, exceſſum DA, ſupra AC, dimidiam AB. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LIV.

Si diameter cuiuslibet infinitarum parabolarum ſic producatur vt pars exterior producta, ſit ad exceſſum diametri ſupra dimidiam compoſitæ ex diametro, & ex producta vt numerus parabolæ vnitate minor, ad vnitatem. Triangulum inſcriptum in parabola, cuius baſis biſecet illam compoſitam, erit omnium maximum in ipſa inſcriptibilium.

DB, diameter parabolæ cuiuſcunque ABC, ſic producatur in E, vt EB, ſit ad BF, exceſſum BD, ſupra DF, medietatem DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem, & fiat triangulum GDH. Dico hoc eſſe maximum omnium inſcriptibilium in ABC. Ducantur EGK, EHL. Ergo ex propoſit. 50. erunt tangentes parabolam, & triangulum KEL, erit parabolæ circumſcriptum. Si ergo triangulum GDH, non eſt maximum parabolæ inſcriptum, ſit hoc triangulum, cuius baſis OP, infra, vel ſupra GH, quæ producatur vſque ad triangulum in M, & N; & pariter intelligatur triangulum MDN, cuius baſis MN. Cum DE, ſecta ſit bifariam in F; ergo triangulum GDH, erit maximum inſcriptibilium intra triangulum KEL. Ergo erit maius triangulo cuius baſis MN. Ergo



multo maius triangulo ODP, cuius baſis OP. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM I.

Ab hac regula generali reperiendi triangulum maximum inſcriptibilium in parabola non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Cum enim iubeat regula ſic eſſe producendam diametrum DB, vt pars extra ſit ad exceſſum BD, ſupra medietatem compoſitæ ex BD, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem; patet in prima parabola, cuius numerus eſt vnitas, numerum vni-

tate minutum eſſe nihil; vnde DB, in triangulo non eſt producenda; ſed ſupponendo ABC, eſſe triangulum, BD, eſt biſſecanda, & triangulum GDH, eſt maximum. Quod ſic eſſe, probatum eſt ſupra propoſit. 51.

SCHOLIVM II.

Triangulum ergo GDH, maximum inſcriptibilium intra parabolam ABC, ſic diuidit DB, in F, vt BF, ſit ad FD, vt vnitas ad numerum parabolæ. V. g. in triangulo vt 1, ad 1. In parabola quadratica vt 1, ad 2. In cubica vt 1, ad 3. Et ſic in infinitum. In triangulo enim, patet ex dictis. In alijs ſic patebit. Quum etenim ſit EB, ad BF, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem; erit componendo, EF, ad FB, vt numerus parabolæ ad vnitatem. Sed FD, eſt æqualis EF. Quare patet propoſitum.

PROPOSITIO LV.

Maximum triangulum inſcriptibile in figura conſtante ex duabus quibuſcunque ſemiparabolis, ſic diſpoſitis, vt ſemibaſis euadat diameter, eſt æquale maximo inſcripto in parabola.

MEnte intelligamus ſemiparabolam ABD, duplicari ad partes AD. Dico maximum trian-

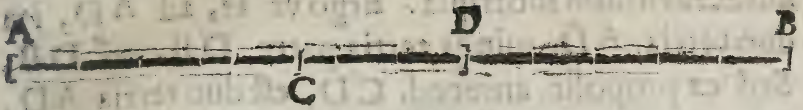
gulum

gulum inſcriptibile in tali figura, eſſe æquale triangulo GDH. Hoc oſtendetur in ſemiparabola, quod enim probabitur de dimidia, patebit etiam de tota. Sit ergo GDH, maximum triangulum inſcriptibile in parabola, & ducatur GQ, BD, diametro parallela: patet triangulum GQD, eſſe æquale triangulo GDF; & eius duplum, ipſi GDH. Dico triangulum GQD, eſſe maximum &c. Etenim, cum ED, ſit dupla DF, ſeù GQ, etiam Dk, erit dupla DQ. Ergo triangulum DQG, erit maximum inſcriptibilium intra triangulum kED. Si ergo GQD, non eſt maximum inſcriptibilium etiam in ſemiparabola, ſit aliud, cuius baſis producta vſque ad Ek, ſecet ipſam, & curuam parabolicam infra, vel ſupra GQ, vt ſupra dictum eſt de MN. Ergo triangulum cuius baſis ſecans kE, erit minus triangulo GQD. Ergo triangulum cuius baſis pertingens tantum ad curuam parabolicam, erit multo minus triangulo GQD. Quare patet propoſitum.

PROPOSITIO LVI.

Si AB, ſit taliter ſecta in C, & D, vt AC, ſit tertia pars AB. Erit CD, duo tertia AD, minus tertia parte DB.

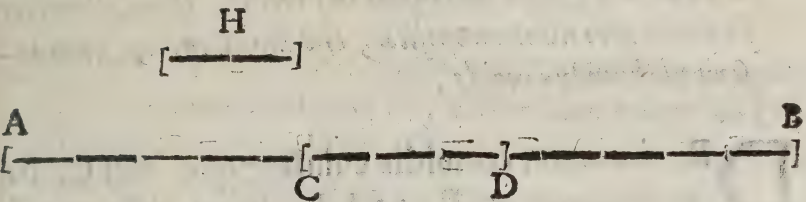
Cum



CVm enim AC, ſit tertia pars AB; ergo CB, erit duo tertia AB; nempe duo tertia AD, cum duobus tertijs DB. Ergo CD, erit duo tertia AD, minus tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO LVII.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, ſit ad exceſſum DA, ſupra tertiam partem AB, in data proportione.



DAta proportio ſit, quam habet AD, ad H; & fiat vt tripla H, cum AD, ad AD, ità dupla AD, ad DB. Patet BD, minorem eſſe dupla AD. Quare ſi fiat AC, tertia pars AB, punctum C, cadet inter A, D. Sit ergo AC, tertia pars AB.

Quoniam vt tripla H, cum AD, ad AD, ſic dupla AD, ad DB; ergo diuidendo vt tripla H,

ad

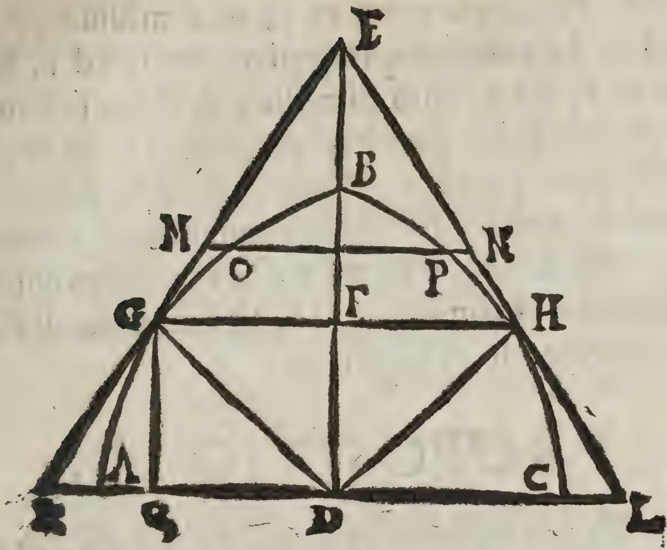
ad A D, ità dupla A D, minus D B, ad D B. Et antecedentium ſubtripla. Ergo vt H, ad A D, ita duo tertia A D, minus tertia parte D B, ad D B. Sed ex propoſit. anteced. C D, eſt duo tertia A D, minus tertia parte D B. Ergo vt H, ad A D, ſic C D, ad D B. Et conuertendo, vt A D, ad H, ſic B D, ad D C, exceſſum D A, ſupra A C, tertiam partem A B. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LVIII.

Si diameter cuiuslibet infinitorum conoideorum ſic producatur, vt pars exterior producta ſit ad exceßum diametri ſupra tertiam partem compoſitæ ex diametro, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem. Conus inſcriptus in conoide, cuius diameter ſit tertia pars illius compoſitæ, erit maximus omnium inſcriptibilium in conoide.

DB, diameter conoidis cuiuſcunque A B C, ſic producatur in E, vt E B, ſit ad B F, exceſſum B D, ſupra D F, tertiam partem D E, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem; & intelligamus conum G D H, cuius diameter F D. Dico hunc eſſe omnium maximum inſcriptibilium in conoide. Ductis enim tangentibus E G K, E H L, intelligamus conum k E L, circumſcriptus conoidi. Et ſi conns G D H, non eſt omnium maximus, ſit alius cuius baſis O P, infrà, vel ſupra G H, quæ

pro-



producatur in M N. Ergo ex propoſit. 52. conus M D N, cuius baſis M N, erit minor cono G D H. Ergo conus cuius baſis O P, erit multo minor cono G D H. Patet ergo propoſitum.

SCHOLIVM.

Sicuti ergo ſupra diximus regulam generalem aſſignatam in parabolis, habere locum etiam in prima parabola, ſic nunc animaduertimus præſentem generalem regulam habere locum etiam in primo conoide, nempe in cono. Hoc autem facile quilibet cognoſcet.

Sicuti facile agnoſcet DB, taliter ſecari in F, vt BF, ſit ad FD, vt vnitas ad dimidium numeri conoidis. Nempe in cono vt 1, ad dimidium, ſeù vt 2. ad 1. In conoide quadratico, vt 1, ad 1. In cubico vt 1, ad 1, cum dimidio, & ſic in infinitum. In cono res ſupra patuit in propoſit. 52. In alijs conoidibus ſic patebit. Nam cùm EB, ſit ad BF, vt numerus conoidis vnitate minutus ad vnitatem, erit componendo, EF, ad FB, vt numerus conoidis ad vnitatem. Cum autem DF, ſit dimidium FE, patet conuertendo, propoſitum.

PROPOSITIO LIX.

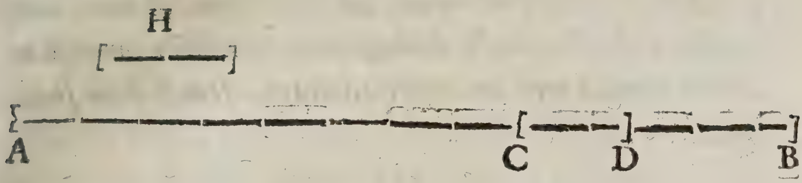
Si AB, taliter ſecetur in C, & D, vt AC, ſit duo tertia AB. CD, erit tertia pars AD, minus duobus tertijs DB.

CVm enim AC, ſit duo tertia AB, ergo CD, erit tertia pars AB; nempe tertia pars AD, plus tertia parte DB. Quare CD, ſola erit tertia pars AD, minus duobus tertijs DB. Quod &c.

PROPOSITIO LX.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, ſit ad exceſſum DA, ſupra duo tertia AB, in data proportione.

Iti-



ITidem ratio data ſit quam habet A D, ad H; & fiat vt tripla H, cum dupla A D, ad A D, ita A D, ad D B. Patet B D, minorem eſſe ſubdupla A D; & conſequenter tertia parte totius A B. Quare A D, eſt maior duobus tertijs AB, quę ſit AC. Dico A D, eſſe ſic productam in B, vt B D, ſit ad D C, exceſſum A D, ſupra AC, duo tertia A B, vt A D, ad H. Quoniam enim factum eſt vt tripla H, cum dupla A D, ad A D, ita A D, ad D B; ergo & duabus vicibus diuidendo, erit tripla H, ad AD, vt A D, minus dupla D B, ad D B. Et antecedentium ſubtripla, nempe vt H, ad A D, ita tertia pars A D, minus duobus tertijs B D, ad B D. Et conuertendo, vt A D, ad H, ſic B D, ad tertiam partem A D, minus duobus tertijs D B; nempe ex prop. ant. ad D C. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LXI.

Si diameter cuiuſcunque parabolæ ſic producatur vt pars exterior producta, ſit ad exceſſum diametri ſupra duo ter-

tia compoſitæ ex diametro, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem. Conus cuius radius baſis ſit æqualis duobus tertijs prædictæ compoſitæ, erit maximus omnium inſcriptibilium in ſemifuſo ex ſemiparabola.

DIameter DB, in ſchem. antec. parabolæ cuiuſcunque ſic producatur in E, vt EB, ſit ad BF, exceſſum BD, ſupra DF, duo tertia DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem, & fiat triangulum GQD, vt GQ, ſit æqualis FD; intelligamuſque ſemiparabolam ABD, cum triangulo QGD, rotari circa AD. Dico conum ex QGD, eſſe maximum omnium inſcriptibilium in ſemifuſo. Intelligatur tangens EGK, & conus ex triangulo kED, circa kD. Quoniam EF, eſt tertia pars ED, nempe GE, eſt tertia pars EK, ergo & QD, erit tertia pars Dk. Ergo conus ex triangulo QGD, erit ex propoſit. 52. maximus omnium inſcriptibilium in cono ex triangulo kED, reuolutis ambobus circa kD. Si autem conus non ſit maximus, ſit alius, ſi eſt poſſibile; & deducetur ad abſurdum vt factum eſt prius. Quare ex dictis, patebit propoſitum.

SCHOLIVM.

Nec etiam in præſenti excluditur à regula generali primus ſemifuſus, nempe conus, vt conſideranti patebit.

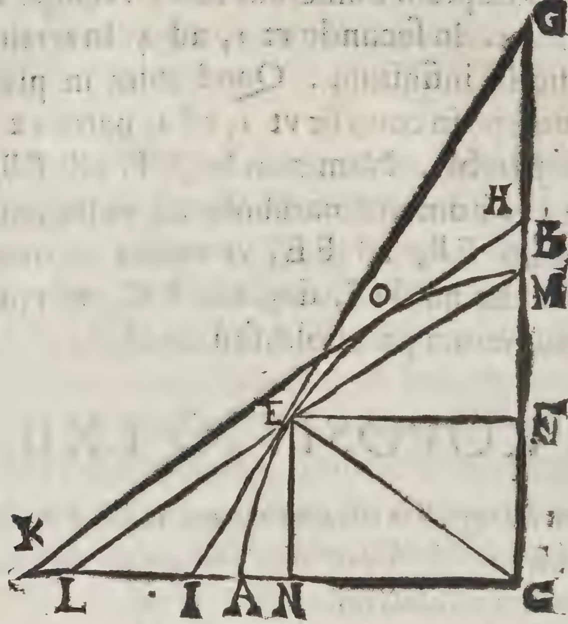
Sed

Sed notetur, in ſemifuſis, BD, ſecari in F, aliqua continuata ſerie, nempe ſic vt BF, ſit ad FD, vt vnitas ad duplum numerum fuſi. Nempe in primo vt 1, ad 2. In ſecundo vt 1, ad 4. In tertio vt 1, ad 6. & ſic in infinitum. Quod enim in primo ſemifuſo, nempe in cono ſit vt 1, ad 2, patet ex dictis. In alijs ſic patebit. Nam cum ſit EF, ad FB, componendo, vt numerus parabolæ ad vnitatem; erit conuertendo FB, ad FE, vt vnitas ad numerum parabolæ. Et ad DF, duplam FE, vt vnitas ad duplum numerum parabolæ, ſeù ſemifuſi.

PROPOSITIO LXII.

Minimum triangulum circumſcriptum cuilibet infinitarum parabolarum, eſt illud cuius latera tangunt baſim maximi trianguli in parabola inſcripti.

ESto ſemiparabola quælibet ABC, cuius diameter BC, & in ipſa ſit inſcriptum maximum triangulum ECF (quod enim dicetur de dimidia intelligetur etiam de tota) ſitque ei circumſcriptum triangulum GEIC. Dico hoc eſſe minimum omnium circumſcriptibilium ſemiparabolæ. Si non, ſit minimum HOkC, & per punctum E, ducatur LEM, parallela KH. Patet manifeſtè triangulum LMC, minus eſſe triangulo kOHC, cum LM, ſecet, kH, vero tangat parabolam. Quoniam autem ex ſuperioribus, triangulum EFC, eſt maximum



ximum inſcriptibilium intra triangulum IGC, quia ſupponitur ſecare GC, bifariam in F, ergo non erit maximum inſcriptibilium intra triangulum LMC, quia MC, non ſecabitur bifariam in F. Ergo triangulum EFC, habebit ad triangulum IGC, maiorem rationem, quam ad triangulum LMC. Sed idem triangulum EFC, ad triangulum LMC, habet maiorem rationem quam ad triangulum kHC. Ergo EFC, erit ad IGC, in multo maiori ratione quam ad kHC. Ergo IGC, minus erit kHC.

Non

Non ergo KHC, eſt minimum, ſed IGC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum autem in propoſit. 54. aſſignatus ſit modus reperiendi triangulum maximum EFC, fuit conſequenter expoſitus etiam modus reperiendi triangulum minimum GIC.

Inſuper notetur, triangulum minimum circumſcriptum parabolæ, æquale eſſe triangulo minimo circumſcripto figuræ conſtante ex duabus ſemiparabolis ſupra expoſitis. Triangulum enim GIC, duplicatum ad partes GC, eſt æquale eidem GIC, duplicato ad partes IC.

PROPOSITIO LXIII.

Conus minimus circumſcriptus cuilibet infinitorum conoideorum vel ſemifuſorum parabolicorum, eſt ille, qui tangit baſim maximi coni in illis ſolidis inſcripti.

SEd ſupponamus conum ex triangulo EFC, eſſe maximum inſcriptibilium intra conoides ex ſemiparabola ABC, circa BC, & conum ex triangulo GIC, tangere baſim coni inſcripti. Dico conum ex triangulo GIC, eſſe minimum circumſcriptibilium conoidi. Si non, ſit minimus ille, qui oritur ex triangulo HkC, & ducta LEM, parallela kH, intelli-

gamus

gamus conum ex triangulo LMC, qui vtique erit minor cono ex triangulo KHC. Conus ergo ex triangulo EFC, cum ſit maximus inſcriptus in conoide, erit ex dictis, maximus inſcriptus in cono ex triangulo IGC. Non ergo erit maximus inſcriptus in cono ex triangulo LMC. Ergo conus ex triangulo EFC, erit ad conum ex triangulo GIC, in maiori ratione quam ad conum ex triangulo LCM. Ergo in multo maiori quam ad conum ex triangulo HkC. Non ergo erit minimus conus ex triangulo kHC, ſed ille ex triangulo IGC.

Pariter ſi conus ex triangulo ENC, ſit maximus inſcriptus in ſemifuſo ex ſemiparabola ABC, reuoluta circa AC, conus ex triangulo GIC, circa IC, erit minimus circumſcriptus ſemifuſo; quod, vt patet, probabitur eodem modo. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Cum ergo in propoſitionibus 58, & 61, aſſignauerimus conos maximos inſcriptos in conoidibus, & in ſemifuſis, pariter explicauimus vnica vice, conos etiam minimos prædictis ſolidis circumſcriptos. Notandum tamen diuerſos eſſe conos minimos his ſolidis circumſcriptos; nam in cono circumſcripto conoidi, CF, eſt tertia pars GC; in cono vero circumſcripto ſemifuſo, CF, eſt duæ tertiæ partes GC. Quæ omnia cum ſint manifeſtiſſima ex ſupra dictis,

ideo

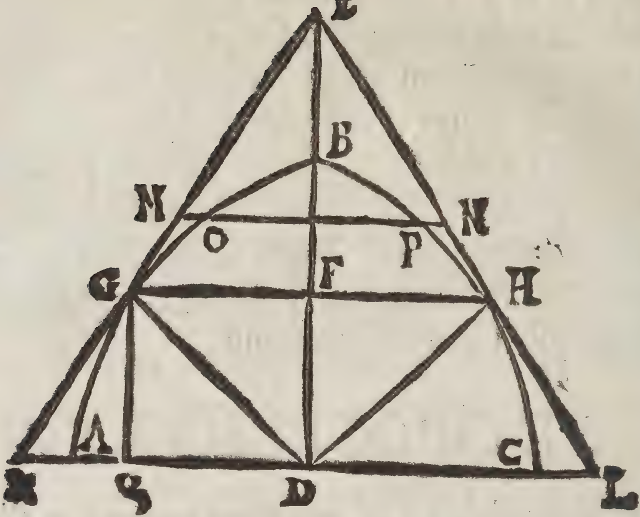
ideo circa ipſa nequaquam immoramur. Solum animaduertendum eſt, quod cum ſupra in ſcholijs propoſit. 51, & 52, oſtenſum ſit idem eſſe centrum grauitatis maximi trianguli inſcripti in triangulo, & ipſius trianguli; item maximi coni in cono inſcripti, & ipſius coni; patet conſequenter idem eſſe centrum grauitatis maximi trianguli inſcripti in parabola, & minimi circumſcripti: item idem eſſe centrum grauitatis maximi coni inſcripti in quolibet conoide, & in quolibet ſemifuſo parabolico, & minimorum conorum ipſis circumſcriptorum.

PROPOSITIO LXIV.

Quælibet parabola eſt ad maximum triangulum ſibi inſcriptum, vt pars ſemibaſis parabolæ, quæ ſe habeat ad ſemibaſim vt binarium ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad vltimam proportionalem proportionis ſemibaſis parabolæ, ad ſemibaſim trianguli, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum parabolæ binario.

ESto quælibet parabola ABC, ſitque maximum triangulum in ea inſcriptum GDH, vt ſupra dictum eſt. Dico parabolam eſſe ad triangulum GDH, vt talis pars AD, quæ ſè habeat ad AD, vt binarium ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad vltimum terminum proportionis AD, ad GF, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum exce-

 dat

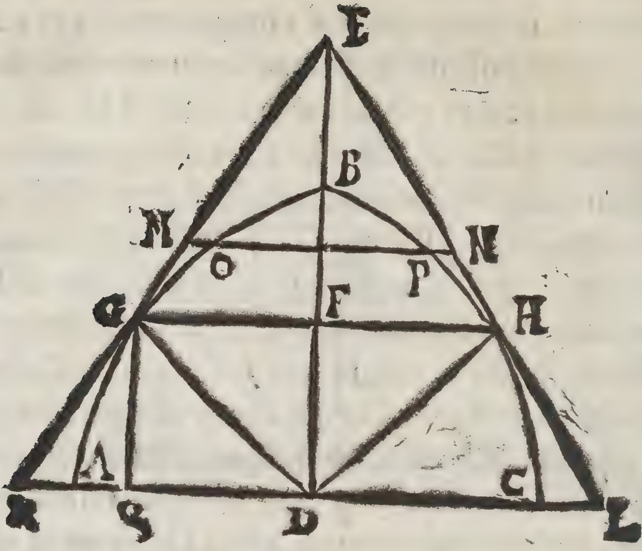


dat numerum parabolæ binario. V.g. in prima parabola, nempe in triangulo vt A D, ad tertiam proportionalem. In quadratica vt duo tertia A D, ad quartam. In cubica vt duo quarta, ſeù dimidium A D, ad quintam. Et ſic in infinitum. Sit illa vltima proportionalis A Q. In prima parabola, nempe in triangulo res eſt euidens, quia ſicuti triangulum A B C, eſſet quadruplum trianguli G D H, maximi ſibi inſcripti, ſic A D, quia A D, eſſet dupla G F, eſſet quadrupla A Q, tertiæ proportionalis. In alijs parabolis nè ſchemata multiplicemus, intelligamus inſcripta triangula etiam A B C, quorum baſes A C, diametri D B. Triangulum A B C, ad triangulum

GDH,

GDH, habet rationem compoſitam ex rationibus AD, ad GF, & BD, ad DF. Sed BD, ad DF, eſt ex ſchol. 2. propoſit. 54. componendo, vt numerus parabolæ vnitate auctus ad numerum parabolæ, & pariter ex natura parabolæ, cum ſit BD, ad DF, vt poteſtas AD, eiuſdem gradus cum parabola, ad exceſſum ipſius ſupra ſimilem poteſtatem GF, nempe ad tot tales poteſtates GF, quotus eſt numerus parabolæ. Ergo ratio trianguli ABC, ad GDH, componetur ex ratione AD, ad GF, & ex ratione poteſtatis AD, eiuſdem gradus cum parabola ad tot ſimiles poteſtates GF, quotus eſt numerus parabolæ. Sed ex iſtis rationibus componitur quoque ratio poteſtatis AD, vno gradu altioris poteſtate parabolæ, ad tot ſimiles poteſtates GF, quotus eſt numerus parabolæ. Ergo triangulum ABC, erit ad triangulum GDH, vt illa poteſtas AD, ad illas poteſtates GF. Sed vt poteſtas AD, ad vnam poteſtatem GF, ſic DA, ad AQ: ergo & vt poteſtas dicta AD, ad omnes illas poteſtates GF, ſic DA, ad tot AQ. Erit ergo triangulum ABC, ad triangulum GDH, vt DA, ad tot AQ, quotus eſt numerus parabolæ. Quoniam vero ex propoſit. 1. lib. prim. eſt conuertendo, parabola ABC, ad parallelogrammum ſibi circumſcriptum vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, nempe vt duplus numerus parabolæ, ad duplum numerum binario auctum; ergo parabola ABC, erit ad triangulum ABC, dimidium parallelogrammi

 ſibi



ſibi circumſcripti vt duplus numerus parabolę ad numerum parabolæ vnitate auctum; nempe vt magnitudo, quæ ſe habeat ad A D, vt duplus numerus parabolæ, ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad A D. Quare ex ęquali, erit parabola ABC, ad triangulum G D H, vt dicta magnitudo, quæ ad AD, sè habeat vt duplus numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad tot A Q, quotus eſt numerus parabolæ. Cum verò antecedens huius proportionis contineat duplum numerum parabolæ, & conſequens numerum parabolæ; ſequitur antecedens diuidi in tot binaria, in quot vnitates diuiditur conſequens: vnde erit vt prædictum antecedens ad prædictum

dictum conſequens, ſic vnum binarium antecedentis, ad vnitatem conſequentis. Erit ergo vt duæ partes illius magnitudinis diuiſæ in tot partes quotus eſt numerus parabolę duplus, & conſequenter ipſius AD, diuiſæ in tot partes quotus eſt numerus parabolę vnitate auctus, ad AQ. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Cum autem in propoſit. 55, viſum ſit, triangulum GQD, eſſe dimidium trianguli maximi inſcripti in figura conſtante ex duabus ſemiparabolis; ſequitur hoc eſſe ad triangulum maximum ſibi inſcriptum in ſupra dicta ratione, continuata ratione AD, ad DQ, diametrum trianguli æqualem GF, vt dictum eſt. Pariter cum minima triangula circumſcripta tam infinitis parabolis, quam infinitis figuris conſtantibus ex duabus ſemiparabolis, ſint quadrupla maximorum triangulorum in ipſis inſcriptorum; ſequitur prædictas figuras eſſe ad minima triangula circumſcripta, vt idem antecedens ad quadruplum conſequentis: vel vt quarta pars antecedentis ad idem conſequens.

PROPOSITIO LXV.

Quodlibet conoides parabolicum eſt ad maximum conum ſibi inſcriptum, vt pars radij baſis conoidis, quæ ſe habeat ad totum radium vt vnitas ad numerum conoidis binario auctum,

auctum, ad ſextam partem vltimæ proportionalis proportionis dicti radij ad radium baſis coni, continuatæ in tot terminos vt numerus eorum excedat numerum conoidis ternario.

SEd ſupponamus ABC, eſſe conoides parabolicum, & DGH, maximum conum illi inſcriptum, &c. & ratio AD, ad GF, continuetur in tot terminos vt numerus excedat numerum conoidis ternario, ſitque vltimus terminus AQ. Dico conoides ad conum eſſe vt pars AD, quæ sè habeat ad dictam AD, vt vnitas ad numerum conoidis binario auctum, ad ſextam partem AQ. V. g. in primo conoide, nempe in cono, vt tertia pars AD, ad ſextam partem AQ, quartæ proportionalis. In ſecundo, vt quarta pars AD, ad ſextam partem AQ, quintæ proportionalis. In cubico, vt quinta pars AD, ad ſextam partem AQ, ſextæ. Et ſic in infinitum.

In cono, patet. Quia ſi ABC, eſt conus, BF, eſt dupla FD. Cumque pateat ex propoſ. 52, ABC, eſſe ad GDH, vt cubus DB, ad factum ſub quadrato BF, in FD, nempe in medietatem BF; nempe ad medietatem cubi BF; & cum ſit vt cubus DB, ad medietatem cubi BF, ſic cubus AD, ad medietatem cubi GF; nempe tertia pars cubi AD, ad ſextam partem cubi GF: & pariter cum ſit vt cubus AD, ad cubum GF, ſic AD, ad AQ, & vt tertia pars cubi AD, ad ſextam partem cubi GF,

ſic

ſic tertia pars A D, ad ſextam partem A Q; ergo patet propoſitum.

In alijs vero conoidibus, mente intelligamus conum A B C, inſcriptum in conoide: ergo conus ABC, ad conum G D H, habet rationem compoſitam ex ratione quadrati A D, ad quadratum G F, & ex ratione B D, ad D F. Sed ex natura conoidis, B D, ad D F, eſt vt poteſtas A D, eiuſdem gradus cum conoide, ad exceſſum eiuſdem ſupra ſimilem poteſtatem G F; & pariter ex ſchol. propoſit. 58, componendo, eſt B D, ad D F, vt dimidium numeri conoidis vnitate auctum ad dimidium numeri conoidis; nempe vt numerus conoidis binario auctus, ad numerum conoidis; vnde exceſſus prædictæ poteſtatis A D, ſupra ſimilem poteſtatem G F, continet tot partes prædictæ poteſtatis A D, diuiſæ in tot partes quotus eſt numerus conoidis binario auctus, quotus eſt numerus conoidis; nempe tot medietates ſimilis poteſtatis G F, quotus eſt numerus conoidis. Ergo proportio coni A B C, ad conum G D H, componetur ex ratione quadrati AD, ad quadratum G F, & ex ratione poteſtatis A D, ad tot medietates ſimilis poteſtatis G F, quotus eſt numerus conoidis. Ergo conus A B C, erit ad conum G D H, vt poteſtas A D, duplici gradu altior poteſtate conoidis, ad factum ſub quadrato G F, & ſub prædictis medietatibus poteſtatis G F; nempe ad tot medietates ſimilis poteſtatis G F, quotus eſt numerus conoidis; nempe vt A D, ad tot medieta-

tes

tes AQ, quotus eſt numerus conoidis. Aſt cum ex propoſit. 15, lib. 3. ſit conuertendo, conoides ABC, ad cylindrum ſibi circumſcriptum vt numerus conoidis ad numerum conoidis binario auctum; nempe vt triplus numerus conoidis, ad triplum numerum conoidis ſenario auctum: erit idem conoides ad conum ABC, tertiam partem talis cylindri, vt triplus numerus conoidis, ad numerum conoidis binario auctum: nempe vt tot partes AD, diuiſæ in tot partes quotus eſt numerus conoidis binario auctus, quotus eſt triplus numerus conoidis, ad AD. Ergo ex æquali, erit conoides ABC, ad conum GDH, vt prædictæ partes AD, quotus eſt triplus numerus conoidis, ad tot medietates AQ, quotus eſt numerus conoidis. Et diuiſis vtriſque terminis per 3, erit conoides ABC, ad conum GDH, vt tres partes AD, diuiſæ prædicto modo, ad dimidiam AQ. Et ſubtriplando hos terminos, vt vnica talium partium AD, ad ſextam partem AQ. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Cum ex ſupra dictis, conſtet, minimum conum kEL, conoidi circumſcriptum, eſſe maximum circumſcriptum cono GDH; & cum ex ſchol. prop. 52, conſtet conum GDH, eſſe ad conum kEL, vt 4, ad 27, ſequitur conoides eſſe ad conum KEL, vt prædicta pars AD, ad AQ, cum eius octaua parte.

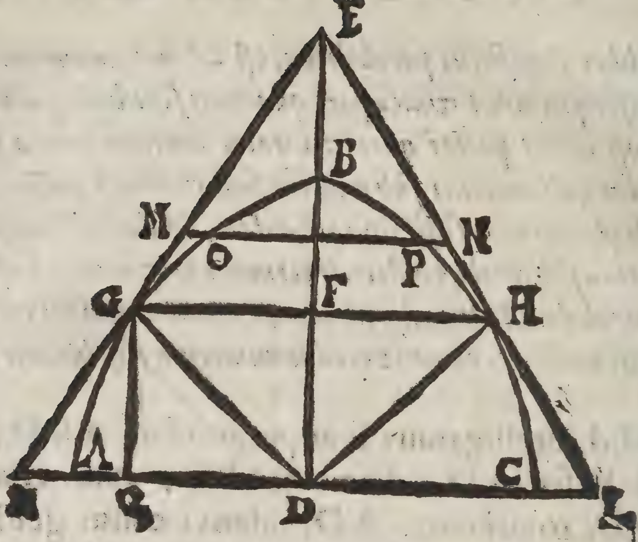
PRO-

PROPOSITIO LXVI.

Quilibet ſemifuſus parabolicus, eſt ad maximum conum ſibi inſcriptum vt vnica pars quadrati ſemibaſis parabolæ diuiſi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli contenti ſub numero fuſi vnitate aucto, & ſub duplo numero fuſi vnitate aucto, ad duo rectangula contenta ſub duobus vltimis terminis proportionis baſis ſemiparabolæ ad altitudinem coni, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum fuſi binario.

SEd intelligamus ſemiparabolam A B D, cuius baſis A D, diameter B D, cum triangulo G Q D, rotari circa A D, adeovt conus genitus ſit maximus in ſemifuſo inſcriptus: & ratio A D, ad D Q, ſit continuata ad tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum fuſi binario; ſintque duo vltimi minimi termini Q A, A k. Dico ſemifuſum ex B A D, eſſe ad conum ex G Q D, vt vnica pars quadrati A D, diuiſi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli ſub numero fuſi vnitate aucto, & ſub duplo numero fuſi vnitate aucto, ad duo rectangula Q A k. V. g. in primo ſemifuſo, vt dimidium quadrati A D, ad illa duo rectangula. In ſecundo, vt quinta pars quadrati A D. In tertio vt vnica pars quadrati A D, diuiſi in 9, cum tertia parte vnius. Et ſic diſcurrendo.

Quod enim in cono ſic res ſe habeat, patet. Quia

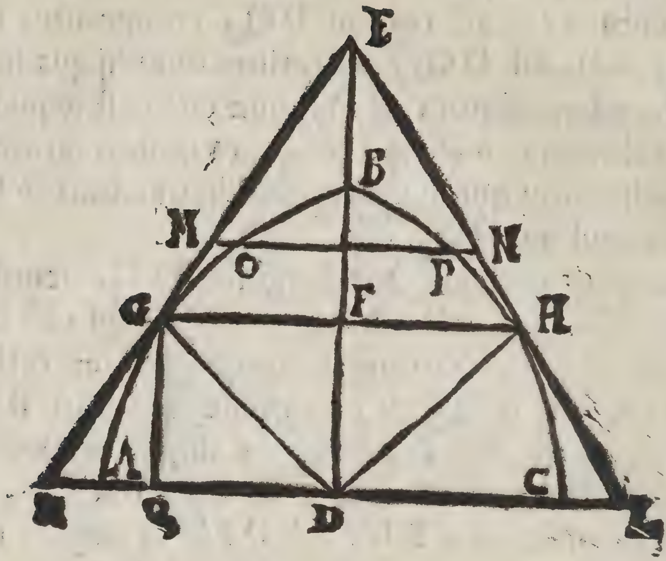


in ipſo ratio A D, ad D Q, continuanda eſt tantum ad tertium terminum; hic ſit k A; vnde duo vltimi minimi termini erunt D Q, k A. Ergo eſt probandum conum ex B A D, eſſe ad conum ex G D Q, vt dimidium quadrati A D, ad duo rectangula D Q, K A. Cum enim in tali caſu, ſit A Q, dupla Q D, erit conus ad conum vt cubus A D, ad 4. cubos Q D; nempe vt dimidium cubi A D, ad duos cubos D Q. Sed vt dimidium cubi A D, ad duos cubos Q D, ſic dimidium quadrati A D, ad duo rectangula D Q, A k. Quare patet propoſitum.

Quod vero vt dimidium cubi ad duos cubos, ſic dimidium quadrati ad duo rectangula; eſt manifeſtum;

ſtum; quia rationes antecedentium ad conſequentia componuntur ex ijſdem rationibus. Ratio enim dimidij cubi AD, ad cubum DQ, componitur ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione dimidij quadrati AD, ad quadratum DQ, quæ ratio eſt æqualis rationi dimidiæ AD, ad AK, ex quibus rationibus componitur quoque ratio dimidij quadrati AD, ad rectangulum DQ, AK.

In alijs vero, intellecto triangulo BAD, reuolutoque ipſo circa AD, habet conus ex ipſo ad conum ex QGD, rationem compoſitam ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione quadrati BD, ad quadratum DF, nempe ex duplici ratione BD, ad DF. Cum autem ſit componendo, ex ſchol. propoſit. 61, BD, ad DF, vt duplus numerus fuſi vnitate auctus ad duplum numerum fuſi; & cum pariter ſit BD, ad DF, vt poteſtas AD, eiuſdem gradus cum fuſo ad exceſſum ipſius ſupra ſimilem poteſtatem GF, nempe ad tot ſimiles poteſtates GF, quotus eſt duplus numerus fuſi. Ergo proportio coni ex triangulo BAD, ad conum ex triangulo GQD, componetur ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione poteſtatis AD, ad tot ſimiles poteſtates GF, ſeù QD, quotus eſt duplus numerus fuſi, & ex ratione BD, ad DF. Sed ex rationibus AD, ad DQ, & poteſtatis dictæ AD, ad dictas poteſtates QD, componitur ratio poteſtatum vnius gradus altioris. Ergo ratio coni ad conum componetur ex ratione poteſtatis AD, vno



gradu altioris poteſtate fuſi ad tot ſimiles poteſtates DQ, quotus eſt duplus numerus fuſi, & ex ratione BD, ad DF. Sed cum ſit vt poteſtas AD, vno gradu altior poteſtate fuſi ad ſimilem poteſtatem DQ, ſic DA, ad Ak; vnde & vt poteſtas AD, ad tot poteſtates DQ, quotus eſt duplus numerus fuſi ſic DA, ad tot numero Ak. Ergo ratio coni ex triangulo BAD, ad conum ex triangulo GQD, componetur ex ratione AD, ad tot Ak, quotus eſt duplus numerus fuſi, & ex ratione BD, ad DF. Rurſum BD, ad DF, patuit ſupra, eſſe vt poteſtas AD, eiuſdem gradus cum fuſo ad tot ſimiles poteſtates QD, quotus eſt duplus numerus fuſi; & vt talis

pote-

poteſtas ad tales poteſtates ſic, D A, ad tot numero A Q. Ergo ratio coni ad conum componetur ex rationibus A D, ad tot A k, & eiuſdem A D, ad tot Q A, quotus eſt duplus numerus fuſi: nimirum erit conus ad conum vt quadratum A D, ad rectangulum ſub illis tot k A, & A Q, quotus eſt duplus numerus fuſi. Aſt quoniam ex propoſit. 16, lib. 2. eſt conuertendo, ſemifuſus ex ſemiparabola B A D, ad cylindrum ſibi circumſcriptum, vt quadratũ numeri parabolę ad rectangulũ ſub dimidio numeri parabolę vnitate aucti, & ſub duplo numero parabolæ vnitate aucto; vel vt duplum ad duplum; nempe vt duplum quadratum numeri parabolæ ad rectangulum ſub numero vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, vnde eſt ſemifuſus ad tertiam partem cylindri, nempe ad conum ex triangulo B A D, vt antecedens, ad tertiam partem conſequentis; & vt antecedens ad tertiam partem conſequentis, ſic tot partes quot vnitates continet duplum quadratum numeri fuſi (hoc eſt rectangulum ſub numero, & ſub duplo numero) quadrati A D, diuiſi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli ſub numero fuſi vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, ad quadratum A D. Ergo ex æquali, erit ſemifuſus ad conum ex G Q D, vt tot partes quadrati A D, diuiſi vt dictum eſt, quot vnitates continet rectangulum ſub numero fuſi, & ſub duplo numero, ad tot rectangula ſub tot K A, & ſub tot A Q, quotus eſt duplus numerus fuſi. Cum vero numerus antecedentis,

nempe

nempe partium quadrati A D, ſit numerus ortus ex numero fuſi, & ex duplo numero; & numerus rectangulorum ex kA, AQ, ſit numerus ortus ex duplo numero, & ex duplo numero; ſequitur primum numerum, nempe quadratorum, eſſe dimidium numeri ſecundi, nempe rectangulorum K A Q. Quare quot vnitates continet numerus quadratorum, tot binaria continet numerus rectangulorum. Erit ergo vt omnia illa quadrata ad omnia rectangula, ſic vnicum quadratum ad vnicum rectangulum. Erit ergo ſemifuſus ad conum ex GQD, maximum ſibi inſcriptum vt vnica pars quadrati A D, diuiſi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli ſub numero fuſi vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, ad duo rectangula Q A k. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Cum ergo conus minimus circumſcriptus ſemifuſo ſit ad maximum inſcriptum vt 27, ad 4; ſequitur ſemifuſum eſſe ad ipſum, vt prædictum antecedens ad 13, rectangula Q A K, cum dimidio.

Hæc ergo ſunt benigne lector, quæ pro tertia hac vice determinauimus tibi communicare. Impreſſio noſtri operis de Infinitis Parabolis abſoluta fuit die quarta præteriti Menſis Iulij. Compoſitio Miſcellanei præſentis terminata fuit die 26. Auguſti. Hæc tibi exponimus vt habeas vnde colligas fauorabiles excu-

excuſationes pro imperfectionibus in ipſo contentis. Sufficere enim arbitramur notificare compoſitum fuiſſe tempore æſtiuo, & dum Canicula, & Leo magis, magiſque feruent. Hæc etenim tempora potius otio, & quieti, quam ſpeculationibus geometricis, hoc eſt ſublimibus, videntur accomodata. Verum propemodum impoſſibile eſt cohibere intellectum nè vagetur vbicunque ei libuerit. Prætcr quamquod in inuentionibus rerum geometricarum, expectandæ ſunt illæ fauorabiles cæleſtes directiones, quæ influunt non quando nos, ſed quando ipſæ volunt. Tabellam errorum non exhibemus; relinquimus enim illos tuæ diligentiæ, tuæque humanitati. Diligentiæ vt illos corrigas; humanitati vt eos libenter ſuſtineas; memor impreſſionem librorum matrem eſſe errorum; atque in impreſſione ſpeculationum abſtractarum, intellectum auctoris ſic incumbere ſubſtantiæ, vt accidentia cogatur negligere. Vale.

F I N I S.

MISCELLANEVM GEOMETRICVM

In Quatuor partes Diuiſum.

In quarum prima, agitur de menſura, & centro grauitatis quorundam ſolidorum à Geometria nondùm conſideratorum.

In ſecunda, de centris æquilibrij in baſibus, & grauitatis in altitudinibus quamplurium truncorum cylindricorum diagonaliter reſectorum.

In tertia, tanguntur quædam circa centra grauitatis ſuperficierum curuarum; aſſignaturque centrum grauitatis cuiuſcunque portionis ſuperficiei ſphæricæ.

In quarta verò, aſſignantur maxima inſcriptibilia in infinitis trilineis, & in infinitis conicis ex ipſis reuolutis tam circa axim, quam circa baſim.

AVTHORE

F. STEPHANO DE ANGELIS

VENETO,

Ordinis Ieſuatorum S. HIERONYMI, *in Veneta Prouincia Definitore Prouinciali.*



VENETIIS, MDCLX.

Apud Ioannem La Noù.

SVPERIORVM PERMISSV.

Illuſtriſſimo atque Excellentiſſimo Equiti

PETRO BASADONNA

Ad Sanctiſſimum D. N.

ALEXANDRVM VII.

P. O. M.

VENETO ORATORI.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS
Ord. Ieſuatorum S. Hieronymi, ac in Prouincia
Veneta Prouincialis Definitor.

Fauſtiſſimam Perennitatem.

EA erga me, Illuſtriſſime, atque Excellentiſſime Eques, ac Senator, extitere ſemper, hodieque ſunt humaniſſimæ beneficentiæ Tuæ promerita, vt recenſere eadem qui velit, non epiſtolam ille, non librum, ſed bibliothecam penè conficiat neceſſe ſit. Neque vnus ego, qui arcana animi conſcientia, grataq; potius memoria quid tot tantiſque beneficiis debeam

tacitus fateor, ſed vniuerſa Jeſuaticæ Religionis Familia de tuo Maximorum Heroum patrocinio, ac ſplendidiſſima liberalitate vſque adeò ſibimet gratulatur, ac geſtit in ſinu, vt ſi mei Parens, eaq; amantiſſima, veſtri certè addictiſſima, atq; obſequentiſſima Filia nuncupari ab omnibus meritò poſſit. Verùm hìc ſtatim Jlluſtriſſimam Excellentiam Tuam præferire abſciſſiſsimè iubeor; cuius ingens animi moderatio, nulloque illita fuco Virtus propriarum ſilentium imperat laudum; quin nec ſatis encomio eam cumulat Hiſpaniarum Regia, facundiſſimum Venetæ Reipublicæ Oratorem Petrum Baſadonna *excipiens; Brixiana Prætura ferreæ inter regionis viſcera aureis eundem exhibens moribus comendatiſſimum; Venetus Sexuirorum, ſeu Magnorum Sapientum conſeſſus verè* Petrum, *hoc eſt, rerum publicarum firmiſſimum Columen vnicè complexus; Primus à Principe locus prudentiſſimum efferens Conſiliarium; Roma demum aurea, vt olim erat in Beroſi ore, Legatum eloquentiſsimum lingua quamprimum admiratura. At verò* Baſadonnæ *in nos cunctos Familiæ beneficentiam, qui omnem vltra extulit metam,* Ioannem *Excellentiæ Tuæ fortunatiſsimum Patruum inſcitiſsimè iuxta, atq; ingratiſsimè omitterem, qui difficiliores Dominij Vrbis vigilantiſsimus Rector, omnia penè Senatus munia quotidianis repetens Purpuris cunctos attigit, quibus ſit inhiandum potiores Gloriæ titulos. Nùm porrò infinitam erga Excellentiam Tuam debitorum meorum enumerationem eximiè concluderint* Illuſtriſſimi & Excellentiſſimi D. D. Hieronymus, Ioannes, & Antonius *Fratrum tuorum felicißima Trias, qui aureo Fraterni Equitatus ornamento*

Sena-

Senatorias Purpuras ſociantes, quatuor veluti domeſticæ Gloriæ rotis Adriaticæ Currum fęlicitatis in triumphum agunt. His omnibus qualiſcunq; huiuſce opellæ nuncupatione, & mei, & Religionis totius obſeruantiam, ac nunquam intermorituram recordationem teſtatiſſimam volo; Tuæ autem potiſſimum Excellentiæ; cui cum multis alijs, tum hoc præcipuè nomine inſcribi, dicarique Matheſeos opus par erat, vt non niſi Quadratiſſimi, omniumque diſciplinarum callentiſſimi Herois manibus tereretur. Excipe illud ergo, Eques Excellentiſſime, qua omnia ſoles, ſuauiſſima fronte: nec dedignare munus, quod ſi à Mathematicis circulis perfectionem nullam, grati certè animi, obſequijque ab iiſdem æternitatem pollicetur. Nimirum benigniſſima Patrocinij vmbra illuſtratum ab omni ipſum teget diſcrimine Petrus Baſadonna, qui vt Donorum omnium, ita & libelli huiuſce, vt ſupplex deprecor, erit ſolidiſſima Baſis. Valeas ſublimioribus Purpuris, amęnioribus Muſis, Patriæque Sereniſſimæ meliori Æuo. Iterum Valeas.

LE-

LECTORI
BENEVOLO.

OBſtupeſces fortaſſe Lector, ſeriem, progreſſumque noſtrarum elucubrationum mente obuoluendo. Breui etenim menſium interuallo tres libellos euulgauimus: nimirum, *De Infinitis Parabolis &c*; *Miſcellaneum Hyperbolicum, & Parabolicum*; *Et Miſcellaneum præſens*; doctrinas enucleantes, quæ vnico potuiſſent volumine comprehendi. Ità eſſe liberè fatemur, ac ſic eueniſſet, ſi tamen omnia nobis eodem occurriſſent tempore. Verùm ſucceſſiuè nugas haſce geometricas contemplati fuimus; vicibus ergo diuerſis tibi ipſas communicauimus. Excipe eas, & forſan, (dummodò rebus geometricis delecteris) non futilem ex eis capies voluptatem.

Sed

Sed amabò leuiter geometria imbutus noli ad illarum lectionem accedere:cuiuſcunque namque indolis extent,lectores res geometricas peroptimè callentes requirunt, non verò qui geometriam vix à limine ſalutarint. Si vtilitatem ſordidam quæris, ab ipſis abſtine: quandoque in rebus geometricis, ac ſublimibus honeſtum, delectabile,& vtile decoroſum fulgent equidem, aſt vtile turpe locum non obtinet. Alia expecta. Vale.

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo oſſeruato per fede del P. Inquiſitore non eſſerui nel Libro intitolato Miſcellaneum Geometricum del Pad. F. Steffano de Angelis coſa contro la Santa Fede, e parimente per atteſtato dal Segretario noſtro niente contro Prencipi, ò buoni coſtumi, concedemo licenza, che poſſi eſſere ſtampato, douendo oſſeruarſi gl'ordini, & eſſerne preſentate due copie per le preſente Librarie di Padoa, e di queſta Città.

Dat. dal Magiſt. noſtro li 21. Marzo 1660.

Zuanne Donado Ref.
Nicolo Capello Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.

Facultas Reuerendiſsimi Patris Generalis.

Laudetur Ieſus Chriſtus.

OPus inſcriptum, *Miſcellaneum Geometricum*, compoſitum ab Admodum Reuer. P. Stephano de Angelis Veneto Profeſſo Noſtri Ordinis Ieſuatorum, ac in Prouincia Veneta Definitore, concedimus Typis demandari, dummodo habeat neceſſarias licentias, & approbationes, quę de iure ſunt neceſſarię &c. In quorum fidem prȩſentes manu propria ſubſcripſimus, ac proprio Noſtri Officij ſigillo muniuimus.

Datum Brixię in Noſtro Monaſterio Corporis Chriſti, die 26. Ianuarij 1660.

Fr. Antonius Nouellus Gen. Ieſuat.

Locus Sigilli.

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS PRIMA.

IN QVA PRÆCIPVE AGITVR de menſura, & centro grauitatis quorundam ſolidorum à Geometria nondum conſideratorum.

PROPOSITIO PRIMA.

Si quodlibet ſolidum rotundum circa axim, ſecetur plano æquidiſtanter axi, erecto figuræ genitrici ſolidi. Annulus latus ex reuolutione partis figuræ genitricis, abſciſſæ à plano ſecante, nec terminata ad axim, circa axim, erit æqualis ſolido rotundo, orto ex dimidia figura, genita à plano ſecante, reuoluta circa communem ſectionem plani ſecantis, & figuræ genitricis ſolidi; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

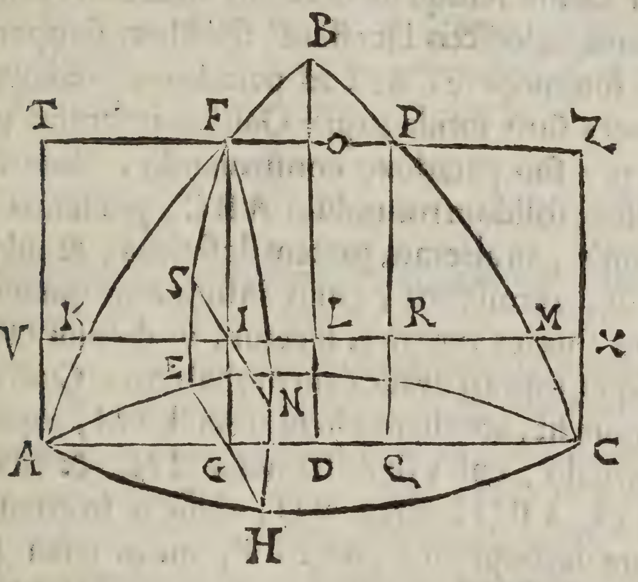
PRæſens propoſitio deſumitur ex Torricellio in appendice de dimenſione cochleæ, lem. pri. Eſto ergo ſolidum quodlibet rotundum ABC, circa

axim BD, quod intelligatur ſectum plano EFH, æquidiſtanter axi BD, & erecto ad figuram genetricem ABD; & intelligamus ſemifiguram GFH, rotari circa FG, ac genitum eſſe ſolidum EFH. Dico hoc, æquale eſſe annulo lato, orto ex AFG, reuoluta circa BD; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. In FG, ſumatur arbitrariè, punctum I, per quod & per puncta K, N, M, intelligatur tranſire aliud planum, plano AECH, parallelum. Ergo hoc erit circulus, ac proinde, puncta K, N, M, erunt in ſemicirculi periphæria, cuius diameter eſt kM. Erit ergo quadratum IN, æquale rectangulo KIM. Pariterque, armilla circularis kIM, genita ex reuolutione kI, circa OD, erit æqualis circulo, cuius ſemidiameter IN, nempe circulo facto in ſolido EFH, à plano ſecante. Sed hoc verum erit, vbicunque fuerit acceptum punctum I. Ergo omnes armillæ ſimul ſolidi ex AFG, circa BD, ęquales erunt omnibus circulis ſolidi EFH. Ergo ſolidum erit æquale ſolido ipſo. Quod vero oſtenſum eſt de totis ſolidis, patet, eodem modo, verificari de partibus proportionalibus; v.g. de partibus interceptis inter plana kNM, AECH. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM I.

Supradicta propoſitio, in tali vniuerſalitate propoſita,

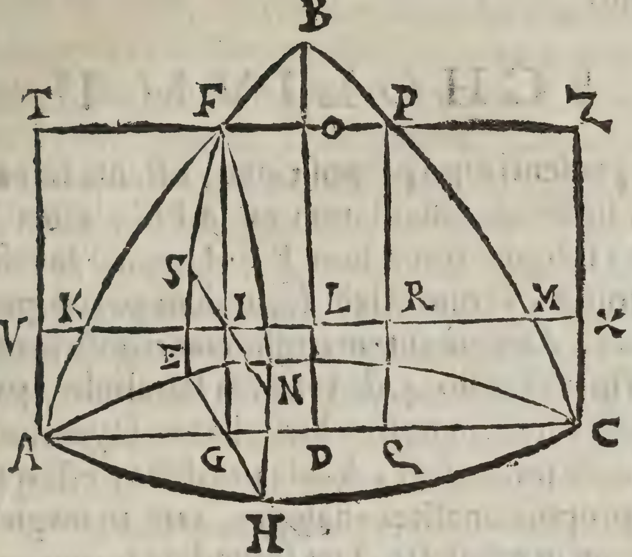
poſita, non videtur probationem recipere poſſe, niſi incomparabili methodo indiuiſibilium. In ſolidis vero particularibus, etiam infinitis, & quidem infinitis modis diuerſificatis, poterit comprobari methodo antiquorum per inſcriptionem tuborum cylindricorum in annulo, & cylindrorum in ſolido. Hæc vtique expertis geometris nimis ſunt obuia; quare ad alia tranſeamus. Sed ante cætera præmittamus



diſcurſum circa Galilei paradoxum, quod habet in poſtremis dialogis pag. apud nos, 28, vbi nititur probare circuli circumferentiam æqualem fore puncto. De quo paradoxo, verba fecimus & nos in pluribus locis tractatuum illorum, quos euulgauimus; in qui-

bus veſtigia Galilei ſequentes, ac dumtaxat ſolida variantes, idem ſequi, diſcurrebamus. At in ſcholio 2. propoſit. 30. Miſcellanei noſtri hyperbolici, & parabolici, manifeſtauimus diſcurſum Galilei, & conſequenter noſtros, haud geometricos fore, ſed phyſicos ſolummodo. Viſum fuit amico noſtro de geometria benemerito, nos rigorosè nimis Galileum obiurgaſſe, adhibendo verba paralogiſmi, ac erronei diſcurſus, vt loco citato licet intueri. Quare teſtamur Deum, nunquam noſtrum intentum extitiſſe, Galileum maledictis laceſſere, ſed illum ſemper venerari ſummopere. Sed ad paradoxum redeuntes, innumera ſunt ſolida, quæ Galileo inſeruire poterant, pro ſuo paradoxo confirmando. Etenim, ſi quodlibet ſolidum rotundum ABC, præſentis propoſitionis, in alteram partem deficiens, & ad punctum B, terminans, cuius infinitæ propemodum poſſunt ſpecies reperiri, ſecetur, vt dictum eſt, & fiant, quæ ſupra; paradoxum probabitur. Cum enim probatum ſit, armillam circularem kIM, æqualem fore circulo, cuius ſemidiameter IN, & cum annulus ex AFG, circa BD, deſinat in circumferentiam deſcriptam à puncto F, moto circa BD, & ſolidum EFH, deſinat in F; patebit iuxta Galilei diſcurſum, illam circumferentiam æqualem fore puncto F. Imo, patebit id, quod minimè parte in Galilei diſcurſu, nec in noſtris aliàs habitis. Semper enim vertex ſolidi, qui oſtendebatur æqualis circumferentiæ, erat quid diuerſum ab ipſa

circum-



circumferentia, nam ſemper erat centrum ipſius; at in præſenti, F, vertex ſolidi E F H, videtur idem eſſe cum F, puncto, à quo deſcribitur circumferentia circa B D, ſibi ipſi æqualis. Quare videtur concludendum, vnicum punctum circumferentiæ, æquale fore toti circumferentiæ. Sed quæſo non allucinetur lector, quin attentè conſideret, phyſicè loquendo, illa puncta F, diuerſiſſima eſſe ab inuicem. Nam F, prout eſt vertex phyſicus ſolidi E F H, occupat geometricè corpuſculum quodam ipſius, cuius vna medietas vergit in cauam partem annuli, nec circumferentiam à puncto F, circa B D, deſcriptam, ingreditur. His per tranſennam veluti,

expli-

explicatis, progrediamur ad finem principaliter intentum.

SCHOLIVM II.

In præſenti ergo propoſitione, oſtenſa fuit æqualitas, inter annulum latum ex AFG, circa BD, & inter ſolidum rotundum EFH, non ſolum ſecundum totum, verum etiam ſecundum partes proportionales. Attentè autem conſideranti doctrinam traditam in noſtro lib. 4. de Infinitis Parabolis, paſſimque adhibitam in noſtro Miſcellaneo Hyperbolico, &c. facile innoteſcet, ſolida prædicta, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare etiam palam ei fiet ex propoſit. 13. lib. 4. centra grauitatis horum ſolidorum, eodem pacto ſecare OD, FG. (ſuppoſita OD, æquali FG) Dato ergo centro grauitatis alterius horum ſolidorum, ſtatim elicietur centrum grauitatis etiam alterius, & hoc ſemper.

SCHOLIVM III.

Sed non minus eſt attentè conſideranda, ac memoriæ commendanda ſequens doctrina. Figuræ AFOD, intelligamus circumſcriptum rectangulum TD, ſicuti figuræ AFG, ſit circumſcriptum

rectan-

rectangulum T G, intelligamuſque hæc rectangula rotari circa O D. Patet manifeſtè, ex rotatione rectanguli T D, genitum eſſe cylindrum T C, ex rotatione verò rectanguli T G, generari tubum cylindricum T G Z; ſi ergo intellexerimus planum E F H, prius ductum, ac ſecans ſolidum A B C, extendi hinc inde, vſque dum ſecet cylindrum, (quod tamen ſchemate non exprimimus, ad euitandam confuſionem) patebit planum ſecans talem cylindrum, eſſe parallelogrammum circumſcriptum figuræ E F H, ac ex rotatione ipſius dimidij circa F G, genitum eſſe cylindrum ſtringentem ſolidum itidem E F H. Iſte cylindrus circumſcriptus, vigore præſentis propoſitionis, æquatur tubo cylindrico T G Z, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Cum ergo etiam annulus latus ex A F G, circa B D, ſit æqualis ſolido rotundo E F H; ſequitur, quam proportionem habet tubus cylindricus T G Z, ad annulum ex A F G, circa B D, eandem habere cylindrum ſtringentem ſolidum E F H, ad ipſum. Data ergo ratione, vel tubi cylindrici, ad annulum, vel cylindri ad ſolidum E F H, quæcunque illa ſit, quæ detur, ſtatim habebitur alia ratio data.

Ex doctrina ergo præſenti, maiori, qua nobis licuit, diligentia explicata conabimur impoſterum colligere menſuram, & centra grauitatis quorundam ſolidorum, interque erunt nonnulla, de quibus nullus geometra pertractauit. Porrò prius animaduertetur,

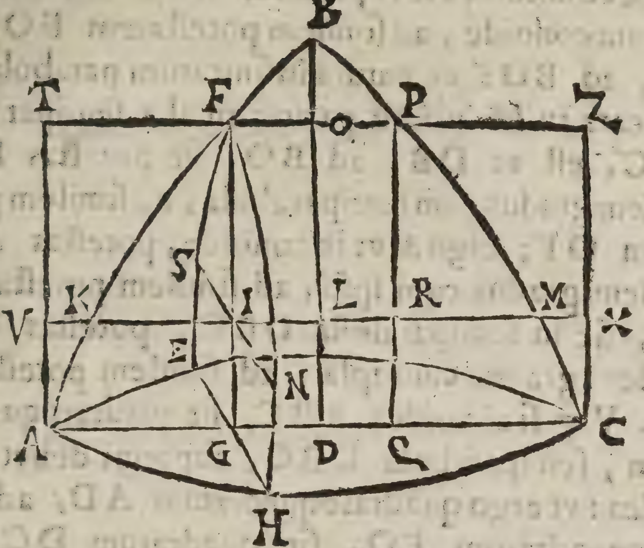
tetur, nos in hoc opuſculo, adducturos citationes noſtrorum librorum de infinitis parabolis, miſcellanei noſtri hyperbolici, & parabolici, & operis præſentis. Dum citabimus libros de infinitis parabolis, adducemus tantum propoſitionem, & librum. V.g. ex propoſ. 20. lib. pri. Dum citabimus miſcellaneum, dicemus ex propoſitione tali miſcellanci. v. g. ex propoſit. 20. miſcel. Dum denique nominabimus præſens opus, dicemus abſolutè ex propoſitione tali. V.g. ex prop. 20. ſi erit eiuſdem partis, at ſi erit alterius, hoc etiam exprimemus. V.g. ex prop. 20. pri. part.

PROPOSITIO II.

Si quodlibet conoides parabolicum, cuius exponens ſit numerus par, ſecetur vt in ant. propoſit. & annulo illi, ſit circumſcriptus tubus cylindricus; exponaturque portio parabolæ cuius axis ſit æqualis axi conoidis, & cuius exponens, ſit ſubduplus exponentis conoidis, reſecta linea axi parallela, quæ ſit æqualis axi annuli, cui etiam ſit circumſcriptum rectangulum. Tubus cylindricus circumſcriptus annulo, erit ad ipſum, vt rectangulum circumſcriptum portioni, ad ipſam, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

SOlidum ergo A B C, antecedentis propoſit. ſit quodlibet conoides parabolicum, cuius exponens ſit numerus par, ſitque ſectum vt ſupra; & annulo ex portione A F G, circa B D, ſit circumſcri-

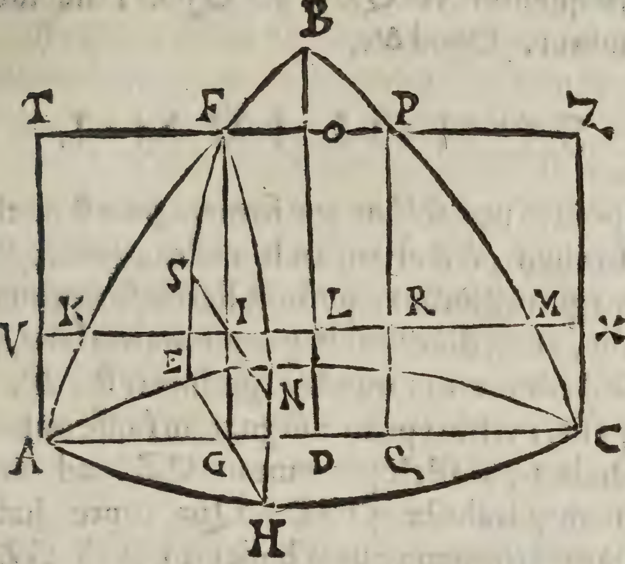
ptus



ptus tubus cylindricus TGZ. Supponamus etiam DBC, nobis repræſentare aliam ſemiparabolam, cuius numerus exponens ſit ſubduplus exponentis conoidis ABC, quæ ſemiparabola DBC, ſit ſecta linea QP, parallela axi BD, & æquali OD, axi annuli ex AFG; ſitque ei circumſcriptum rectangulum QZ. Aſſero, tubum cylindricum TGZ, eſſe ad annulum ex AFG, circa BD, vt rectangulum QZ, ad portionem QPC, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Sumatur in OD, arbitrariè punctum L, per quod intelligamus in ſolidis tranſire planum VX, parallelum baſi AECH, in planis verò LX, paralle-

lam lineæ DC. Quoniam, in parabola ABC, genitrice conoidis, eſt vt poteſtas AD, eiuſdem gradus cum conoide, ad ſimilem poteſtatem FO, ſic DB, ad BO; ex natura infinitarum parabolarum explicata in lib. pri. & pariter in alia ſemiparabola DBC, eſt vt DB, ad BO, ſic poteſtas DC, eiuſdem gradus cum ſemiparabola, ad ſimilem poteſtatem OP; ergo & vt in conoide, poteſtas AD, eiuſdem gradus cum ipſo, ad ſimilem poteſtatem FO, ſic in ſemiparabola DBC, poteſtas DC, eiuſdem gradus cum ipſa, ad ſimilem poteſtatem OP. V.g. ſi conoides ABC, ſit quadratoquadraticum, ſemiparabola DBC, ſupponi debet quadratica: vt ergo quadratoquadratum AD, ad quadratoquadratum FO, ſic quadratum DC, ad quadratum OP. Cum ergo ex hypotheſi, exponens conoidis, ſupponatur duplus exponentis ſemiparabolæ, congruenti modo ſubmultiplicando terminos, termini vltimi erunt proportionales; nempe erit vt quadratum AD, ad quadratum FO, ſeu GD, ſic DC, linea, ad lineam OP, ſeu DQ. Ergo & per conuerſionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum AGC, ad quadratum AD, vt QC, ad DC. Pariter, non diſſimili modo, probabimus, eſſe quadratum AD, ad quadratum kL, vt DC, ad LM. Quare, cum probatum ſit, etiam eſſe quadratum AD, ad quadratum FO, ſeu IL, vt DC, ad OP, ſeu LR; erit etiam & vt quadratum AD, ad differentiam quadratorum KL,

LI,



LI (nempe ad rectangulum KIM) ſic DC, ad differentiam ipſarum LM, LR (nempe ad RM). Sed etiam probatum eſt, rectangulum AGC, eſſe ad quadratum AD, vt QC, ad CD. Ergo ex æquali, erit rectangulum AGC, ſeu rectangulum VIX, ad rectangulum kIM, vt QC, ſeu XR, ad RM. Ergo & vt armilla circularis VIX, ad armillam circularem KIM, ſic RX, ad RM. Cum verò punctum L, ſumptum fuerit arbitrariè, erunt omnes lineæ parallelogrammi QZ, parallel QC, ad omnes lineas portionis QPC, itidem parallelas QC, vt omnes armillæ tubi cylindrici TGZ, parallelæ armillæ AGC, ad omnes armillas annuli

ex AFG, circa BD, itidem parallelas AGC. Et conſequenter vt QZ, ad QPC, ſic tubus, ad annulum. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Propoſitio non ſolum confirmari poteſt methodo indiuiſibilium, ſed etiam archimedea; quia in ſupradictis magnitudinibus, poſſunt fieri inſcriptiones figurarum, vt mediocriter in geometria verſatis, patebit. Sed adnotetur, quod magis intereſt. Nempe, in propoſit. 15. libri prim. aſſignatam fuiſſe rationem, quam habet parallelogrammum QZ, ad omnem portionem parabolæ QPC. Quapropter habebimus etiam rationem, quam habet tubus TGZ, ad prædictum annulum. Particulariùs etiam tenebimus, quod, cum ſuppoſito ABC, conoide parabolico quadratico, QPC, ſit triangulum, cuius duplum eſt parallelogrammum QZ; tenebimus etiam, tubum TGZ, ſemper, in illo conoide, duplum fore præfati annuli. Sicuti ergo, cylindrus circumſcriptus toti conoidi ABC, parabolico quadratico, eſt ipſius duplus, vt conſtat ex Archimede in lib. de conoid & ſphæroid. prop. 23. & vt nos demonſtrauimus pluribus vicibus in noſtris operibus, præſertim propoſit. 15. lib. 2. ſic tubus TGZ, circumſcriptus annulo ex qualibet portione minori AFG, ſeruat talem ordinem, vt ſit illius duplus.

Pariter elicimus, conſequenter ad ſæpe ſæpius

repetita,

repetita, & in lib. 4. & in miſcellaneo, & etiam in propoſit. antec. annulum prædictum, & portionem QPC, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare, OD, PQ, ſecabuntur æqualiter, illa à centro grauitatis annuli, hæc vero à centro æquilibrij portionis, aſſignato in PQ, axi BD, parallela. Cum ergo in propoſ. 15. lib. 3. fuerit aſſignatum centrum æquilibrij in PQ, cuiuslibet portionis minoris cuiuſcunque parabolæ, habebimus etiam centrum grauitatis in OD, prædicti annuli. Particulariùs itidem, cum ſuppoſito ABC, conoide parabolico quadratico, ſit QPC, triangulum; ac proinde, eius centrum æquilibrij ſecet QP, v. g. in R, vt PR, ſit dupla RQ; ſic etiam centrum grauitatis annuli prædicti, ſecabit OD, v. g. in L, vt OL, ſit dupla LD. Cum verò, in eadem proportione ſecetur etiam BD, à centro grauitatis conoidis quadratici ABC, vt oſtenditur à multis, & etiam à nobis lib. 4 propoſit. 14; ſequitur, conoides parabolicum quadraticum, & omnes ſuos annulos, ſimilem ſeruare tenorem.

SCHOLIVM II.

Sed cum intellecto, vt ſupra, ſolido rotundo EFH, cum ſibi circumſcripto cylindro, ſit hic ad ſolidum, vt tubus TGZ, ad annulum; ſequitur nos habere

ratio-

rationem talis cylindri, ad ſolidum EFH. Et cum ſolidum EFH, ſit proportionaliter analogum cum annulo; ſequitur in FG, nos habere centrum grauitatis ſolidi EFH. Sed particularius in parabola quadratica habebimus, cylindrum, duplum eſſe ſolidi EFH; & FG, ſic ſecari v. g. ab I, centro grauitatis, vt FI, ſit dupla IG. Sic autem eſſe, neceſſe eſt; quia EFH, eſt vera parabola quadratica. Nam, ducta IN, parallela GH, iam probatum fuit, rectangulum AGC, nempe quadratum GH, eſſe ad rectangulum kIM, nempe ad quadratum IN, vt QC, ad RM; nempe vt QP, ad PR (quia QPC, eſt triangulum); nempe vt GF, ad FI. Eſt ergo EFH, vera parabola quadratica ex primi conici propoſit. 20. Quare patet, quod ſecto conoide parabolico quadratico, plano erecto parabolæ genitrici ABC, & æquidiſtanter axi; ſemper ſectio EFH, erit parabola quadratica.

Sciſcitanti autem, an hoc verificetur etiam in alijs conoidibus, nempe, an & ipſis ſectis prædicto modo, ſectiones ſint parabolæ. Reſpondebitur negatiuè. Quod quidem ſi experietur, facilè comperiet. Nobis autem ſufficiat, eum remittere ad Apollonium pri. coni. propoſit. 12. vbi ait, quod ſi conus, qui eſt primum conoides, ſecetur prædicto modo, ſectio non erit triangulum, ſed hyperbola. Benè quidem infrà oſtendemus, ad pleniorem ſcientiam, quod ſi conoides hyperbolicum ſic ſecetur, ſectio erit hyperbola. Et pariter, quod ſi ſphæra, & ſphæroides dicto

ꝺto modo ſecentur, ſectiones erunt, in ſphæra quidem circulus, in ſphæroide vero ellipſis. Sed ad conoidea parabolica redeamus.

In quibus, non modo ea, quæ dicta ſunt, verificantur, ſed etiam, quod cum annulus ex A F G, & ſolidum E F H, ſint magnitudines proportionaliter analogæ, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; in conoide parabolico quadratico, traiecto plano V X, parallelo A C; habebimus, & rationem tubi cylindrici V G X, ad portionem annuli, quam includit, & in D L, centrum grauitatis talis portionis annuli. Rationem tubi V G X, ad ſegmentum annuli, habebimus ex ſchol. 2. propoſ. 15. lib. 2. centrum vero grauitatis, habebimus ex ſchol propoſit. 15. lib. 4. Colligemus enim ex dicto ſcholio, tale centrum, ſic ſecare I G, vt pars ad I, terminata, ſit ad partem terminatam ad G, vt duplum rectangulum A G C, cum rectangulo K I M, ad rectangulum duplum k I M, cum rectangulo A G C.

Imo colligemus ex eodem ſcholio, tale centrum grauitatis, ſic ſecare mediam tertiam partem I G, vt pars propinquior I, ſit ad partem G, proximiorem, vt rectangulum A G C, ad rectangulum k I M.

SCHOLIVM III.

Rationem tubi T G Z, ad annulum ex portione A F G, circa B D, & conſequenter cylindri ad ſolidum E F H, quod includit, poſſumus habere ex aliàs

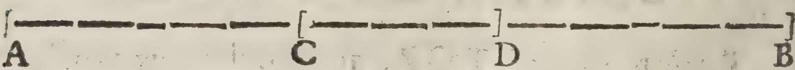
à nobis

à nobis dictis, alio modo, & quidem vniuerſaliter in quocunque conoide parabolico. Nam, cum ex hypotheſi, dentur tam A D, quam FO, ſeu G D, facile etiam patebit, dari rationem rectanguli A G C, ad quadratum A D; nempe armillæ A G C, ad circulum A E C H; nempe tubi T G Z, ad cylindrum T C. Cum verò ex ſchol. 2. propoſit. 15. lib. 2. detur etiam ratio cylindri T C, ad ſegmentum conoidale A F P C; dabitur etiam ex æquali, ratio tubi T G Z, ad ſegmentum A F P C. Sed & tubi ad cylindrum F Q. Ergo & tubi ad annulum.

Item ex ſchol. propoſit. 15. lib. 4. facile eliciemus, alio modo, centrum grauitatis annuli prædicti, ſed cuius exponens ſit numerus par. Nam, ex dicto ſcholio, habetur centrum fruſti conoidalis A F P C. Habetur etiam centrum cylindri F Q. Ratio annuli ad cylindrum F Q, non ignoratur. Ergo habebitur centrum prædicti annuli.

PROPOSITIO III.

Si recta A B, ſit ſecta in punctis C, D. Rectangulum ſub compoſita ex A B, & ex C D, & ſub B D, erit exceſſus rectanguli A B C, ſupra rectangulum A D C.



NAm rectangulum A B C, diuiditur in rectangulum A B D, & in rectangulum A B, C D.

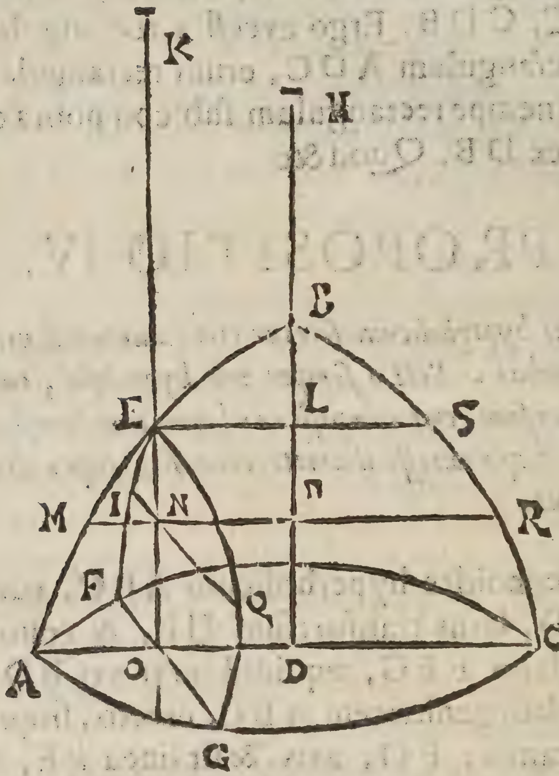
Item

Item rectangulum A B, C D, diuiditur in rectangula A D C, C D B. Ergo exceſſus rectanguli A B C, ſupra rectangulum A D C, erunt rectangula A B D, C D B; nempe rectangulum ſub compoſita ex A B, C D, & ex D B. Quod &c.

PROPOSITIO IV.

Si conoides hyperbolicum ſecetur vt in antecedentibus propoſitionibus. Sectio ſemper erit hyperbola, cuius latus tranſuerſum, erit compoſita ex latere tranſuerſo conoidis, & ex duplo exceſſu diametri conoidis, ſupra diametrum ſectionis.

ESto conoides hyperbolicum A B C, cuius axis B D, latus tranſuerſum H B, & conoides ſit ſectum plano F E G, æquidiſtanter axi B D, & ad hyperbolam genitricem A B C, erecto, ſitque huius plani ſecantis, E O, axis, & ſit linea k E, æqualis compoſitæ ex H B, & ex dupla BL, exceſſu B D, ſupra E O. Dico figuram F E G, eſſe hyperbolam, cuius latus tranſuerſum k E. Ducatur in hyperbola A B C, genitrice conoidis, E L S, parallela AC, & ſumpto in E O, arbitrariè puncto N, ducantur M N P R, parallela A D, & N Q, parallela O G. Quoniam ex prim. conic. prop. 21. eſt quadratum A D, ad quadratum E L, ſeu O D, vt rectangulum H D B, ad rectangulum H L B; ergo & per conuerſionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum



A O C, ad quadratum A D, vt exceſſus rectanguli H D B, ſupra rectangulum H L B, ad rectangulum H D B; nempe ex propoſit. antec. vt rectangulum ſub compoſita ex H D, & ex B L, & ſub L D (nempe rectangulum K O E) ad rectangulum H D B. Rurſum, eſt quadratum A D, ad quadratum M P, vt rectangulum H D B, ad rectangulum H P B: ſed erat etiam quadratum A D, ad quadratum F L, ſeu N P, vt rectangulum H D B, ad rectangulum H L B;

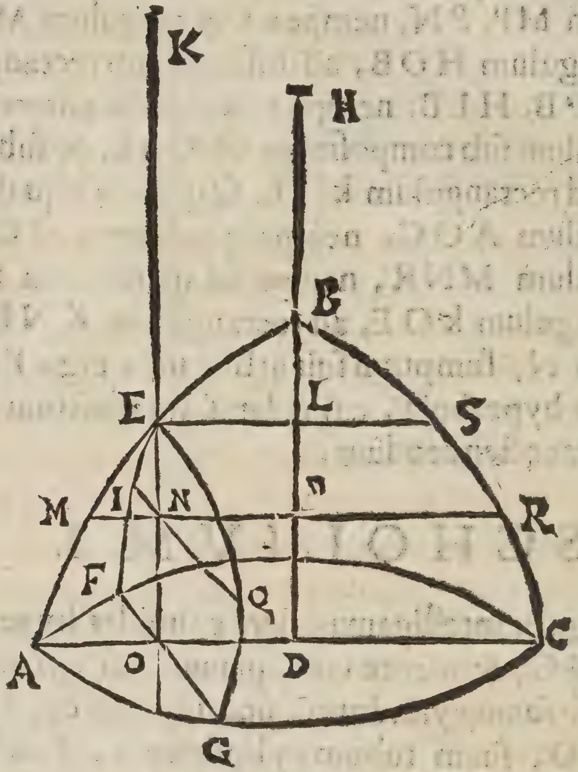
ergo

ergo erit idem quadratum A D, ad differentiam quadratorum M P, P N, nempe ad rectangulum M N R, vt rectangulum H D B, ad differentiam rectangulorum, H P B, H L B; nempe ex propoſit. anteced. ad rectangulum ſub compoſita ex H P, B L, & ſub P L; nempe ad rectangulum k N E. Quare ex æquali, erit rectangulum A O C, nempe quadratum O G, ad rectangulum M N R, nempe ad quadratum N Q, vt rectangulum k O E, ad rectangulum K N E. Sed punctum N, ſumptum fuit arbitrariè; ergo F E G, erit vera hyperbola, cuius latus tranſuerſum k E. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM I.

Ex figura intelligamus fieri conoides hyperbolicum F E G, & mente concipiamus ipſi circumſcriptum eſſe ſuum cylindrum, ſicuti annulo ex A E O, circa B D, ſuum tubum cylindricum. Patebit ex ſupra dictis, tubum ad annulum, & cylindrum ad conoides, habere eandem rationem. Quare ex propoſit. 5. 7. & 11. miſcell. patebit, tubum cylindricum, eſſe ad annulum, vt K O, ad dimidiam K E, vna cum tertia parte E O.

Inſuper ex ſuperioribus patebit, annulum, & conoides F E G, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Patebit ergo etiam centrum grauitatis annu-



li in L D. Hoc autem, vel ex propoſit. 13. miſcell: ita diuidet duodecimam partem L D, ordine quartam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt dimidia k E, ad tertiam partem E O, ſeu L D. Vel ex propoſ. 14. eiuſdem miſcell. ita diuidet quartam partem L D, ordine ſecundam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt ſexta pars k E, ad tertiam partem k O. Vel tandem ex propoſit. 44. eiuſdem operis, ità diuidit L D, vt pars terminata

ad

ad L, ſit ad reliquam, vt k E, cum ſubſeſquitertia EO, ſeù LD, ad dimidiam kE, cum quarta parte LD.

SCHOLIVM II.

Sed cum prædictus annulus, & ſolidum FEG, ſint quantitates proportionaliter analogæ, non tantum ſecundum totum, ſed etiam ſecundum partes proportionales; ſequitur, partem annuli ortam v. g. ex rotatione figuræ AMNO, circa BD, eſſe proportionaliter analogam cum parte ſolidi ortam ex rotatione ONQG, circa EO. Pars ergo tubi cylindrici circumſcripti parti annuli ex figura AMNO, erit ad ipſum, vt cylindrus circumſcriptus fruſto conoidi ex ONQG, ad ipſum. Ex propoſit. ergo 15. miſcell. erit prædicta pars tubi cylindrici, ad prædictam partem annuli, vt rectangulum KOE, ad rectangulum kO, EN, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidia KE, & ex tertia parte ON, & ſub tertia parte ON. Item ex propoſit. 17. cit. miſcell. habebimus in PD, centrum grauitatis fruſti annuli ex ſegmento AMNO, circa BD.

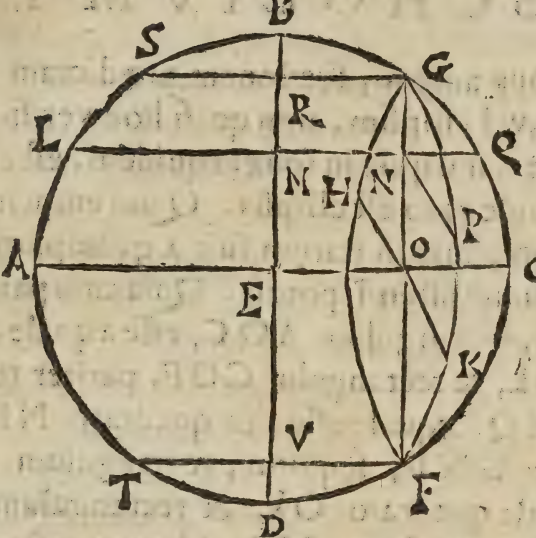
PROPOSITIO V.

Si ſphæra, & ſphæroides ſecentur vt in antecedentibus propoſitionibus. Sectiones erunt vel circulus, vel ellipſis.

Eſto

ESto ſphæra, & ſphæroides, quorum axes B D, figuræ genitrices A B C D, centrum E, & hæc ſolida ſint ſecta plano H G K F, vt ſupra. Dico, planum H G K F, eſſe vel circulum, vel ellipſim. Secetur G F, biſariam in O, & per puncta O, E, ducatur axis coniugata A E O C, à puncto vero O, excitetur in ſemifigura G k F, linea O k, normalis G F, ſumptoque in G F, quolibet puncto N, ducantur L M N Q, N P, parallelæ A C, O k; item per puncta G, F, ducantur S R G, T V F, parallelæ A C. Quoniam ex hypotheſi, A B C D, eſt vel circulus, vel ellipſis, ergo ex prim. conic. propoſ. 21. erit quadratum E C, ad quadratum R G, ſeu E O, vt rectangulum D E B, ad rectangulum D R B. Et per conuerſionem rationis, & conuertendo, erit rectangulum A O C, ad quadratum E C, vt quadratum R E, ad rectangulum D E B. Rurſum, propter eandem rationem, eſt & vt quadratum E C, ad quadratum M Q, ſic rectangulum D E B, ad rectangulum D M B; & erat vt quadratum E C, ad quadratum R G, ſeu M N, ſic rectangulum D E B, ad rectangulum D R B; ergo erit etiam vt quadratum E C, ad differentiam quadratorum M Q, M N, nempe ad rectangulum L N Q, ſic rectangulum D E B, ad differentiam rectangulorum D M B, D R B, nempe ad rectangulum V M R (rectangulum enim D M B, diuiditur in rectangula D M, R B; D M R; & rectangulum D M R, diuiditur in rectangula V M R; & D V, M R, ſeu B R M; quod cum

BR,



BR, MD, facit BRD). Porrò ſupra probatum fuit, rectangulum AOC, eſſe ad quadratum EC, vt quadratum RE, ad rectangulum DRB. Ergo ex æquali, erit vt rectangulum AOC, ad rectangulum LNQ, ſic quadratum RE, ſeu rectangulum REV, ad rectangulum VMR. Sed quadratum Ok, eſt æquale rectangulo AOC, ſicuti quadratum NP, æquatur rectangulo LNQ. Ergo & vt rectangulum VER, ſeu FOG, ad rectangulum VMR, ſeu FNG, ſic quadratum Ok, ad quadratum NP. Sed punctum N, ſumptum fuit arbitrariè; ergo figura HGkF, erit vel circulus, vel ellipſis. Quod &c.

SCHO-

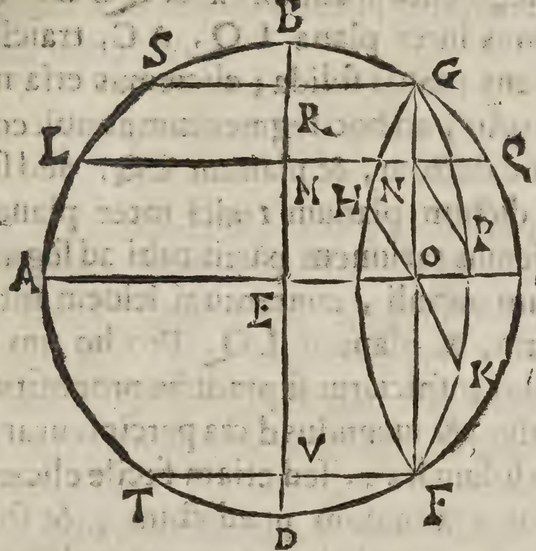
SCHOLIVM I.

Diximus autem, ſectionem prædictam eſſe vel circulum, vel ellipſim, non quaſi hoc verificetur indifferenter; ſed quia in ſphæra quidem, eſt circulus, in ſphæroide vero eſt ellipſis. Quod enim in ſphæra ſit circulus, manifeſtatum fuit à quamplurimis, & quidem facile oſtendi poteſt. Quia cum paruo labore pateat, rectangulum A O C, eſſe æquale, & quadrato O k, & rectangulo G O F, pariter rectangulum L N Q, æquale eſſe, & quadrato N P, & rectangulo G N F; ſequitur, rectangulum F O G, eſſe æquale quadrato O k, & rectangulum F N G, æquale fore quadrato N P. Idemque oſtenderetur de alijs; quare ex Pappo lemmate 2. ſuper prim. conic. H G k F, erit perfectus circulus in ſphæra. In ſphæroide vero non eſt circulus, quia licet rectangulum A O C, ſit æquale quadrato O K, non tamen eſt æquale rectangulo F O G. Idem intelligatur de cæteris.

SCHOLIVM II.

Sed vt proprius ad noſtrum inſtitutum accedamus, facile ex ſuperioribus adnotabimus, quod ſi tam ſegmento ſphæræ, vel ſphæroidis Γ A S G C F, quam ſphæræ vel ſphæroidi H G k F, orto ex ſemifigura G k F, circa G F, reuoluta, intellexerimus

cir-



circumſcriptos cylindros ; facile inquam adnotabimus, tubum cylindricum circumſcriptum annulo ex portione GCF, circa BD, reuoluta, eſſe ad ipſum, vt cylindrus ſolido HGkF, circumſcriptus, ad ipſum. Quapropter ex propoſit. 9. lib. 4. poſſumus elicere proportiones variorum ſegmentorum prædicti tubi, ad varia ſegmenta prædicti annuli. In primis enim eliciemus, quod ſi ABC, ſit hemiſphærium, vel hemiſphæroides, ſemper tubus cylindricus circumſcriptus annulo ex OGC, circa BD, erit annuli ſeſquialter. Quod vtique videtur pulcherrimum. Pariter eliciemus rationem partis tubi, ad partem annuli ex NGQ, quam ſtringit. Item rationem correſpondentis portionis tubi, ad annulum ex

ſegmento NQF. Item rationem tubi correſpondentis, ad ſegmentum annuli ex NQCO. Quod ſi intellexerimus inter plana LQ, AC, traici aliud, planum ſecans omnia ſolida; eliciemus etiam rationem partis tubi, ad hoc ſegmentum annuli contenti inter planum ductum, & planum LQ. Sed ſi intellexerimus dictum planum traici inter plana TF, AC; eliciemus rationem partis tubi ad ſegmentum intermedium annuli, contentum itidem inter planum ductum, & planum LQ. Pro horum maiori intelligentia, inſpiciatur ſupradicta propoſitio, quia ex ipſa clarius, & iucundus dicta percipientur.

Sed non ſolum hæc, ſed etiam facile eliciemus ex ſuperioribus, annulum prædictum, & ſolidum HGkF, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Cum vero in propoſit. 20. lib. 4. aſſignauerimus centra grauitatis variorum ſegmentorum ſphæræ, vel ſphæroidis; conſequenter habebimus in RV, centra grauitatis omnium ſupradictorum ſegmentorum prædicti annuli. Hæc videantur in cit. propoſit. ſolum enim adnotabimus ſcitu pulcherrimum; nempe, centrum grauitatis annuli ex OGC, ſemper ſic ſecare RE, vt pars terminata ad R, ſit ad partem terminatam ad E, vt 5. ad 3. Quo modo ſecatur BE, à centro grauitatis hemiſphærij, ſeu hemiſphæroidis.

Antequam etiam ad alia transeamus, adnotetur,

magni-

magnitudinibus proportionaliter analogis, de quibus actum eſt varijs in locis, ſed præcipuè in ſchol. 3. prop. 26. & in ſchol. 2. prop. 45. miſcell. addi etiam annulum prædictum.

PROPOSITIO VI.

Si quælibet figura circa diametrum voluatur circa parallelam diametro, ductam vel per extremitatem baſis, vel extra baſum. Annulus latus ex ſemifigura exteriori, erit æqualis tribus ſolidis, quorum duo ſint, quæ oriuntur ex reuolutione ſemifiguræ circa diametrum, aliud ex reuolutione eiuſdem vel circa parallelam diametro ductam per extremitatem ſuæ baſis, vel extra; & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

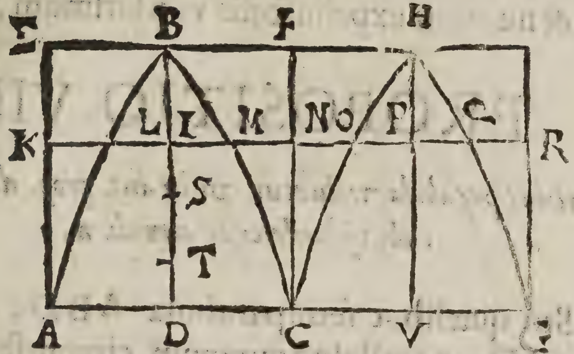
HÆc propoſitio facile intelligetur ex propoſit. 30. miſcell. Sit ergo quælibet figura A B C, circa diametrum B D, quæ rotetur vel circa FC, parallelam DB, ductam per punctum C, vt in prim. fig. vel per T S, vt in ſecundo ſchemate. Dico annulum latum ortum ex rotatione ſemifiguræ A B D, (quam vocamus exteriorem, ad differentiam D B C, interiorem nuncupatam) circa F C, æqualem eſſe tribus ſolidis, quorum duo ſint quæ oriuntur ex reuolutione A B D, circa B D, aliud ex reuolutione D B C, circa C F, vel circa T S, in ſecundo ſchemate, & hoc quidem tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Patet,

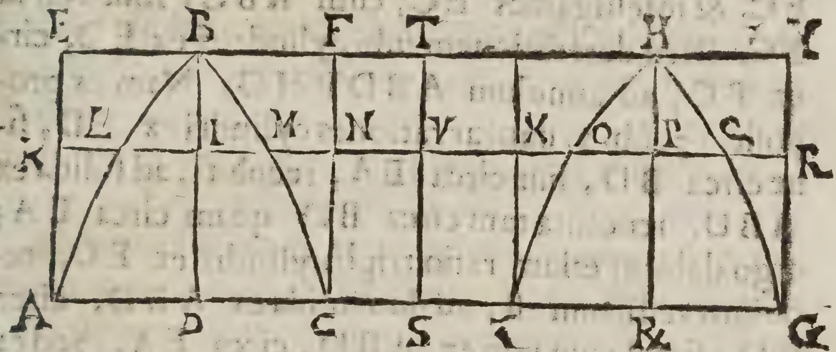
quia ex citata propoſit. 30. totum ſolidum ortum ex rotatione totius figuræ ABC, circa FC, vel circa TS, æquatur quatuor ſolidis prædicto modo, nempe duobus ex ABD, circa BD, & duobus ex DBC, circa CF. Cum ergo ſolidum ex ABC, non ſuperaddat ſolido ex ABD, circa FC, vel TS, niſi vnicum ſolidum ex DBC, circa CF, vel TS; patet ſolidum ex ABD, circa FC, vel TS, æquale eſſe tribus alijs; & hoc quidem tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales, vt etiam magis patebit legenti modum in citata propoſit. 30. miſcel. à nobis obſeruatum. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Facile ergo ad modum tot vicibus inculcatæ doctrinæ patebit, annulum ex ABD, prædicto modo reuoluta, & tria prædicta ſolida, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare ſi habebimus rationem trium cylindrorum circumſcriptorum ad tria dicta ſolida, habebimus etiam rationem tubi cylindrici circumſcripti prædicto annulo ad ipſum. Pariter ſi habebimus centrum grauitatis trium ſolidorum ſimul, habebimus etiam centrum grauitatis prædicti annuli. Ex hac doctrina, vt patebit impoſterum, varia poſſumus elicere, tam circa menſuram,

quam





quam circa centra grauitatis aliquot ſolidorum, & etiam illorum, de quibus nunquam geometria loquuta eſt. Sed quia reuoluta figura circa TS, vt in ſecunda figura, varia poteſt eſſe diſtantia CS, ac proinde varia in infinitum ratio trium cylindrorum ad tria ſolida, quia varia, ac varia in infinitum poteſt eſſe ratio cylindri B℞, ad annulum ex DBC, circa TS, ideo deinceps non agemus de tali reuolutione figuræ, ſed tantum de reuolutione figuræ circa FC,

in pri-

in primo ſchemate, vbi proportio data erit determinata, & numero exprimibilis vt plurimum.

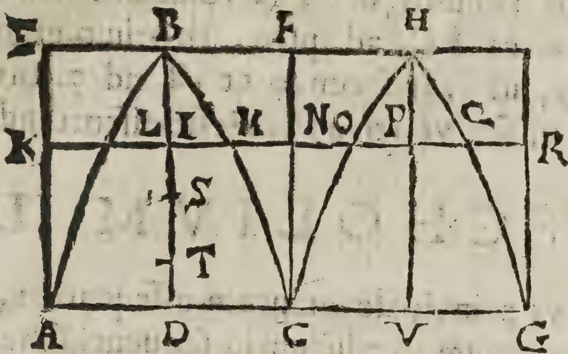
PROPOSITIO VII.

Si quælibet parabola voluatur vt in ant. prop. dabitur ratio tubi cylindrici ad annulum.

ESto quælibet ſemiparabola ABD, cuius axis BD, parallelogrammum circumſcriptum ſit EC, & intelligamus EC, cum ABC, rotari circa FC. Dico dari rationem tubi cylindrici ex ED, circa FC, ad annulum ABDVHG. Nam ex propoſit. 15. lib. 2. dantur rationes cylindri ex ED, ſiue circa BD, ſiue circa EA, reuoluti, ad ſolida ex ABD, reuoluta tam circa BD, quam circa EA; ergo dabitur etiam ratio tripli cylindri ex ED, reuoluto vt dictum eſt, ad duo ſolida ex ABD, circa BD, ſimul cum vno ex ABD, circa EA. Sed ex propoſit. anteced. tubus cylindricus ex ED, circa FC, æquatur illis tribus cylindris, & annulus ABDVHG, æquatur illis tribus ſolidis. Ergo etiam dabitur ratio tubi ad annulum prædictum. Quare &c.

SCHOLIVM I.

Porrò ratio hæc poteſt etiam numero exprimi, quamuis in tali progreſſione non contineatur vlla pul-



pulchra ſeries. In prima enim parabola, nempe in triangulo, cylindrus ex ED, triplus eſt coni ex ABD; ergo erit ad duplum conum vt 3, ad 2. Et pariter, ad annulum ex ABD, circa EA, eſt vt 3, ad 2. Ergo ad tria ſolida ſimul, vt 3, ad 4. Et triplus cylindrus, vt 9. ad 4. Erit ergo tubus ad primum annulum ABDVHG, vt 9, ad 4. Pariter in parabola quadratica, cylindrus ex ED, eſt ad conoides ex ABD, circa BD, vt 4, ad 2, nempe vt 6, ad 3; & ad duo conoidea vt 6, ad 6; eſt verò etiam ad annulum ex ABD, circa EA, vt 6, ad 5. Ergo ad tria ſolida ſimul, vt 6, ad 11. Ergo triplus cylindrus vt 18. ad 11. Ergo erit tubus ad ſecundum annulum ABDVHG, vt 18, ad 11. In parabola cubica, erit vt 30, ad 21, ſeu vt 10, ad 7. Et ſic diſcurrendo, aſſignabimus rationes aliorum tuborum, ad alios annulos.

Habebimus ergo etiam per conuerſionem rationis, rationes tuborum cylindricorum ex ED, circa

FC,

FC, ad annulos ortos ex rotatione trilineorum AEB, circa FC, ad ipſos. In primo ergo annulo erit vt 9, ad 5. In ſecundo vt 18, ad 7. In tertio vt 30, ad 9, ſeu vt 10, ad 3. Et ſic diſcurrendo.

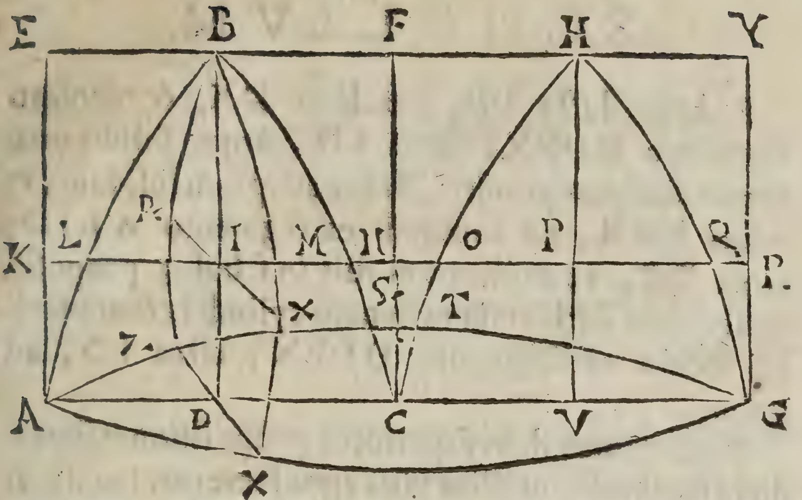
SCHOLIVM II.

Sed vt principale intentum aſſequamur, intelligamus annulum prædictum in ſequenti ſchemate ſecari ſemifigura DBX, erecta ad figuram genitricem ABD, ac ex reuolutione DBX, circa BD, genitum eſſe ſolidum rotundum ZBX, & pariter ipſi intelligamus circumſcriptum cylindrum: habebimus rationes cylindrorum talium circumſcriptorum, ad infinita ſolida rotunda ZBX. In primo ergo annulo, erit cylindrus ad primum ſolidum, quod vtique ex prim. conic. erit conoides hyperbolicum, vt 9, ad 4. In ſecundo, vt 18, ad 11. & ſic ratiocinando vt ſupra. Ex quibus patebunt etiam per conuerſionem rationis, rationes cylindrorum ad exceſſus ipſorum ſupra prædicta ſolida.

PROPOSITIO VIII.

Si ſolida antec propoſ. ſecentur plano baſi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici ad ſegmentum annuli ad baſim, quod comprehendit.

SOlida antec. propoſit. ſecentur plano KR, plano AZGX, parallelo. Dico dari rationem tubi



tubi cylindrici kDR, ad partem annuli ex ſegmento ALID, circa FC. Nam ex ſchol. 2. propoſit. 15. lib. 2. & ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. datur ratio cylindri ex KD, circa ID, ad ſolidum ex ALID, circa ID: quare & talis cylindri ad duo talia ſolida. Sed ex eodem ſchol. 2. citat. propoſit. 11. lib. 3. datur etiam ratio talis cylindri ad ſolidum ex ALID, circa kA; ergo dabitur ratio illius cylindri ex kD, ad tria ſolida. Quare & ratio tripli cylindri ex kD, circa ID, vel kA, ad tria illa ſolida ex ALID, nempe ad duo circa ID, & ad vnum circa kA. Ergo ex propoſit. 6. dabitur etiam ratio tubi cylindrici kDR, ad annulum ex ſegmento ALID, circa FD. Quod &c.

E SCHO-

SCHOLIVM.

Sed cum ducta I✱, parallela DX, & reuoluto ſegmento DI✱X, circa ID, atque ſolido orto circumſcripto cylindro, ſit hic ad ipſum ſolidum, vt tubus kDR, ad annulum ex ſegmento ALID, circa FC, vt explicatum fuit in ſchol. 3. propoſit. 1; ſequitur dari etiam rationem cylindri circumſcripti ſolido ex ſegmento DI✱X, circa ID, ad ipſum.

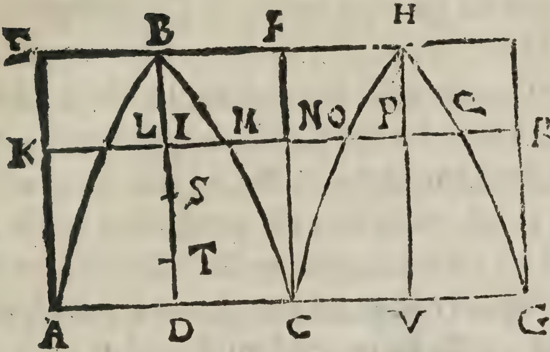
Probauimus duas ſuperiores propoſitiones ſupradicta methodo, vt illius vſus agnoſceretur, ſed datur alia via facilior, & ſimplicior oſtendendi has, & ſimiles; quapropter ſit.

PROPOSITIO IX.

Propoſitiones ſeptima, & octaua aliter probantur.

SInt in primis eadem data, quæ in propoſit. 7. Dico dari rationem tubi cylindrici ex ED, circa FC, ad annulum ABDVHG. Nam ex coroll. prim. propoſit. 11. lib. 2. habemus rationem cylindri EG, ad annulum totum ABCHG. Pariter ex propoſit. 15. eiuſdem lib. 2. habemus rationem cylindri BV, ad annulum DBCHV. Ergo etiam habebimus rationem tubi ex ED, circa FC, ad annulum ex ABD, circa FC.

Sed



Sed datis ijſdem, quæ in 8. propoſit. colligemus eadem, quæ ibidem. Nam ex coroll. 11. cit. propoſit. 11. lib. 2. datur ratio cylindri KG, ad ſegmentum annulare ALMCOQG. Pariter ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. datur ratio cylindri IV, ad ſegmentum annulare DIMCOPV. Quare dabitur etiam ratio tubi kDR, ad annulum ALID VPQG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Quæ autem collecta fuerunt in numeris in ſchol. prim. propoſit. 7. poſſunt etiam colligi in præſenti ex hoc modo argumentandi. V. g. in primo annulo ABCHG, nempe in illo, qui oritur ex reuolutione primæ parabolæ, hoc eſt trianguli, cylindrus EG, quia eſt ad annulum ABCHG, vt parallelogrammum EC, ad triangulum ABC, erit ad

 ipſum

ipſum vt 2. ad 1, nempe vt 12, ad 6. Sed cylindrus BV, quarta pars cylindri EG, eſt ad annulum DBCHV, vt 3. ad 2. Ergo reliquus tubus ex ED, circa FC, erit ad reliquum annulum ex ABD, circa FC, vt 9. ad 4. In parabola quadratica, cylindrus EG, eſt ad annulum ABCHG, vt 3. ad 2. nempe vt 24, ad 16. Sed ex cit. propoſit. 15. lib. 2. cylindrus BV, eſt ad annulum DBCHV, vt 6, ad 5. Ergo reliquus tubus ad annulum ex ABD, circa FC, vt 18. ad 11. Et ſic procedemus in alijs.

PROPOSITIO X.

Si quælibet ſemiparabola, cuius exponens ſit numerus par, voluatur vt dictum eſt in prop. 7. habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.

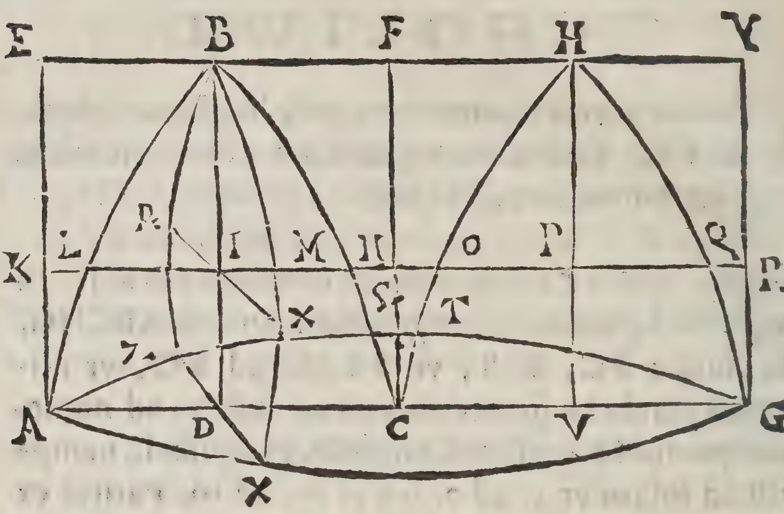
PArabola ABC, cuius exponens ſit numerus par, voluatur circa FC. Dico in FC, dari centrum grauitatis annuli ex ABD, circa FC. Nam ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG. Ex propoſit. 33. miſcell habemus in FC, centrum grauitatis annuli DBCHV. Ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. habemus rationem annuli exterioris ABDVHG, ad annulum interiorem DBCHV (Sic enim appellabimus deinceps hos annulos.) Ergo habebimus etiam in FC, centrum grauitatis annuli exterioris. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Poterit autem numero exprimi, in qua ratione ſecetur FC, à tali centro grauitatis. Nos autem hoc exprimebimus in tali annulo ex ſemiparabola quadratica; & ſi lector obſeruauerit methodum, qua vtemur, poterit etiam numero exprimere in alijs. In ſequenti figura, centrum grauitatis annuli ABCHG, ſic diuidit FC, in S, vt FS, ſit ad SC, vt numerus parabolæ genitricis vnitate auctus, ad numerum parabolæ, ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. nempe erit ad ipſam vt 3. ad 2. ſeu vt 15. ad 10. Pariter ex ſchol. propoſit. 34. eiuſdem miſcel. centrum grauitatis annuli interioris DBCHV, ſic diuidit FC, in N, vt FN, ſit ad NC, vt 14, ad 11. Ergo qualium tota FC, eſt 25, talium FS, eſt 15, FN, 14; & NT, 1. Ergo qualium NS, eſt 11, talium FC, erit 275; & FS, 165. Quoniam vero, vt colligitur ex corollario 3. propoſit. 4 lib. 3. annulus latus exterior ABDVHG, eſt ad annulum interiorem DBCHV, vt 11, ad 5. & ſi fiat vt annulus exterior ad annulum interiorem, ſic reciprocè NS, ad ST, ſit T, centrum grauitatis annuli exterioris ABDV HG; ſequitur, quod qualium NS, eſt 11, talium ST, ſit 5. Sed talium FS, erat 165; ergo talium FT, erit 170. Sed talium tota FC, 275. Ergo reliqua TC, 105. T, ergo centrum grauitatis dicti annuli exterioris parabolici quadratici, ſic ſecabit

FC,



FC, in T, vt FT, ſit ad TC, vt 170, ad 105, nempe vt 34, ad 21. In alijs diſcurretur eodem modo.

Sed quod magis intereſt, cum intellecto ſolido rotundo ZBX, genito modo ſupra explicato, ſit hoc proportionaliter analogum & in magnitudine, & in grauitate cum annulo exteriori, ſequitur etiam nos habere in BD, centrum grauitatis talis ſolidi, non quidem cuiuſcumque, ſed tantum eæ parabolæ, cuius exponens ſit numerus par. Et in ſolido parabolæ quadraticæ ſic ſecabit BD, v. g. in I, vt BI, ſit ad ID, vt 34, ad 21.

PRO-

PROPOSITIO XI.

Si quilibet annulus antecedentis propoſit. ſecetur plano baſi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim.

SEd ſolida antecedentis propoſit. ſecentur plano kR, baſi AG, parallelo. Dico in NC, nos habere centrum grauitatis ſegmenti annularis ex ALID, circa NC. Nam ex ſchol. propoſit. 29. miſcel. habemus in NC, centrum grauitatis totius ſegmenti annularis ALMCOQG. Item ex propoſit. 35. eiuſdem miſcel. habemus in eadem NC, centrum grauitatis ſegmenti annularis interioris DIMCOPV. Necnon habemus ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. rationem, quam habet ſegmentum annulare exterius ALIDVPQG, ad ſegmentum annulare interius DIMCOPV. Quare eiuſdem ſegmenti exterioris non ignorabitur centrum grauitatis in NC.

SCHOLIVM.

Sed cum ſolidum rotundum ex DI✱X, circa ID, ſit proportionaliter analogum in grauitate cum prædicto ſegmento annulari exteriori, nequaquam ignorabimus in ID, centrum grauitatis talis fruſti ſolidi.

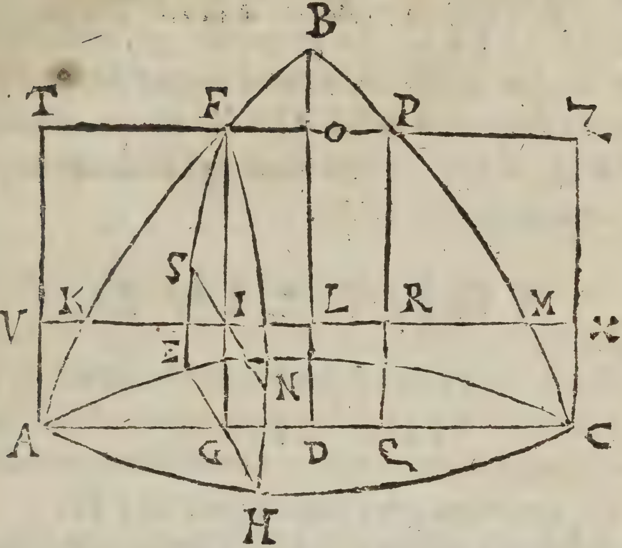
PRO-

PROPOSITIO XII.

Si quilibet ſemifuſus parabolicus ortus ex ſemiparabola, quæ habeat axim, ſecetur vt ſolida antecedentium propoſitionum. Dabitur ratio tubi cylindrici, ad annulum, vt explicatum eſt.

ESto quilibet ſemifuſus parabolicus ABC, ortus ex rotatione ſemiparabolæ cuiuſcunque cuius axis AD, circa baſim BD, qui ſit ſectus ſemifigura GFH, æquidiſtanter baſi BD, & ad figuram genitricem erecta; annulo vero ex ſemiparabola ad verticem, AFG, circa OD, ſit circumſcriptus tubus cylindricus TGZ. Dico, dari rationem talis tubi, ad illum annulum. Nam, cum ex hypotheſi, dentur AG, AD, GC, GD, dabitur etiam ratio rectanguli AGC, ad quadratum AD; nempe ratio armillæ circularis ex AG, circa BD, ad circulum AECH; nempe ratio tubi cylindrici TGZ, ad cylindrum TC. Item, cum detur ex ſchol. 3. propoſit. 15. lib. 3. ratio cylindri TC, ad totum ſegmentum fuſi AFPC, & facile poſſit probari ex hypotheſi, dari rationem eiuſdem cylindri TC, ad cylindrum FQ; dabitur etiam ratio cylindri TC, ad annulum AFGQPC. Quare ex æquali, dabitur ratio tubi cylindrici TGZ, ad annulum prædictum. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Cum ergo, genito ſolido EFH, ex reuolutione GFH, circa FG, atque ei circumſcripto cylindro, ſit hic ad ſolidum, vt tubus ad annulum; dabitur etiam ratio prædicti cylindri, ad annulum.

PROPOSITIO XIII.

Datis ijſdem, quæ in antec. propoſit. datur in baſi ſemiparabolæ genitricis, centrum grauitatis illius annuli.

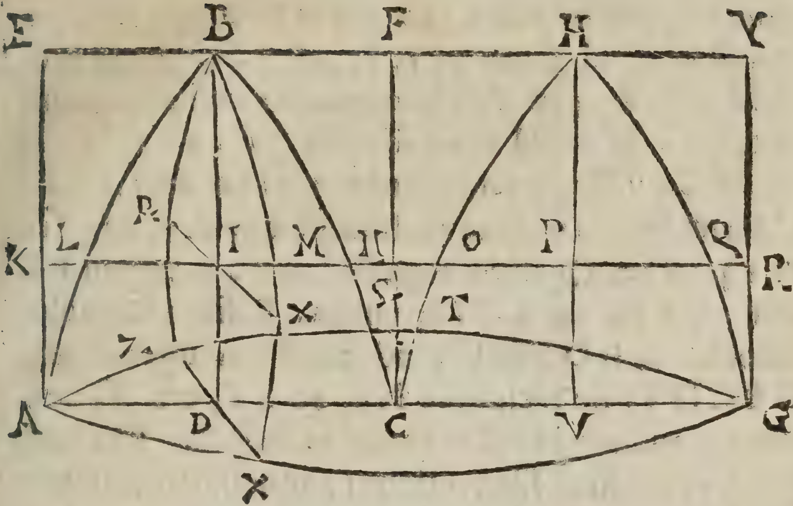
NAm, datur in OD, ſegmento baſi ſemiparabolæ ABD, centrum grauitatis totius ſegmenti fuſi AFPC, ex propoſit. 37. miſcell. Item datur in eadem OD, centrum grauitatis cylindri FQ. Ratio annuli AFGQPC, ad cylindrum eundem FQ, datur. Ergo nec ignorabitur centrum grauitatis annuli in OD.

SCHOLIVM.

Sed cum ad inſtar ſuperiorum diſcurrendo, conſtet, ſolidum EFH, eſſe proportionaliter annalogum cum prædicto annulo; nec etiam ignorabimus in FG, centrum grauitatis ſolidi EFH.

Sed duabus propoſitionibus antecedentibus addendum eſt, quod ſi planum GFH, ſit taliter ductum, vt biſecet AD, in G, dabitur in numeris ratio tubi cylindrici TGZ, ad annulum prædictum: & pariter in numeris dabitur ratio, in qua OD, ſecetur à centro grauitatis annuli. Nam, quoniam AG, GD, ſunt æquales, ſi intelligamus ſemiparabolam AFG, duplicari ad partes FG, attinget punctum D. Sit ergo vt in ſequenti figura, in qua ſemiparabola quæcunque ABD, cuius baſis BD, ſit duplicata ad partes BD, vt ſit ABC, figura conſtans ex duabus ſemiparabolis; hæc cum parallelogrammo EC, ſibi circumſcripto, rotetur circa FC. Sequenti modo in parabola quadratica, quem lector in alijs imitabitur, exprimemus in numeris rationem EDY,

ad

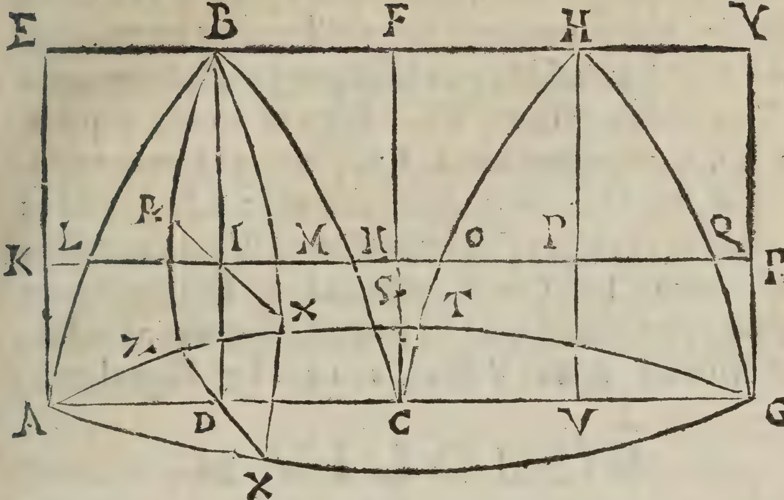


ad annulum ABDVHG. Quoniam EG, cylindrus, eſt ad totum annulum ABCHG, ex corol. 2. propoſit. 11. lib. 2. vt 3. ad 2. nempe vt 60. ad 40. & ex ſchol. 2. propoſit. 14. eiuſdem lib. eſt cylindrus BV, ad annulum interiorem DBCHV vt 5, ad 4, nempe vt 15, ad 12. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 45, ad 28. In parabola cubica inueniet eſſe vt 21, ad 15, ſeu 7, ad 5. In quadrato-quadratica, vt 135, ad 104. Et ſic diſcurrendo. In prædictis ergo etiam rationibus, erit cylindrus circumſcriptus ſolido ZBX, ad ipſum.

Centrum vero grauitatis ſic inuenietur in parabola quadratica. Sit S, centrum grauitatis totius annuli ABCHG; ergo ex ſchol. propoſit. 29, miſcel.

ſic ſecabit F C, vt F S, ſit ad S C, vt numerus parabolæ ternario auctus, ad numerum vnitate auctum; nempe vt 5. ad 3. nempe vt 15, ad 9. Pariter ex propoſit. 18. lib. 4, ſi N, ſit centrum grauitatis annuli interioris D B C H V, ſic ſecabit F C, vt F N, ſit ad N C, vt duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum, nempe vt 7, ad 5, ſeu vt 14. ad 10. Qualium ergo F C, erit 24, talium F S, erit 15; F N. 14; & N S; vnitas. Si fiat vt annulus exterior A B D V H G, ad annulum interiorem D B C H V, ſic reciprocè N S, ad S T, erit T, centrum grauitatis prædicti annuli exterioris. Ex corol. prim. propoſit. 4. lib. 3. elicitur, annulum prædictum exteriorem, eſſe ad annulum interiorem vt 7, ad 3; ergo qualium N S, eſt 7. talium S T, erit 3. Sed qualium N S, erat vnitas, talium F C, erat 24, & F S, 15. ergo ſi omnia multiplicentur per 7, qualium N S, erit 7, & S T, 3, talium F C, erit 168; & F S, 105. Ergo talium F T, erit 108, & reliqua T C, 60. Ergo T, centrum grauitatis prædicti annuli exterioris, ſic diuidit F C, in T, vt F T, ſit ad T C, vt 108, ad 60; nempe vt 9, ad 5. Sic ergo inueniemus centra grauitatis in F C, talium annulorum exteriorum; cum quibus, exiſtentibus proportionaliter analogis ſolidis Z B X, etiam ipſorum centra grauitatis ſecabunt B D, in eadem ratione.

PRO-



PROPOSITIO XIV.

Si ſemicyclois primaria cum ſibi circumſcripto parallelogrammo voluatur circa parallelam baſi ab ipſa diſtantem ſecundum quantitatem axis eiuſdem. Tubus cylindricus ex parallelogrammo, erit ad annulum ex ſemicycloide, vt 24, ad 17.

ESto ſemicyclois primaria ABD, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo ED, quæ voluantur circa FC, parallelam BD, baſi ſemicycloidis, ſicque ab ipſa diſſitam, vt AD, axis, & DC, ſint æquales. Dico tubum cylindricum EDY, eſſe ad annulum ABDVHG, vt 24, ad 17. Nam intelliga-

telligamus A B C, eſſe figuram conſtantem ex duabus ſemicycloidibus ſic diſpoſitis, vt B D, baſes euadant communis axis; & intelligamus totam figuram A B C, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo E C, circumagi circa F C. Ergo ex coroll. 4. prop. 11, lib. 2. cylindrus totus E G, erit ad totum annulum A B C H G, vt 4, ad 3, ſeu vt 32. ad 24. Sed ex propoſit. 28, lib. 3. eſt cylindrus B V, ad annulum interiorem D B C H V, vt 8. ad 7. Ergo reliquus tubus cylindricus E D Y, erit ad reliquum annulum exteriorem A B D V H G, vt 24. ad 17. Quod &c.

SCHOLIVM.

Si ergo annulus A B C H G, ſecetur ſemifigura D B X, tranſeunte per D B, & ad figuram genitricem erecta, quę rotetur circa D B Cylindrus circumſcriptus ſolido Z B X, erit ad ipſum vt 24. ad 17.

PROPOSITIO XV.

Si quilibet ex infinitis conicis circa diametrum, ſecetur ad modum conoideorum parabolicorum ſecun. propoſit. plano æquidiſtanter diametro, & ad figuram genitricem erecto, & annulo illi ſit circumſcriptus tubus cylindricus; exponaturque portio trilinei parabolici quadratici, cuius diameter æqualis diametro conici, & cuius exponens ſit duplus exponentis conici, & portio hæc ſit reſecta à toto trilineo linea diametro parallela, & æquali diametro annuli, cui

etiam

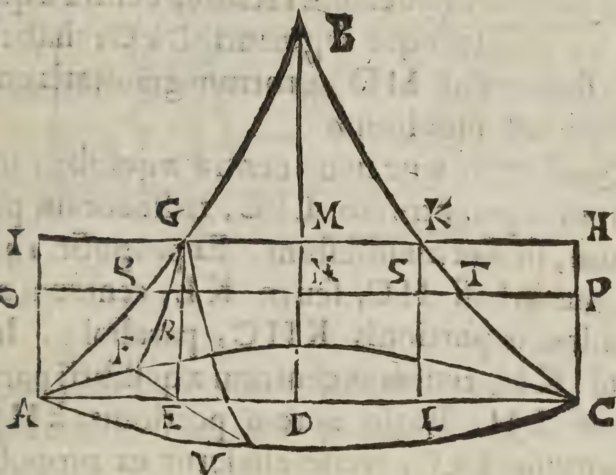
etiam portioni ſit circumſcriptum parallelogrammum. Tubus cylindricus circumſcriptus annulo, erit ad ipſum, vt rectangulum circumſcriptum portioni, ad ipſam, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

QVid intelligamus per infinitos conicos parabolicos circa diametrum, explicauimus defin. 5. lib. 2. Eſto igitur conicus quilibet parabolicus ABC, cuius diameter B D, & ſit ſectus ſemifigura E G V, æquidiſtanter diametro B D, & ad A B D, figuram genitricem conici erecta; annulo vero orto ex reuolutione ſegmenti A G E, circa B D, intelligamus circumſcriptum tubum cylindricum I E H: ſupponamus pariter D B C, nobis repræſentare etiam trilineum, cuius diameter ſit D B, & cuius exponens ſit duplus exponentis conici, quod ſit ſectum k L, parallela B D, & æquali M D, diametro annuli ex A G E; portioni verò L k C, intelligamus circumſcriptum parallelogrammum L H. Dico tubum cylindricum I E H, eſſe ad annulum ex A G E, circa B D, vt parallelogrammum L H, ad portionem trilinei L k C, & hoc tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Accipiatur in M D, arbitrariè punctum N, per quod in ſolidis tranſeat planum O N P, ſecans ipſa vt in ſchemate, parallelum A F C V, in trilineo vero D B C, & in parallelogrammo ducatur N P, parallela D C. Quoniam ex natura infinitorum trilineorum explicata initio prim. lib. eſt in conico, A D, ad G M, ut poteſtas

ſtas D B, eiuſdem gradus conici, ad ſimilem poteſtatem B M; ergo & vt quadratum A D, ad quadratum G M, ſic poteſtas D B, duplicata poteſtatis conici, ad ſimilem poteſtatem B M. Sed quoniam trilineum D B C, ſupponitur gradus duplicati poteſtatis conici, eſt in ipſo D C, ad M k, vt dicta poteſtas D B, ad dictam poteſtatem B M. Ergo & vt quadratum A D, in conico, ad quadratum G M, ſeu E D, ſic in trilineo, D C, ad M K, ſeu D L. Ergo per conuerſionem rationis, & conuertendo, vt in conico, rectangulum A E C, ad quadratum A D, ſic in trilineo, L C, ad D C. Eodem modo probabitur, eſſe quadratum A D, ad quadratum Q N, vt D C, ad N T, & quadratum A D, ad rectangulum Q R T, vt D C, ad S T. Ergo ex æquali, erit rectangulum A E C, nempe rectangulum O R P, ad rectangulum Q R T, nempe armilla circularis ex O R, circa B D, ad armillam circularem ex Q R, circa B D, vt L C, ſeu S P, ad S T. Sed punctum N, ſumptum fuit arbitrariè; ergo vt vnum ad vnum, ſic omnia ad omnia. Ergo & vt omnes armillæ circulares baſibus parallelæ tubi cylindrici I E H, ad omnes armillas circulares, itidem baſi parallelas, annuli ex A G E, circa B D, ſic omnes lineæ parallelogrammi L H, parallelæ L C, ad omnes lineas portionis L k C, parallelas L C; nempe vt tubus cylindricus, ad annulum, ſic parallelogrammum ad portionem. Quod vero probatum fuit de totis, expertus geometra agnoſcet, probari poſſe pari paſ-

ri paſſu de partibus proportionalibus. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM I.



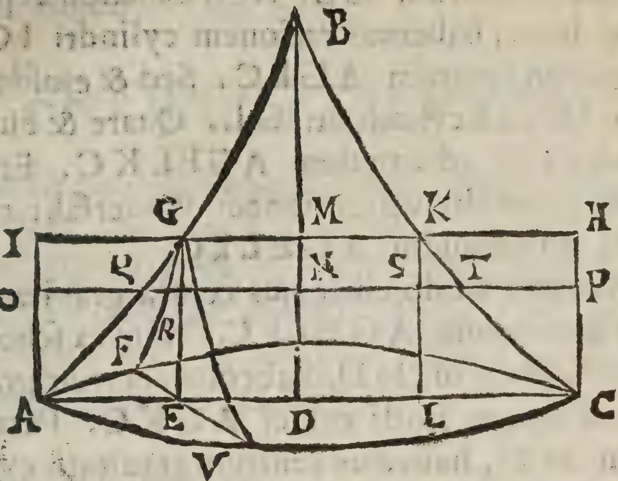
Præſens propoſitio etiam poteſt probari modo Archimedeo, vt clare patet. Sed adnotetur, quod cum fuerit in coroll. propoſit. 15. lib. prim. aſſignata ratio parallelogrammi LH, ad portionem LkC, cuiuſcunque trilinei parabolici, conſequenter habebimus rationem tubi cylindrici IEH, ad annulum ex AGE, in quocunque conico parabolico, circa BD. Pariter cum facile ad modum ſuperiorum innoteſcat, annulum ex AGE, & portionem LkC,

eſſe quantitates proportionaliter analogas; tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; patebit etiam, eodem pacto ſecari KL, à centro æquilibrij ſegmenti LKC, ac MD, à centro grauitatis prædicti annuli. Sed cum ex dictis aliquando à nobis, vt ſtatim patebit, habeamus faciliter centra æquilibrij in kL, cuiuſcunque ſegmenti LkC; habebimus etiam faciliter in MD, centrum grauitatis omnium prædictorum annulorum.

Quod vero teneamus centra æquilibrij in kL, omnium ſegmentorum LkC, trilineorum parabolicorum, ſic fiet manifeſtum. Ex propoſit. 14. lib. 3. habemus in baſi HC, ſeu in KL, centrum æquilibrij minoris portionis KHC, parabolæ. Item in eadem KL, tenemus centrum æquilibrij parallelogrammi LH. Ratio autem portionis kHC, ad ſegmentum LkC, facile elicietur ex propoſit. 15. lib. 1. Quare nec ignorabitur in kL, centrum æquilibrij ſegmenti LkC.

SCHOLIVM II.

Nunc, ſupponamus ex ſemifigura EGV, circumacta circa GE, genitum ſolidum FGV, ipſique circumſcriptum eſſe cylindrum. Cum hic ſit ad ipſum, ex ſæpe ſæpius repetitis, vt tubus cylindricus IEH, ad annulum ex AGE, circa MD, habebimus etiam rationem prædicti cylindri, ad omnia prædicta



dicta ſolida FGV. Item habebimus in GE, centra grauitatis omnium prædictorum ſolidorum FGV.

SCHOLIVM III.

Sed rationem tubi IEH, ad annulum AGELkC, poſſumus alio modo, ex aliàs à nobis prolatis, aliter indagare. Nam ex hypotheſi, cum dentur AE, ED, EC, dabitur etiam ratio rectanguli AEC, ad quadrata AD, ED. Dabitur ergo etiam ratio armillæ circularis AEC, tam ad circulum, cuius ſemidiameter AD, quam ad circulum cuius ſemidiamter ED: quare dabitur etiam ratio

tubi cylindrici I E H, tam ad totum cylindrum I C, quam ad cylindrum G L. Item ex ſchol. 4. propoſit. 14. lib. 2. habemus rationem cylindri I C, ad ſegmentum conicum A G k C. Sed & eiuſdem cylindri I C, ad cylindrum G L. Quare & eiuſdem cylindri I C, ad annulum A G E L K C. Ergo ex æquali, tenebimus rationem vniuerſaliter tubi I E H, ad annulum A G E L k C.

Item alio modo eliciemus centra grauitatis in M D, annulorum A G E L k C. Nam ex ſchol. propoſit. 18, lib. 4. in M D, habemus centrum grauitatis cuiuſcunque fruſti conici A G K C. Pariter in eadem M D, habemus centrum grauitatis cylindri G L. Ratio annuli A G E L k C, ad cylindrum G L, ex ſtatim ſupradictis, minime ignoratur. Haud ergo ignorabitur in M D, centrum grauitatis prædicti annuli.

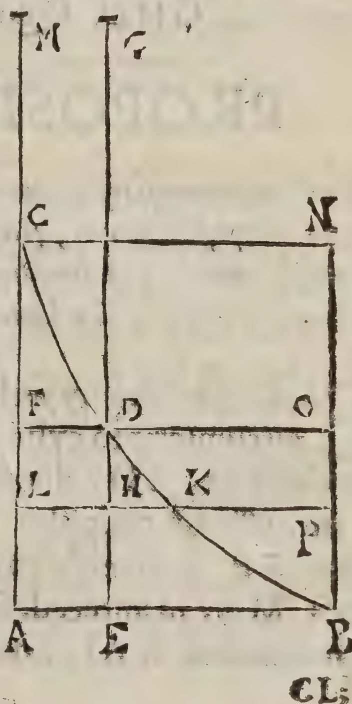
Sed hæc omnia ſunt generalia. Particularius vero, ſi A B C, ſit primus conicus, nempe conus, patet ex prim. conic. propoſit. 12, E G V, eſſe ſemihyperbolam; & conſequenter F G V, eſſe conoides hyperbolicum. Conoides ergo hyperbolicum, erit proportionaliter analogum, tam cum annulo A G E L k C, quam cum ſegmento trilinei parabolici quadratici L k C. Aliqua ergo, ex dictis, particularius colligemus. Sed cum diuerſo modo ab aſſignatis in propoſit. 5. 7. & 11. miſcel. poſſimus probare rationem cylindri circumſcripti conoidi hyper-

boli-

bolico, ad ipſum, ideo præmiſſa propoſitione ſequenti, etiam hunc adnotabimus.

PROPOSITIO XVI.

Si trilineum parabolicum quadraticum ABC, ſecetur linea DE, diametro CA, parallela, quæ ſic ſit producta ad G, vt GD, ſit dupla CF, exceſſus diametri CA, ſupra DE, & ducatur vbilibet HK, parallela EB. Erit EB, ad HK, vt rectangulum GED, ad rectangulum GHD.



PRoducatur Hk, vſque ad L. Quoniam ex natura parabolæ explicata initio libr. pri. eſt AB, ad FD, ſeu AE, vt quadratum AC, ad quadratum CF; ergo & per conuerſionem rationis, & conuertendo, erit EB, ad BA, vt exceſſus quadrati CA, ſupra quadratum CF, ad quadratum CA. Pariter, quoniam vt AB, ad Lk, ſic quadratum AC, ad quadratum

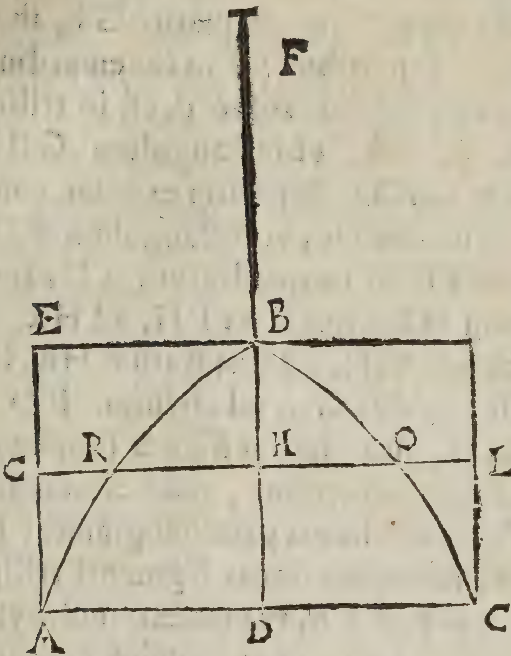
CL;

CL; ergo & vt AB, ad Hk, differentiam Lk, & FD, ſic erit quadratum AC, ad differentiam quadratorum LC, CF. Quare ex æquali, vt EB, ad Hk, ſic differentia quadratorum AC, CF, ad differentiam quadratorum LC, CF. Porrò differentia quadratorum AC, FC, ſunt duo rectangula CFA, cum quadrato FA; nempe (facta MF, dupla FC) rectangulum MFA, cum quadrato FA; nempe rectangulum MAF; nempe rectangulum GED: pariter eodem modo patebit, differentiam quadratorum LC, CF, eſſe rectangulum MLF; nempe rectangulum GHD. Ergo & vt EB, ad HK, ſic rectangulum GED, ad rectangulum GHD. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XVII.

Cylindrus circumſcriptus conoidi hyperbolico, eſt ad ipſum, vt compoſita ex axi, ſeu diametro, & ex latere tranſuerſo conoidis, ad dimidium lateris tranſuerſi, vna cum tertia parte axis, ſeu diametri.

ESto conoides hyperbolicum ABC, cum ſibi circumſcripto cylindro EC, ſitque FB, latus tranſuerſum, BD, diameter. Aſſero EC, cylindrum, eſſe ad conoides ABC, vt FD, ad dimidiam, FB, cum tertia parte BD. Exponatur recta linea MA, in anteced. fig. æqualis FD, ſequ. & ex ipſa auferatur AF, æqualis DB, & ſecta MF, bi-
fariam



ſariam in C, intelligatur parallelogrammum AN, atque in eo ſemiparabola quadratica BCN, cuius vertex C, diameter CN, ſemibaſis NB; per punctum F, ducatur FDO, parallela AB, & per punctum D, DE, parallela CA. Tunc accepto vbilibet puncto H, in diametro conoidis, ducatur per ipſum planum GL, AC, parallelum; factaque in anteced. fig. DH, æquali BH, in hac; ducatur HkP, parallela EB; ED, vero producatur vt GD, fiat dupla CF, ac proinde æqualis diametro tranſuerſa FB, conoidis. FD, ergo in conoide, tam ſecundum

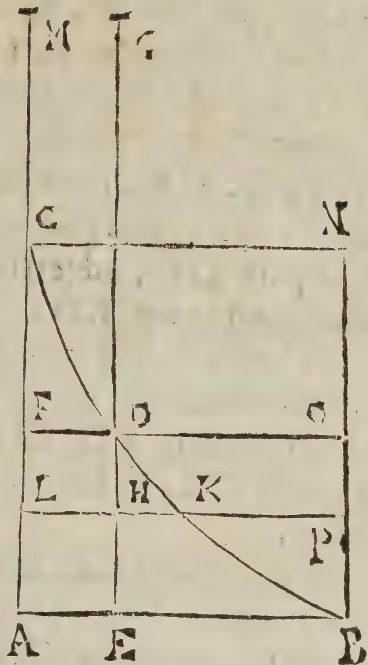
totum

totum, quam ſecundum omnes partes, ſecundum quas ſecta ſupponitur, æquatur GE, in parabola, & ſingulis ſuis partibus, vt in ſchematibus. Tunc, quoniam ex propoſit. anteced. eſt in trilineo, EB, ſeu PH, ad Hk, vt rectangulum GED, ad rectangulum GHD, & pariter ex prim. conic. propoſit. 21. eſt in conoide, vt rectangulum FDB, ad rectangulum FHB, ſic quadratum AD, ſeu GH, ad quadratum HR; ergo & vt PH, ad Hk, in trilineo, ſic quadratum GH, ad quadratum HR, in conoide; nempe ſic circulus GL, ad circulum RO. Cum vero puncta H, in ambabus figuris ſupponantur accepta ſecundum arbitrium, recte concludere poterimus, eſſe omnes lineas parallelogrammi EO, parallelas EB, ad omnes lineas ſegmenti trilinei EDB, itidem parallelas EB, vt omnes circuli cylindri EC, AC, paralleli, ad omnes circulos conoidis ABC, eidem AC, parallelos. Nempe ſic eſſe EO, parallelogrammum, ad EDB, vt EC, cylindrus ad ABC, conoides. Sed ex calce ſchol. propoſit. 15. lib. primi, parallelogrammum EO, eſt ad EDB, vt GE, ad dimidiam GD, cum tertia parte ED, vt attentè conſideranti nullo negotio patebit. Ergo & EC, cylindrus, erit ad ABC, conoides, vt FD, ad dimidiam FB, cum tertia parte DB. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Ex progreſſu ergo demonſtrationis patet, probatum

tum cylindrum E C, eſſe ad conoides A B C, vt E O, parallelogrammum, ad ſegmentum trilinei E D B. Expertus autem geometra agnoſcet, facilius dicto probari poſſe, hoc verificari non modo ſecundum totum, ſed etiam ſecundum partes proportionales: & pariter per conuerſionem rationis, eſſe E C, cylindrum, ad exceſſum ipſius ſupra conoides, vt parallelogrammum E O, ad D B O, portionem minorem parabolæ. Facile etiam diſcurrendo, vt ſæpe ſæpius nos fecimus, eliciet, conoides A B C, & ſegmentum trilinei E D B, item exceſſum E C, ſupra conoides, & D B O, portionem minorem parabolæ quadraticæ, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes. Ex his, & ex alibi à nobis dictis, poterit lector quamplurima colligere.



Colliget ergo primo, centrum æquilibrij in D E, ſegmenti trilinei quadratici E D B, vel ſic ſecare

duodecimam partem DE, ordine quartam ab E, vt pars propinquior E, ſit ad partem aliam, vt dimidia GD, ad tertiam partem DE, ſicuti ex propoſit. 13. miſcel. ſecatur duodecima pars DB, diametri conoidis hyperbolici ab eius centro grauitatis. Vel ſic ſecari quartam partem DE, ordine ſecundam ab E, vt pars propinquior E, ſit ad aliam, vt ſexta pars GD, ad tertiam partem GE, veluti ſecatur quarta pars BD, diametri conoidis ex propoſit. 14. miſcel. Vel tandem, ſic diuidere DE, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam, vt GD, cum ſubſeſquitertia ED, ad dimidiam GD, cum quarta parte DE, vt hauritur ex propoſit. 44. eiuſdem miſcel.

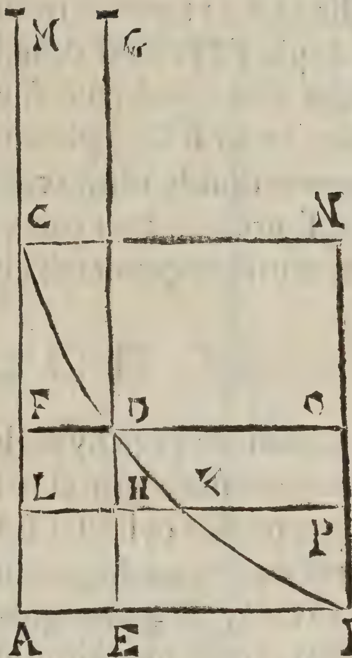
Ex propoſit. 15. eiuſdem miſcel. in qua aſſignatur ratio cylindri GC, ad ſegmentum conoidis AROC, colliget rationem parallelogrammi EP, ad ſegmentum EHkB; nempe colliget eſſe vt rectangulum GED, ad rectangulum GE, DH, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidia GD, & ex tertia parte EH, & ſub dicta tertia parte EH.

Ex propoſit. 17. miſcel. colliget centrum æquilibrij in HE, ſegmenti EHkB.

Sed cum, vt paulo ſupra dictum fuit, ſit exceſſus cylindri EC, ſupra conoides hyperbolicum, proportionaliter analogus cum DBO, portione minori parabolæ quadraticæ, & in lib. 3. propoſit. 14. & in ſchol. propoſit. 48. miſcel. ſit aſſignatum in OB, centrum æquilibrij portionis DBO, erit conſe-

quen-

quenter aſſignatum in BD, centrum grauitatis exceſſus cylindri EC, ſupra conoides. Vt ergo in citat. ſchol. propoſit. 48. miſcel. poteſt conſpici, centrum æquilibrij portionis DBO, in BO, ſic ipſam diuidit, vt pars terminata ad B, ſit ad reliquam, vt dupla NO, cum dupla NB, & cum dimidia OB, ad NO, cum NB, & cum dimidia OB; colliget ergo lector, etiam in prædicto exceſſu, centrum eius grauitatis ſic diuidere BD, vt pars terminata ad D, ſit ad partem terminatam ad B, vt FB, (æqualis duplæ NO) vna cum FD, cum DB (æqualibus duplæ NB) & cum dimidia DB (ęquali dimidiæ OB) ad dimidiam FB (æqualem NO) vna cum compoſita ex dimidia FB, & ex BD (quæ ſunt æquales NB) & cum dimidia DB. Sed FB, vna cum FD, cum DB, & cum dimidia DB, faciunt duplam FD, cum dimidia DB: pariter dimidia FB, cum dimidia FB, cum BD, & cum dimidia DB, faciunt FD, cum dimidia DB. Ergo cen-

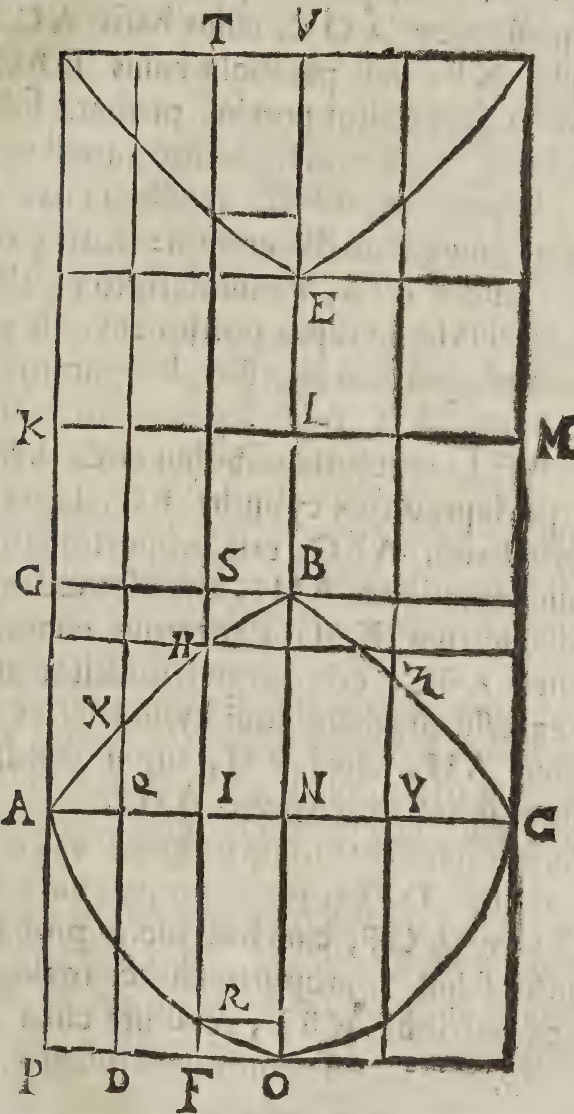


trum grauitatis exceſſus EC, ſupra conoidès, ſic diuidit DB, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam, vt dupla FD, cum dimidia BD, ad FD, cum dimidia DB. Sed cum ſupra, & aliàs, ſit aſſignata etiam ratio EC, cylindri, ad conoides, & conſequenter diuidendo, exceſſus cylindri ſupra conoides, ad ipſum conoides: patet, poſſe etiam alio modo, haberi centrum grauitatis conoidis prædicti.

SCHOLIVM II.

Conoides ergo hyperbolicum ABC, eſt proportionaliter analogum cum ſegmento EDB; ſicuti pariter, exceſſus cylindri EC, ſupra conoides, eſt proportionaliter analogus cum portione minori parabolæ DBO. Ergo conoides, & exceſſus cylindri ſupra ipſum, erunt magnitudines proportionaliter analogæ cum illis magnitudinibus, cum quibus erunt magnitudines proportionaliter analogæ EDB, ſegmentum trilinei, & DBO, portio minor parabolæ. In primis verò, portio minor DBO, probata fuit proportionaliter analoga in ſchol. pri. propoſit. 8. lib. 4. cum portione ſphæræ, & ſphæroidis, quorum ſemidiametri NB, axis vero talium portionum, ſint BO. Cum his ergo portionibus ſphæræ, & ſphæroidis, erit proportionaliter analogus exceſſus cylindri EC, ſupra conoides. Sicuti etiam conoides, erit proportionaliter analogum cum exceſſu cylindrorum circumſcriptorum portionibus, ſupra ipſas.

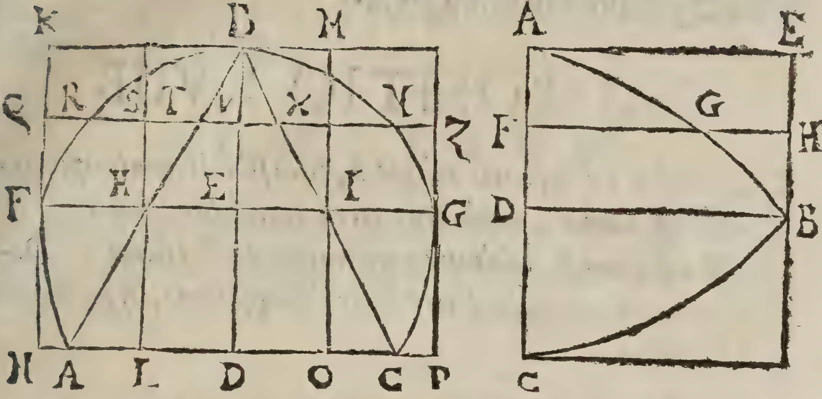
De-



Deinde in ſchol. 3. propoſit. 26. miſcel. portio parabolæ quadraticæ D B O, cuius vice in ſchem. ant. illius

illius propoſit. accipiemus portionem ARI, parabolæ quadraticæ AOC, cuius baſis AC, ſit æqualis duplæ NB, baſi parabolæ cuius DBO, portio ſupradicta ſupponitur portio, probata fuit proportionaliter analoga cum ſegmento annuli ex portione AHI, hyperbolæ ABC, reuoluta circa kM, ſecundam coniugatam diametrum: ſicuti pariter portioni parabolæ AIR, circumſcripto parallelogrammo, exceſſus huius ſupra portionem, eſt proportionaliter analogus cum exceſſu tubi cylindrici ex parallelogrammo AH, ſupra ſegmentum annuli ex portione AHI, reuolutis ambobus circa kM. Exceſſus ergo ſupradictus cylindri EC, ſupra conoides hyperbolicum ABC, erit proportionaliter analogus cum annulo ex AHI, circa ſecundam coniugatam diametrum KM. Pariterque conoides hyperbolicum ABC, erit proportionaliter analogum cum exceſſu prædicto tubi cylindrici ex parallelogrammo AH, circa kM, ſupra prædictum ſegmentum annuli ex portione AHI.

Pariter ſi in ſchem. ſeq. propoſit. 45. miſcel. accipiamus vice DBO, portionis parabolæ ſuperioris, portionem AGF, cum hæc fuerit probata in dicta propoſit. ſchol. 2. proportionaliter analoga cum ſolido ex portione RBT, reuoluta circa BV (ſupponendo ABC, eſſe portionem ſphæræ, vel ſphæroidis, ABC, eſſe conum, & BD, axim portionis) dummodo BV, & AF, ſint æquales. Ergo etiam exceſſus cylindri ſuperioris EC, ſupra conoides



des hyperbolicum ABC, erit proportionaliter analogus cum prædicto exceſſu portionis RBY, ſphæræ, vel ſphæroidis, ſupra conum TBX. Quod ex dictis ibidem, verificatur etiam de exceſſu ſegmenti AFGC, ſupra fruſtum conicum AHIC, dummodo tamen ſupponamus, BV, DE, axes talium ſolidorum, & AF, baſim portionis AGF, æquales eſſe in figura ſuperiori BD, axi conoidis hyperbolici.

Tandem, ſi in ſchemate propoſit. 5. ſupponamus ABCD, eſſe ſphæram, vel ſphæroides, ſemiaxis vero BE, ſit maior axi BD, conoidis ſuperioris hyperbolici, cuius etiam ſit maior ER, factis autem, ac ſuppoſitis ijſdem, quæ in dicta propoſit. 5. ſupponamus GN, vel RM, æqualem BD, axi conoidis. Ex ſchol. 2. dictæ propoſit. ſciemus, conoides hyperbolicum ABC, eſſe proportionaliter

analo-

analogum cum annulo ex portione, ſeu ſegmento NGQ, reuoluto circa BE.

PROPOSITIO XVIII.

Si quodlibet ex infinitis trilineis, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo, voluatur circa parallelam ſuo axi, ab ipſo diſsitam ſecundum quantitatem baſis trilinei. Dabitur ratio tubi cylindrici ex parallelogrammo, ad annulum ex trilineo.

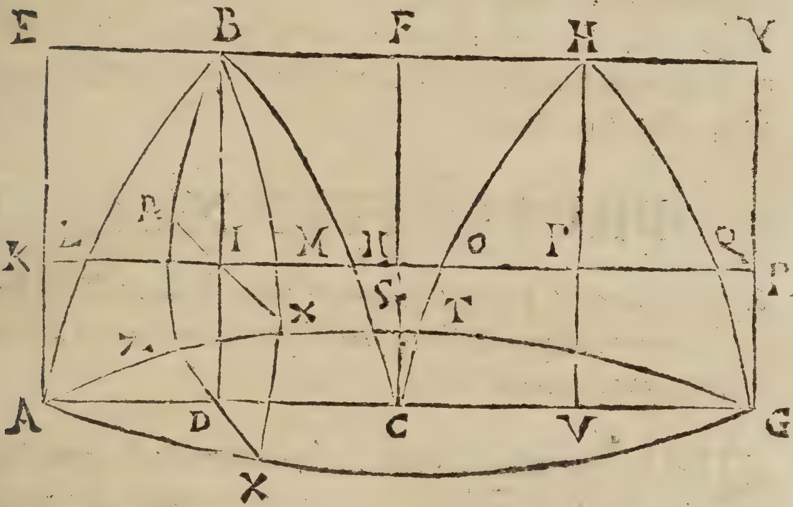
SVpponamus ABD, in ſchemate ſequenti nobis repræſentare quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius axis BD, & ipſi circumſcriptum eſſe parallelogrammum ED, quod cum trilineo intelligamus circumagi circa FC, parallelam BD, ac ſic ab ipſa diſtantem, vt AD, DC, ſint æquales. Dico, dari rationem tubi cylindrici EDY, ad annulum ADBVHG. Nam, trilineo ABD, intellecto duplicari ad partes BD, axis, vt ſit ABC, ac ABC, cum parallelogrammo EC, reuoluto circa FC; cylindri EG, ad annulum ABCHG, aſſignata fuit ratio in coroll 5. prop. 11. lib. 2. Pariter ex propoſit. 14, lib. 2. habebimus rationem cylindri BV, ad annulum interiorem DBCHV, quia cum ibidem aſſignata fuerit ratio cylindri BC, ad omnes ſemifuſos parabolicos BCH, per conuerſionem rationis, aſſignata quoque erit ratio eiuſdem cylindri BV, ad annulum DBCHV, ex trilineo

DBC.

DBC. Ergo habebimus etiam rationem reliqui tubi cylindrici EDY, ad annulum exteriorem ABDVHG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed hæc ratio exprimibilis eſt numero, quia omnes prædictæ rationes numero, in præcitatis locis,



expreſſæ fuerunt. E.g. in trilineo parabolæ quadraticæ, in coroll. 5. propoſit. 11. lib. 2. cylindrus EG, eſt ad annulum ABCHG, vt 3. ad 1. nempe vt 60. ad 20. Cylindrus BV, quia eſt ad ſemifuſum parabolicum quadraticum ex ſchol. prim. propoſit. 14. lib. 2. vt 15. ad 8. eſt ad annulum interiorem DBCHV,

vt 15. ad 7. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum annulum exteriorem ABDVHG, vt 45. ad 13. Sic venabimur rationes cæterorum tuborum cylindricorum, ad reliquos annulos exteriores.

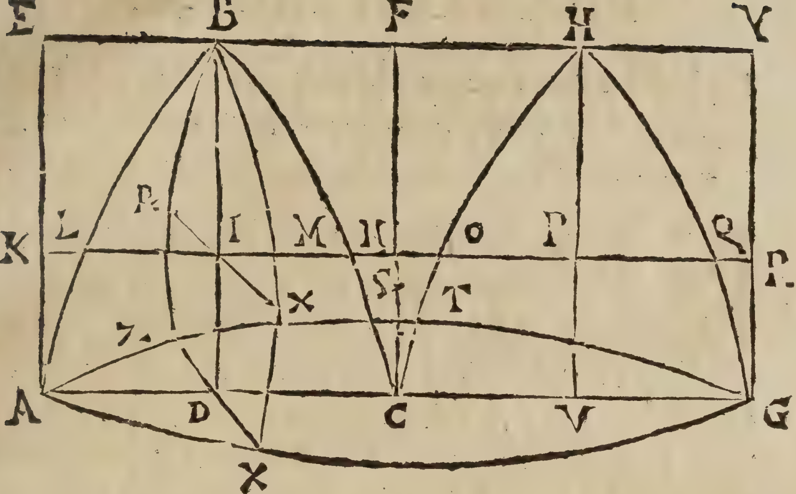
Sed per BD, ducta ſemifigura DBX, ad trilineum ABD, erecta, reuolutaque ipſa circa BD, ſolido ZBX, ex ipſa genito intelligatur circumſcriptus cylindrus. Ex tot vicibus replicata doctrina, habebimus rationem talis cylindri, ad ſolidum ZBX. Quæ etiam in omnibus ſolidis ſic genitis erit numero exprimibilis, & in ſolido trilinei quadratici, erit vt 45. ad 13. &c.

PROPOSITIO XIX.

Si ſolida anteced. propoſit. ſecentur plano baſi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici, ad ſegmentum annuli ad baſim, quod comprehendit.

SEd ſolida prædicta, ſecentur plano kR, parallelo plano AZGX. Dico, nos poſſe aſſignare rationem tubi cylindrici KDR, ad ſegmentum annuli exterioris ALIDVPQG, quod comprehendit. Nam in corol. 12. propoſit. 11. lib. 2. aſſignatur ratio totius cylindri kG, ad totum annulum ALMCOQG, ex toto trapezio ALMC, reuoluto circa FC: Item in ſchol. propoſit. 13. lib. 3. aſſignatur ratio cylindri interioris IV, ad annulum interiorem

DI-



DIMCOPV. Ergo non ignorabitur ratio tubi cylindrici k DR, ad reliquum ſegmentum annulare exterius ALIDVPQG. Quare &c.

SCHOLIVM.

Sed in figura ſuperius dicta DBX, ducta I✱, parallela DX, ac ſolido orto ex ſegmento DI✱X, reuoluto circa ID, circumſcripto cylindro; cum hic ſit ex ſuperioribus dictis, ad illud ſolidum, vt antedictus tubus cylindricus, ad ſuperius dictum ſegmentum annulare exterius; ergo dabitur etiam ratio dicti cylindri, ad ſolidum ex DI✱X, reuoluto, vt dictum eſt.

PROPOSITIO XX.

Si quodlibet trilineum parabolicum voluatur vt in propoſit.18. Habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.

Nam, ſupponentes eadem, quæ in dicta propoſit. 18. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG, orti ex reuolutione ABC, duplicati trilinei circa FC, ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. Pariter ex ſchol. propoſit. 31. eiuſdem miſcell. habemus in eadem FC, centrum grauitatis annuli interioris DBCHV. Rationem annuli exterioris ex ABD, ad annulum interiorem ex DBC, facile eliciemus ex ſchol. propoſit. 8. lib.3. Ergo habebimus etiam in FC, centrum grauitatis reliqui annuli exterioris ABDVHG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed cupimus lectorem aduertere, ex alibi à nobis traditis, ſibi licere numero exprimere, in qua ratione ſecetur FC, à centro grauitatis talis annuli exterioris. Nos autem exemplificabimus in annulo ex trilineo parabolico quadratico. In quo ex ſchol.cit. propoſit. 29. miſcell. pagina 103. FC, ſecatur in S, à centro grauitatis totius annuli ABCHG, vt FS, ſit ad SC, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem

tatem; nempe vt 3. ad 1. ſeu vt 21. ad 7. Item ex ſchol. propoſit. 31. eiuſdem miſcell. in calce, eadem F C, ſic ſecatur in N, à centro grauitatis annuli interioris D B C H V, vt F N, ſit ad N C, vt 26, cum duobus tertijs, ad 10 cum duobus tertijs; nempe vt 5. ad 2. (quod tamen loco ſupra citato non fuit tunc temporis animaduerſum) nempe vt 20 ad 8. Qualium ergo tota F C, eſt 28. talium F S, eſt 21; F N, 20; & N S, vnitas. Et qualium N S, erit 13. talium tota F C, erit 364; F S, erit 273. Quoniam vero S, ſupponitur centrum grauitatis totius annuli A B C H G, & N, annuli interioris D B C H V, ſi fiat vt annulus exterior A B D V H G, ad annulum interiorem D B C H V, ſic reciprocè N S, ad S T, patet T, eſſe centrum grauitatis annuli prædicti exterioris. Sed annulus exterior, eſt ad annulum interiorem, vt elicitur ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. vt 13. ad 7. ergo quarum N S, eſt 13. talium S T, erit 7. Sed talium F S, erat 273. Ergo talium F T, erit 280. Cum vero etiam talium tota C F, eſſet 364; talium reliqua T C, erit 84. T, ergo, centrum grauitatis annuli prædicti exterioris, ſic ſecabit F C, in T, vt F T, ſit ad T C. vt 280. ad 84. nempe diuidendo omnia per 4. vt 70. ad 21.

Patet ergo ex dictis, etiam qualiter ſit inueniendum in B D, centrum grauitatis ſolidi Z B X.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Si quilibet annulus propoſit. anteced. ſecetur plano baſi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim.

SOlida antec. propoſit. ſecentur plano k R, parallelo AZGX, Dico, in NC, dari centrum grauitatis ſegmenti annularis exterioris ex ALID. Nam licet nullibi à nobis fuerit aſſignatum in NC, centrum grauitatis totius ſegmenti annularis ALMCOQG, tamen hoc facile poteſt elici ex à nobis dictis. Etenim, ex dictis in principio ſchol. propoſit. 29. miſcel. vniuerſaliter, colligitur centrum grauitatis talis ſolidi ſic ſecare NC, vt ſecatur ID, à centro grauitatis figuræ ALMC. Sed figuræ ALMC, docuimus inuenire centrum grauitatis in propoſit. 12. lib. 3. Etenim, cum ibidem traditum ſit reperire in diametro ID, centrum æquilibrij cuiuſcunque infinitorum trapeziorum, aſſignatus pariter erit modus indagandi in ID, centrum grauitatis duplicati trapezij, nempe figuræ ALMC; & conſequenter habebimus in NC, centrum grauitatis totius annuli ALMCOQG. Pariter, licet nullibi aſſignatum fuerit centrum grauitatis in NC, ſegmenti annularis interioris DIMCOPV, tamen poſſumus hoc elicere ex alibi à nobis dictis. Nam, iam patet haberi in NC, centrum grauitatis totius cylindri

IV. Pariter ex propoſit. 37. miſcel. habemus in eadem NC, centrum grauitatis portionis fuſi parabolici MCO, ortæ ex reuolutione minoris portionis parabolæ MCN, circa baſim NC. Cum vero ex ſchol. propoſit. 13. lib. 3. teneamus etiam rationem cylindri IV, ad ſegmentum annulare interius DIMCOPV; habebimus etiam diuidendo, rationem talis ſegmenti, ad portionem fuſi MCO. His tribus datis, patet dari quoque in NC, centrum grauitatis prædicti ſegmenti annularis DIMCOPV. Cum ergo teneamus in NC, tam centrum grauitatis totius ſegmenti annularis, quam ſegmenti annularis interioris, ſi habebimus etiam rationem ſegmenti annularis exterioris, ad ſegmentum annulare interius, patet nos etiam poſſe habere in NC, centrum grauitatis ſegmenti annularis exterioris. Sed ratio inter hæc ſegmenta annularia, facile elicitur ex eodem ſchol. propoſit. 13. lib. 3. ſupra citat. Ergo in NC, poſſumus habere centrum grauitatis ſegmenti exterioris ALIDVPQG. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex ſæpe ſæpius repetitis, patet etiam nos habere in ID, centrum grauitatis ſegmenti ſolidi ex DI✳X, reuoluta circa ID.

PROPOSITIO XXII.

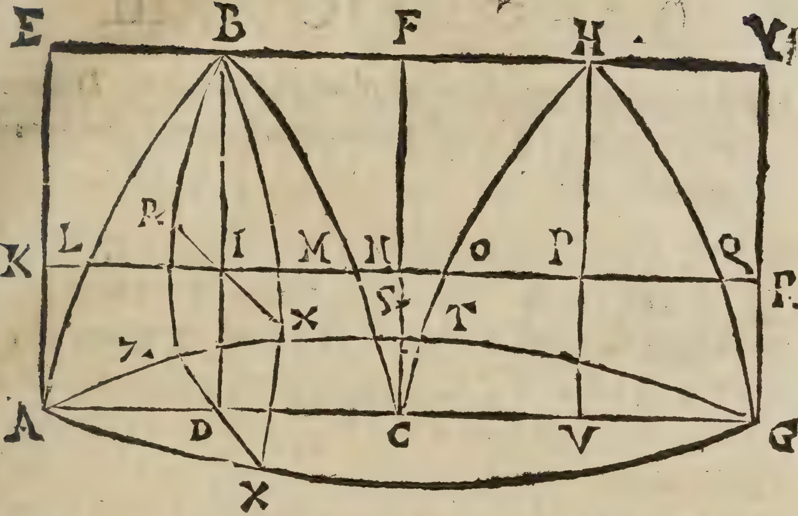
Si quodlibet ex infinitis trilineis, cùm ſibi circumſcripto parallelogrammo rotetur circa parallelam ſuæ baſi, ab ipſa diſsitam ſecundum quantitatem axis trilinei. Dabitur ratio tubi cylindrici ex parallelogrammo, ad annulum ex trilineo.

ESto ABD, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius baſis BD, axis AD, & ei circumſcriptum parallelogrammum ſit ED, quod intelligamus rotari cum trilineo circa FC, parallelam baſi BD, ſicque ab ipſa diſtantem, vt AD, DC, ſint æquales. Dico, dari rationem tubi cylindrici EDY, ad annulum ex ABD, circa FC. Nam duplicato trilineo ad partes BD, factiſque ijſdem, vt in propoſit. 18. dabitur ratio totius cylindri EG, ad totum annulum ABCHG, ex coroll. 6. propoſit. 11. lib. 2. Pariter ex prim. part. propoſit. 15. lib. 2. datur per conuerſionem rationis, ratio cylindri BV, ad annulum interiorem DBCHV. Ergo dabitur quoque ratio tubi cylindrici EDY, ad annulum exteriorem. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Hæc quoque ratio dabitur in numeris, quia rationes ſuperiores numero dantur. Et in annulo ex trili-

neo



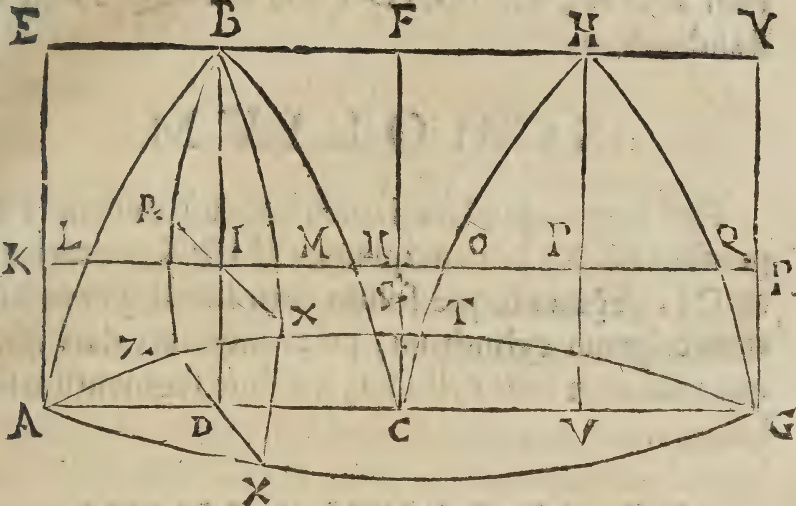
neo parabolico quadratico, ipſam ſic aſſignabimus. Ex coroll. 6. cit. propoſ. 11. lib. 2. eſt cylindrus EG, ad annulum totum ABCHG, vt 3. ad 1. nempe vt 24. ad 8. cylindrus BV, eſt ad annulum interiorem DBCHV, ex cit. propoſit. 15 lib. 2. per conuerſionem rationis, vt 4. ad 2. nempe vt 6. ad 3. Ergo reliquus tubus cylindricus EDY, erit ad reliquum prędictum annulum exteriorem, vt 18, ad 5.

Sed per BD, ducta ſemifigura DBX, &c. habebimus etiam rationem cylindri circumſcripti ſolido ZBX, ad ipſum.

PROPOSITIO XXIII.

Si ſolida ant. propoſ. ſecentur plano baſi parallelo. Dabitur ratio tubi cylindrici ad ſegmentum annuli ad baſim, quod comprehendit.

ETiam ſolida prædicta ſecentur plano kR, AG, plano parallelo, vt ſæpe dictum eſt. Dico, dari rationem tubi cylindrici K D R, ad annulum exteriorem A L I D V P Q G, quod comprehendit. Hoc probari poteſt ex alibi à nobis aſſignatis, vt patebit. Nam, quoniam ex hypotheſi, ſupponendum eſt dari tam I N, quam IM, & MN, quia duplicatum trapezium A L M C, ſupponitur datum; ergo dabitur etiam ratio parallelogrammi I C, ad parallelogrammum cuius baſis M N, altitudo N C, quod eſt circumſcriptum ſemiparabolæ ad verticem M C N. Sed datur etiam ratio talis parallelogrammi, ad ſemiparabolam ad verticem M C N, ex dictis in propoſit. pri. lib. pri. Ergo ex æquali, dabitur ratio parallelogrammi I C, ad ſemiparabolam ad verticem M C N. Quare & per conuerſionem rationis, dabitur ratio parallelogrammi I C, ad trapezium DIMC. Ergo dabitur quoque ratio dupli ad duplum, nempe parallelogrammi k C, ad duplicatum trapezium A L M C. Sed vt K C, ad figuram A L M C, ſic ex propoſit. 11. lib. 2. & ex propoſit. 29. miſcell. cylindrus K G, ad ſegmentum annulare A L M C O Q G.



QG. Ergo dabitur quoque ratio kG, ad dictum ſegmentum annulare. Rurſum, quoniam ex hypotheſi, dantur IN, IM, & MN, dabitur quoque ratio quadrati IN, ad quadratum NM. Quare, dabitur quoque ratio cylindri IV, ad cylindrum cuius baſis MO, altitudo NC; nempe ad cylindrum circumſcriptum conoidi parabolico ad verticem MCO. Sed ex propoſit. 15. lib. 2. datur quoque ratio talis cylindri ad conoides MCO. Ergo dabitur quoque ex æquali, ratio cylindri IV, ad conoides MCO. Et per conuerſionem rationis, dabitur quoque ratio cylindri IV, ad ſegmentum annulare interius DIMCOPV. Sed & dabatur ratio totius kG, ad totum ALMCOQG. Ergo

 dabi-

dabitur quoque ratio reliqui ad reliquum; nempe tubi kDR, ad ALIDVPQG. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Patet ergo, quod ſi etiam in hoc caſu ducatur I✠, parallela DX, & concipiamus DI✠X, rotari circa DI, ſegmentoque ſolido orto intelligamus circumſcriptum cylindrum, patet inquam, dari quoque rationem talis cylindri, ad illud ſegmentum ſolidum.

PROPOSITIO XXIV.

Si quodlibet trilineum parabolicum cuius exponens ſit numerus par voluatur vt dictum eſt in propoſit. 18. *Habebimus in axe annuli geniti eius centrum grauitatis.*

SEd concipiamus duplicatum trilineum ABC, cuius exponens ſit numerus par, rotari circa FC, parallelam baſi BD, trilinei ABD. Dico in FC, haberi centrum grauitatis annuli exterioris ABDVHG. Nam, ex ſchol. propoſit. 29. miſcel. pag. 104. habemus in FC, centrum grauitatis totius annuli ABCHG. Item ex propoſit. 15. lib. 4. habemus centrum grauitatis in FC, annuli interioris DBCHV. Ratio quoque annuli exterioris ex ABD, ad annulum interiorem ex DBC, non ignoratur,

ratur, ſed aſſignata fuit in corol. 2. propoſit. 4. lib. 3. Ergo etiam centrum grauitatis in FC, annuli AB DVHG, haud ignorabitur. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed nec etiam tale centrum grauitatis eſt taliter datum, vt nequeamus numero explicare, in qua ratione ſecetur FC, ab ipſo. Hoc autem, de more, reperiemus in annulo ex trilineo parabolico quadratico. In quo, quoniam ex ſchol. citat. propoſit. 29. miſcell. FC, ſic ſecatur in S, à centro grauitatis totius annuli ABCHG, vt FS, ſit ad SC, vt triplus numerus annuli vnitate auctus, ad numerum vnitate auctum, nempe vt 7. ad 3. ſeu vt 21. ad 9. & pariter cum ex citat. propoſit. 15. lib. 4. ſic eadem FC, ſecetur in N, à centro grauitatis annuli interioris DBCHV, vt FN, ſit ad NC, vt 4. ad 2. ſeu vt 20. ad 10. ſequitur, qualium tota FC, ſupponitur 30, talium FS, eſſe 21. FN, 20; & NS, vnitas. Cum ergo S, ſit centrum grauitatis totius annuli, & N, annuli interioris, ſi fiat vt annulus exterior, ad annulum interiorem, ſic reciproce NS, ad ST, erit T, centrum grauitatis annuli exterioris. Sed cum deducatur ex corol. 2. citat. propoſit. 4. lib. 3. eſſe annulum exteriorem, ad annulum interiorem, vt 5. ad 3. ſequitur qualium NS, eſt 5. talium ST, eſſe 3. Sed qualium NS, erat vnitas, tota FC, erat 30; & FS, 21; ergo qualium NS, eſt 5. talium

tota

tota FC, erit 150; & FS, quæ erat 21. erit 105. & FT, 108. Ergo reliqua TC, erit 42. Secatur ergo FC, à T, centro grauitatis annuli exterioris, vt FT, ſit ad TC, vt 108, ad 42; nempe vt 54. ad 21.

In tali etiam ratione patebit ſecari BD, à centro grauitatis ſolidi ZBX; cuius tamen ſolidi non habebimus vniuerſaliter in BD, centrum grauitatis, ſed tantummodo illius ſolidi, quod conſiderabimus in annulo, cuius exponens ſit numerus par.

PROPOSITIO XXV.

Si quilibet annulus propoſit. ant. ſecetur plano baſi parallelo. In axe annuli habebimus centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim.

SOlida anteced. propoſit. ſecentur plano KR, baſi parallelo. Dico in NC, nos poſſe aſſignare centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim ex ALID. Centrum grauitatis totius annularis ſegmenti ALMCOQG, nunquam aſſignauimus, attamen poſſumus ipſum notare. Nam, cum intelligentes kD, parallelogrammum appenſum ſecundum ID, habeamus in medio puncto ID, eius centrum æquilibrij; & pariter habeamus in eadem ID, centrum æquilibrij ſemiparabolæ ad verticem kAL, ex ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. & ex dictis ſupra in propoſit. 23. habeamus rationem trape-

zij ALID, ad ſemiparabolam ad verticem kLA; habebimus etiam in ID, centrum æquilibrij trapezij LIDA: & conſequenter centrum grauitatis duplicati trapezij ALMC: & conſequenter in NC, centrum grauitatis annuli ALMCOQG, ex ſchol. propoſit. 29. miſcell. Item cum in NC, habeamus tam centrum grauitatis cylindri IV, quam conoidis ad verticem MCO; & ex dictis in progreſſu propoſit. 23. habeamus etiam diuidendo, rationem annuli interioris DIMCOPV, ad conoides ad verticem MCO; tenebimus pariter centrum grauitatis prædicti annuli interioris DIMCOPV. Duo ergo habemus neceſſaria noſtro inſtituto, nempe centra grauitatis totius ſegmenti annularis, & ſegmenti annularis interioris. Sed etiam poſſumus habere, vt ſtatim patebit, ratio ſegmenti annularis exterioris ad ſegmentum annulare interius. Ergo in NC, habebimus etiam centrum grauitatis ſegmenti annularis exterioris.

Quod vero poſſimus etiam aſſignare rationem ſegmenti annularis exterioris, ad ſegmentum annulare interius, ſic patebit. Si intelligamus IC, parallelogrammum appenſum ſecundum IN, non ſolum habebimus in eius puncto medio centrum æquilibrij ipſius, ſed etiam in ſemibaſi NM, centrum æquilibrij ſemiparabolæ ad verticem MCN, ex dictis in ſchol. 2. propoſit. 2. lib. 3. Cum vero etiam ex dictis in progreſſu propoſit. 23. non ignoretur ratio trapezij DIMC, ad ſemiparabolam ad verti-

cem

cem MCN, habebimus etiam in I N, ſiue in DC, centrum æquilibrij trapezij DIMC. Hoc habito, ex propoſit. 4. lib. 3. pariter tenebimus rationem ad inuicem ſolidorum factorum ex reuolutione eiuſdem trapezij DIMC, tam circa NC, quam circa ID. Quare etiam tenebimus rationem duorum ſolidorum ex trapezio DIMC, circa DI, cum vno ex eodem circa NC, ad vnum ſolum circa NC. Sed ex propoſit. 6. illa tria ſunt æqualia ſegmento annulari exteriori ALIDVPQG. Ergo habebimus etiam rationem prædicti ſegmenti annularis exterioris, ad ſegmentum annulare interius.

SCHOLIVM.

Ex replicatis autem in ſuperioribus ad ſatietatem vſque, patebit, dari etiam in ID, centrum grauitatis ſegmenti ſolidi geniti ex rotatione DI✠X, circa ID.

Recolenti nunc ſuperius à nobis aſſerta innoteſcet, propoſitas fuiſſe quamplurimas figuras planas, inter quas aliquæ ſunt geometris totaliter nouæ, nec ab ipſis aliquando conſideratæ; ſicuti nec vnquam ab ipſis fuerunt contemplata ſolida quædam ab ipſis genita, nec ipſorum centra grauitatis. Menſuram nonnullorum ſolidorum, atque ipſorum centra grauitatis tradidimus nos; figuras vero ſolidorum genetrices, relinquimus alijs ſpeculandas pro nunc: forſitan

& nos

& nos aliquando circa ipſas aliquid determinabimus, ſi tamen venerit in mentem. Sed quæ ſint hæc noua plana, nunc paucis perſtringemus.

In propoſit. 2. ac in ſcholijs ipſius, ſecauimus infinita conoidea parabolica plano æquidiſtanter axi, ac ad parabolam genitricem erecto, & conſiderauimus infinitas figuras genitas ex tali ſectione. Nec aliquid aliud ſcimus, niſi quod ſi ſic ſecetur primum conoides, nempe conus, figura genita erit hyperbola, cuius vtique ignoratur quadratura. Si vero ſic ſecetur conoides parabolicum quadraticum, figura item genita erit parabola quadratica, cuius vtique habemus quadraturam. Sed figurarum genitarum ex ſectione aliorum conoideorum ab his, ignoramus & naturam, & menſuram.

In propoſit. 4. diximus, quod ſi conoides hyperbolicum ſic ſecetur, figura genita erit hyperbola. Pariter in propoſit. 5. docuimus ſectis ſic ſphæra, & ſphæroides, ſectiones eſſe quidem in illa circulum, in hoc vero ellipſim. Agnouimus vtique qualitates figurarum harum, ſed menſuræ vſque nunc geometris ſunt ignotæ, & fortaſſis ſic manebunt in æternum, & vltra.

In propoſit. 7. cuius ſchema denuo intueatur ibidem, conſiderauimus figuram Z B X, ortam ex plano ſecante annulum A B C H G, ortum ex reuolutione parabolæ cuiuſcunque A B C, circa F C, per B D, & ad A B C, parabolam genitricem erecto. Omnium harum figurarum Z B X, ignoramus condi-

tionem : ſolum ſcimus in primo annulo, nempe in illo qui oritur ex ſuppoſito triangulo A B C, reuoluto, eſſe hyperbolam. Quod vtique modicè etiam conica Apollonij callenti innoteſcet.

In propoſit. 12. cuius ſchema item inſpiciatur, conſiderauimus figuras E F H, genitas ex plano ſecante infinitos ſemifuſos parabolicos A B C. Harum pariter naturas ignoramus, niſi genitæ in primo, quæ vtique erit hyperbola.

In propoſit. 14. conſiderauimus ſemicycloidem primariam A B D, cuius baſis B D, duplicari ad partes B D, ac figuram A B C, conſtantem ex duabus ſemicycloidibus primarijs rotari circa F C, atque annulum genitum ſecari plano Z B X, æquidiſtanter F C, erectoque ad A B C. Genita figura eſt Z B X, cuius natura penitus vſque modo eſt incognita.

In propoſit. 15. verba fecimus de infinitis conicis circa diametrum. Diximus enim in dicta propoſit. & in ſcholijs eidem annexis, infinitos conicos A B C, circa axim B D, ſecari plano F G V, modo vſque nunc explicato. Figurarum F G V, ſymptomata nobis ſunt recondita, ſolummodo nobis eſt in apertum in primo conico, nempe in cono, F G V, eſſe hyperbolam.

In propoſit. 18. diſcurſum fuit de infinitis figuris Z B X, ortis ex plano ſecante, conſueto modo, infinitos annulos A B C H G, ortos ex reuolutione infinitarum figurarum A B C, quæ ſint conſtantes

ex duplicato trilineo ABD, cuius axis BD, ad partes BD. Etiam nunc ſolius figuræ ZBX, in primo annulo ſcimus naturam, nempe eſſe hyperbolam; reliqua ignoramus.

Tandem in propoſit. 23. locuti ſumus de infinitis figuris ZBX, ortis conſueto modo, planis ductis per BD, in infinitis annulis ABCHG, ortis ex reuolutione figurarum ABC, quæ ſint conſtantes ex duobus trilineis ſic diſpoſitis, vt baſes BD, ipſarum euadant communis axis. Nec etiam figuras has ZBX, plus aliarum vſque nunc expoſitarum agnoſcemus, ſed tantum ſciemus ſolum in primo annulo ZBX, eſſe hyperbolam.

Hæ ſunt ergo nouæ figuræ planæ circa quas geometra operari poteſt, perquirendo ipſarum naturam, quadraturam, centra grauitatis &c. (ſi tamen horum aliqua ſunt reperibilia) Nos enim in præſenti de ipſis nullam maiorem tenemus notitiam traditam. Solum, vt licuit notare, ex ſuperioribus, agnouimus menſuram, & centra grauitatis ſolidorum ex ipſis circa axim, ſicuti & ipſorum ſegmentorum reſectorum planis baſibus parallelis. Sed ſicuti in miſcellaneo noſtro ex ſola menſura conoidis hyperbolici, & ex ſuppoſita quadratura hyperbolæ, quamplura tradidimus; ſic in præſenti, ſupponentes tantum prædictarum figurarum quadraturas, nobis liceret deducere ea omnia, quæ deduximus circa hyperbolam in miſcellaneo citato.

SCHOLIVM II.

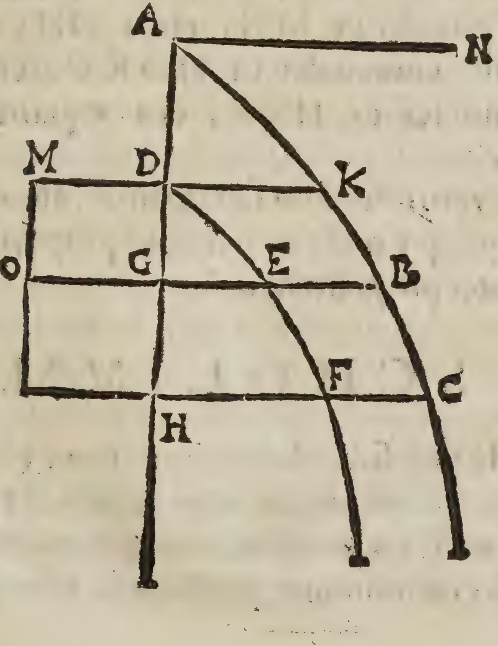
Dum impreſſio huiuſceprimæ partis ad vmbilicum fere deducta eſſet, coacti fuimus ipſam prætermittere, ac à patria diſcedere, vt fungeremur officio noſtro viſitandæ Prouinciæ noſtræ Religionis iuxta morem annualem: qua viſitatione expleta, conſequenter fuit neceſſe Bononiam petere, ibique per aliquot dies commorari, ac incumbere rebus grauioribus religionis. Non tamen tunc temporis à rebus geometricis penitus abſtinuimus, ſed quotieſcunque aderat opportunitas animum recreabamus ijs ſpeculationibus, quas admirabilis Torricellius de motu conſcripſit. Hac ergo occaſione fuit à nobis animaduerſum, ipſum in lib. 2. lem. ad propoſit. 37. oſtendiſſe illud idem, quod nos incidenter patefecimus ſupra in ſchol. 2. propoſit. 2. nimirum, quod ſi conoides parabolicum quadraticum ſecetur plano parabolæ genitrici annuli erecto, & æquidiſtanter axi, ſectio erit parabola. Sed non modo oſtendit hoc, ſed amplius eſſe eandem parabolam cum genitrice conoidis, nempe cum ipſa habere idem latus rectum. Aſt antea ex lem. ad propoſit. 31. arripuimus occaſionem aliquid aliud oſtendendi. In dicto ergo lem. egregiè, iuxta morem, animaduertit Torricellius, quod ſi in ſeq. ſchem. HAC, HDF, ſint duæ ſemiparabolæ æquales, nempe habentes idem latus rectum, ipſas aſymptotos eſſe, hoc eſt ſemper

magis,

magis, magiſque inuicem accedentes, ac nunquam concurrentes. Demonſtratio facilliſſima videatur in loco citat. Torricellij, ac lector recipiat ſequentes notitias.

PROPOSITIO XXVI.

Si HAC, HDF, ſint æquales ſemiparabolæ quadraticæ, & Dk, ſit parallela HC, ſitque parallelogrammum MH, vt MD, DK, ſint æquales, & intelligamus omnia rotari circa DH. Exceſſus fruſti conoidalis ex DkCH, ſupra conoides ex HDF, erit æqualis cylindro ex MH, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.



Acci-

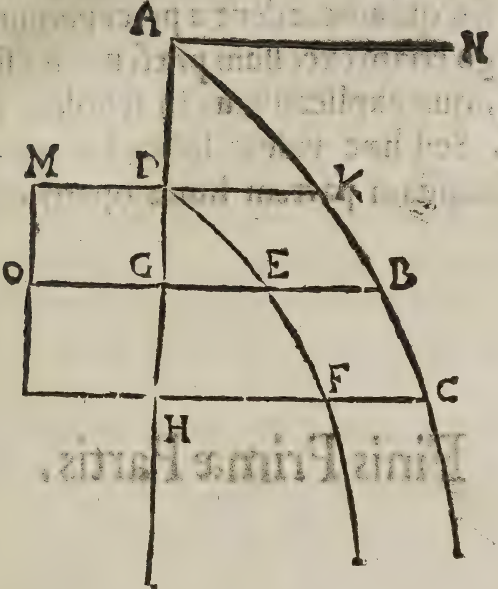
ACcipiatur arbitrariè punctum G, ac per ipſum tranſeat planum OB, parallelum plano ex HFC, & ſit AN, lactus rectum ſemiparabolarum. Quoniam quadratum BG, eſt æquale rectangulo GAN, & quadratum GE, æquatur rectangulo ſub GD, & ſub AN; ergo differentia quadratorum BG, GE, erit æqualis rectangulo DAN; nempe quadrato Dk; nempe quadrato DM, nempe quadrato OG. Ergo etiam differentia circulorum ex ſemidiametris GB, GE, erit æqualis circulo cuius radius OG. Ergo armilla circularis ex EB, circa DH, erit æqualis circulo ex OG, circa DH. Cum ergo punctum G, ſumptum ſit arbitrariè, ergo omnes armillæ circulares ex quadrilatero DkCF, circa DH, erunt æquales omnibus circulis ex MH, circa DH; nempe exceſſus fruſti conoidalis ex HDKC, circa DH, ſupra conoides ex HDF, erit æqualis cylindro ex MH.

Quod vero oſtenſum fuit de totis, eſt manifeſtum probari quoque poſſe de partibus proportionalibus. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Sed hic non ſiſtit diſcurſus noſter, vlteriùs progreditur. Patet enim ex ſæpe ſæpius decantatis doctrinis, exceſſum, & cylindrum dictum, etiam ad partes HC, in infinitum productos, eſſe quantitates

pro-



proportionaliter analogas tam in magnitudine, q á in grauitate, tam ſecundum tot .m quam ſecundum partes proportionales. Sicuti ergo cylindrus ex MH, in infinitum producto eſt corpus ſibi ſimilare, nimirum quod eius partes reſectæ circulis circulo ex MD, parallelis, ſunt in eadem ratione cum partibus axis; v. g. vt HG, ad GD, ſic eſt cylindrus ex OH, ad cylindrum ex MG; ſic etiam erit vt HG, ad GD, ſic exceſſus dictus ex FEBC, ad exceſſum ex EDkB. Pariter ſicuti centrum grauitatis cuiuslibet partis huius infiniti cylindrici eſt in medio axis. v. g. cylindri ex MH, eſt centrum grauitatis in medio DH, ſic in medio DH, erit centrum grauita-

tis

tis exceſſus prædicti ex F D K C. Hæc omnia ſunt nimis clara ijs, qui antecedentia perceperunt.

Patet ergo etiam exceſſum præſentem eſſe corpus ſimilare ijs, quæ explicauimus in ſchol. 2. propoſit. 19. miſcel. Sed hæc videat lector loc. citat. nobis enim ad ſecundam partem huius operis eſt properandum.

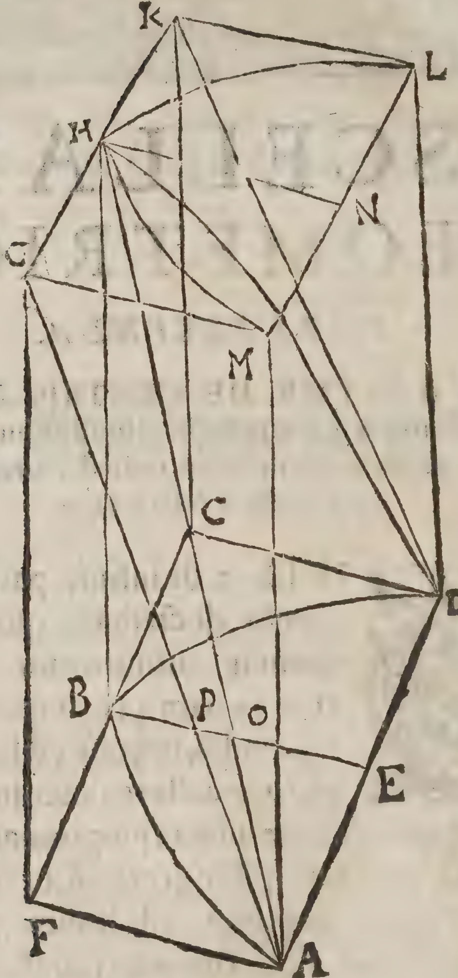
Finis Primæ Partis.

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS SECVNDA.

IN QVA AGITVR DE CENTRIS ÆQVILIBRII in baſibus, & grauitatis in altitudinibus quamplurium truncorum cylindricorum diagonaliter reſectorum.

IN lib. 2. de infinit. parab. explicauimus doctrinam quandam de truncis infinitorum cylindricorum, quam pro imposterum percipiendis, neceſſe eſt lectorem peroptime callere: etenim ex ipſa deducemus quamplurima noua ſymptomata, quorum notitias non putamus ipſi ingratas fore futuras. Sed in primis operæ pretium eſt ipſum reminiſci, quod vniuerſaliter deduximus in ſchol. 3. propoſit. 10. citat. lib. nimirum, exiſtente ABD, qualibet figura circa diametrum BE, ipſique circumſcripto parallelogrammo FD, ac tam ſuper ipſo, quam ſuper figura intellectis cylindricis rectis æquealtis

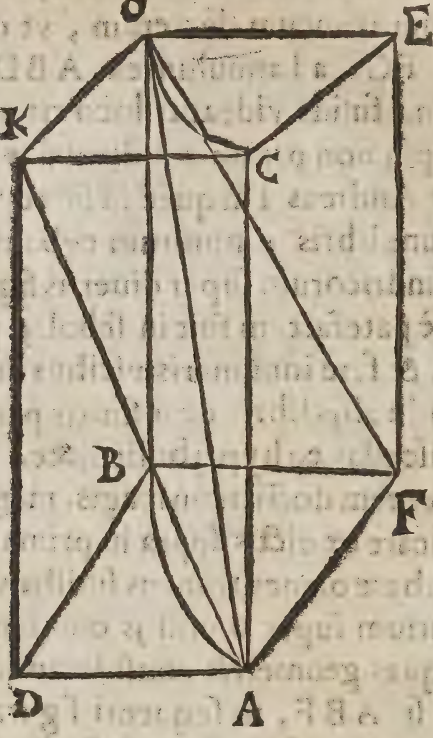


GD, & ABDLHM, ſectis plano diagonaliter tranſeunte per AD, & per KG; eſſe priſma AFGkCD, ad truncum ſiniſtrum ABDH, vt cylin-

cylindrus ex F D, ad ſolidum rotundum ex A B D, reuolutis ambobus circa D A. Item, eſſe aliud priſma, ad alium truncum dexterum, vt cylindrus ex F D, circa F C, ad annulum ex A B D, circa F C. Hæc doctrina fuſius videatur loco citat. explicata, etenim ex ipſa non parum ampliauimus doctrinam, quam habet Andreas Tacquet in ſuis cylindrorum, & annularium libris; nimirum cubauimus varios truncos cylindricorum ſuper diuerſis figuris exiſtentium, vt fusè patefactum fuit in ſchol. 3. propoſit. vltimæ lib. 2. & ferè innumeris vicibus licuit animaduertere tùm in alijs libris de infinitis parabolis, tùm in noſtro miſcellaneo hyperbolico, &c.

Sed præſentem doctrinam magis, magiſque poſſumus amplificare ex dictis ſupra in prima parte; nam poſſumus cubare omnes truncos ſiniſtros cylindricorum exiſtentium ſuper dimidijs omnium illarum figurarum, quas geometris conſiderandas propoſuimus. V. g. ſi A B F, in ſequenti figura, nobis repræſentet dimidiam figuram E G F, ſecantem quodlibet conoides parabolicum cuiuſcumque ſit ſpeciei, vt dictum eſt in propoſit. 2. & in ſchemate illius, & A F, repræſentet axim F G, illius figuræ, huic vero ſit circumſcriptum rectangulum D F, & tam ſuper ipſo, quam ſuper figura intelligamus cylindricos æquealtos ſectos plano diagonaliter tranſeunte per A F, & per k O. Habebimus rationem priſmatis A D k O F B, ad truncum ſiniſtrum A B F O. Quia habemus etiam in dicta propoſit. 2. rationem

M 2 cylin-



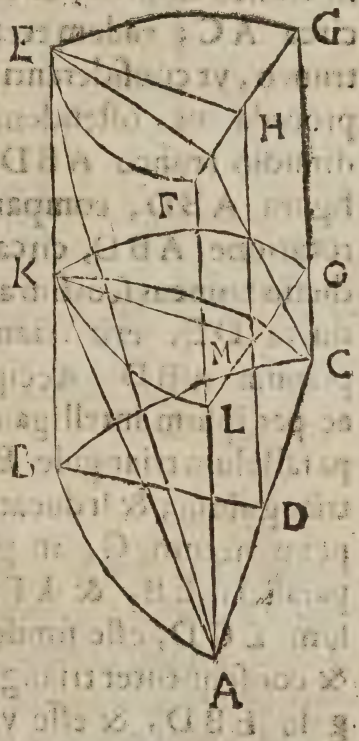
cylindri ex DF, circa FA, ad ſolidum rotundum ex ſemifigura ABF, circa axim FA. Quod vero dictum eſt de hac, intelligatur etiam de cæteris figuris, quas ſcholio ant. recitauimus.

Sed doctrina de truncis, non modo poteſt ampliari vt dictum eſt, ſed etiam alio modo, nimirum, indagando centra grauitatis in altitudinibus, & æquilibrij in baſibus variorum truncorum cylindricorum, quod vtique erit ſubiectum huius ſecundæ partis. De

his

his centris, quæ nos deinceps aſſignabimus, neſcimus aliquem verba feciſſe, Caualerio excepto, qui pauca in exercit. geomet. exercit. 5. circa hanc materiam recenſuit, quæ & nos infra explicabimus. Sed vt ad rem proprius accedamus, diligentius quam fieri poterit, explicabimus ea, quæ continentur in propoſit. 10. lib. 2.

In qua ſupponentes in ſchem. ſequenti ABC, eſſe quamlibet figuram circa diametrum BD, & ſuper ipſa exiſtere cylindricum rectum ABCGEF, ſectum diagonaliter plano tranſeunte per AC, & per E: probauimus tam truncum ſiniſtrum ABCE, eſſe ad ſolidum ex ABC, circa CA, vt EB, ad circumferentiam circuli cuius radius BD; quam truncum dexterum ACGEF, eſſe ad ſolidum ex ABC, reuoluta circa ductam per B, ipſi AC, parallelam, vt EB, ad eandem circumferentiam.



Propoſitionem probauimus, & per indiuiſibilia, & more antiquorum, ſed ipſam oſtendemus aliter, ac ibidem factum fuit, per indiuiſibilia. Sit ergo.

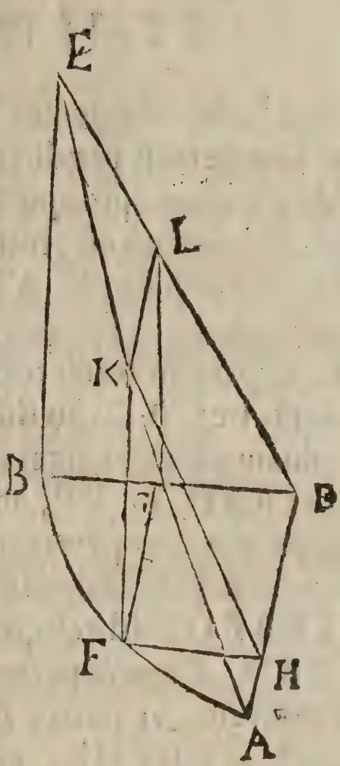
PRO-

PROPOSITIO PRIMA.

Propoſitio 10. *lib.* 2. *aliter oſtenſa.*

VT etiam in dicta propoſitione 10. factum eſt, ad euitandam confuſionem, oſtendemus hoc in trunco ſiniſtro, & in ſolido rotundo ex A B C, circa A C; eadem etenim erit demonſtratio in alio trunco, vt conſideranti patebit. Immo vt diſtintius procedamus, oſtendemus hoc in ſequenti figura in dimidio trunco A B D E, exiſtente ſuper dimidia figura A B D, comparando eum cum ſolido orto ex rotatione A B D, circa A D. Exponatur ergo prædictus truncus ſeorſim acceptus, qui ſit A B D E, ac ducta DE, erit triangulum D B E, erectum ad planum A B D. Accipiatur arbitrariè punctum H, ac per ipſum intelligamus tranſire planum H F k, parallelum triangulo E B D. Erit ergo etiam H F k, triangulum; & ſi ducatur F G, parallela A D, & per punctum G, in plano B E D, ducatur G L, parallela E B, & k F; facillime patebit, triangulum L G D, eſſe ſimile, & æquale triangulo k F H; & conſequenter triangulum H F k, eſſe ſimile triangulo E B D, & eſſe vt k F, ad F H, ſic E B, ad B D. Et permutando, vt E B, ad K F, ſic B D, ad F H. Sed vt B D, ad F H, ſic circumferentia circuli cujus radius B D, ad circumferentiam circuli cujus radius F H. Ergo vt E B, ad k F, ſic circumferen-

ferentia ex radio B D, ad circumferentiam ex radio F H. Et permutando, vt E B, ad circumferentiam ex radio B D, ſic K F, ad circumferentiam ex radio F H. Porrò, vt K F, ad circumferentiam ex radio F H, ſic ex ſchol. propoſit. 6. lib. 2. triangulum k F H, ad circulum ex F H, circa A D, reuoluta. Ergo & vt E B, ad circumferentiam ex B D, ſic triangulum k F H, ad circulum ex radio F H, circa A D. Sed punctum H, ad libitum acceptum fuit. Ergo & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Ergo & vt E B, ad circumferentiam radij B D, ſic omnia triangula trunci A B D E, parallela triangulo D B E, ad omnes circulos ſolidi rotundi geniti ex figura A B D, reuoluta circa A D, parallelos circulo genito à B D. Ergo & ſic truncus ad ſolidum rotundum. Quod erat oſtendendum.

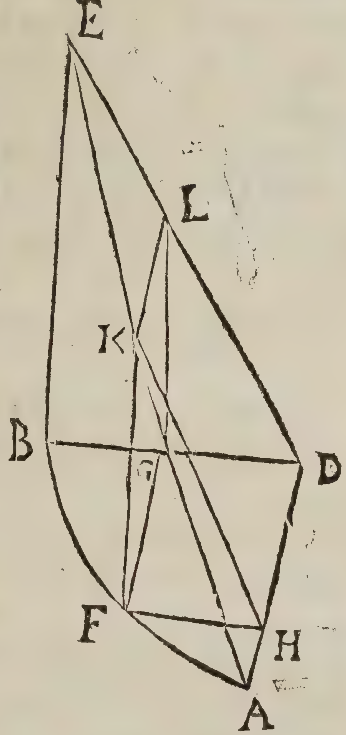


SCHOLIVM.

Sed lector diligenter animaduertat, quod probatum fuit de totis prædictis ſolidis, probari etiam poſſe de partibus ipſorum proportionalibus. Non ſolum enim verum eſt, totum truncum ABDE, eſſe ad totum ſolidum ex ABD, vt EB, ad illam circumferentiam, ſed etiam partem trunci AFkH, eſſe ad partem ſolidi rotundi ortam ex AFH, reuoluta circa AD, in dicta ratione. Et pariter, eſſe reſiduam partem trunci, ad reſiduam partem ſolidi ex HFBD, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Quare erit & vt pars trunci AHFK, ad partem ſolidi ex AFH, ſic reliqua pars trunci, nempe HkFBED, ad reliquam partem ſolidi rotundi ex HFBD. Ergo & permutando, partes trunci erunt ad inuicem, vt partes ſolidi rotundi; nempe, pars trunci DEBFHk, erit ad partem HkFA; vt pars ſolidi rotundi genita ex HFBD, ad partem genitam ex AFH. Idem probaretur de cæteris partibus proportionalibus. Quare vniuerſaliter poteſt deduci, iuxta doctrinas explicatas in noſtro 4. lib. truncum ABDE, & ſolidum ex ABD, circa AD, eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

Item, quoniam ducta kL, non ſolum pars trunci

ci KHFBED, eſt ad partem ſolidi ex HFBD, vt EB, ad circumferentiam radij BD, ſed etiam facile probari poteſt, eſſe etiam priſma HFkLGD, ad cylindrum ex FD, circa DA, in prædicta ratione; ergo etiam erit vt EB, ad circumferentiam radij BD, ſic reliquum ad reliquum; nempe pars trunci FBELk, ad annulum ortum ex FBG, reuoluta circa DA. Quod ſi mente intelligamus accipi inter G, F, quodlibet punctum, ac per ipſum tranſire planum parallelum trapezio EBGL, ſecans ſolidum FBELk, in duas partes; & pariter FBG; eodem modo patebit, quamlibet partem illius ſolidi, eſſe ad partem annuli factam à parte ipſius FBG, ſibi correſpondente, vt EB, ad circumferentiam radij BD. Item permutando, eſſe partem trunci ad partem trunci, vt pars annuli ad partem annuli. Quare rurſum deducemus, iuxta doctrinas in dicto 4. lib. explicatas, ſegmentum FBELk, & annulum ortum ex gyratione FBG, circa AD,

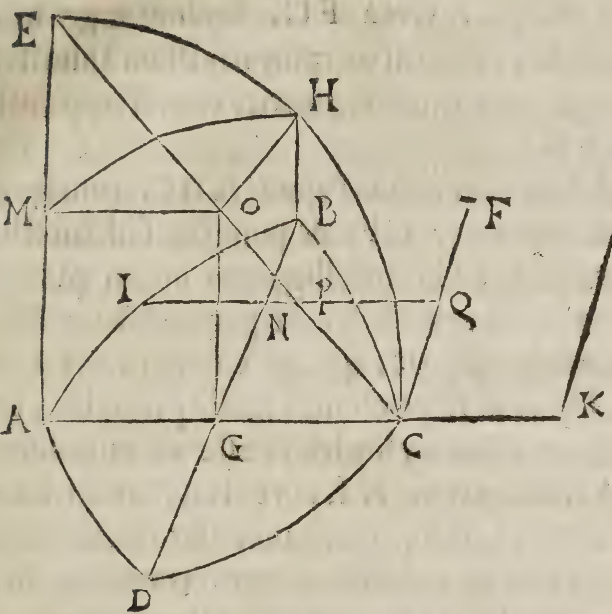


eſſe quantitates proportionaliter analogas, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Omnium ergo horum ſolidorum centra æquilibrij, & grauitatis proportionaliter ſecabunt A D. V. g. in eodem puncto ſecabitur A D, à centro æquilibrij trunci A B D E, & à centro grauitatis ſolidi rotundi ex A B D; ſic dicatur de cæteris.

SCHOLIVM II.

Licet propoſitio probata ſit de trunco ſiniſtro cylindrici exiſtentis ſuper ſemifigura A B D, habente baſim, A D, attamen eſt vniuerſaliſſima, & verificatur etiam de figuris baſi carentibus. V. g. ſit quælibet figura A B C D, circa diametrum A C, & ſuper dimidia ipſius A B C (ſufficit enim oſtendere in dimidia) intelligamus A B C E, truncum ſiniſtrum cylindrici recti ſecti plano tranſeunte per C F, erectam ipſi A C, à puncto C, in plano A B C, & per E, punctum in latere erecto à puncto A, plano ABC. Oſtenſum quoque eſt ex dicta propoſit. 10. lib. 2. & facile probari poteſt ſecundum antecedentia, truncum C A B E, eſſe ad ſolidum rotundum ex A B C, circa C F, vt E A, ad circumferentiam radij A C: & ad modum ſuperiorum poteſt deduci, truncum prædictum, cum annulo ex A B C, circa C F, eſſe quantitatem proportionaliter analogam, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum,

quam



quam ſecundum partes proportionales. Ex quibus deducetur, quod ſi CF, ſit axis ſolidi rotundi, quod eodem modo ſecabitur à centro grauitatis ſolidi rotundi, & à centro æquilibrij trunci appenſi ſecundum CF.

Sed intelligamus quodlibet planum GOHB, erectum plano ABC, ac ſecans truncum in duo ſegmenta. Patet ex ſupra dictis, partem ipſius GHC, eſſe quantitatem proportionaliter analogam cum annulo orto ex reuolutione ſegmenti GBC, circa FC (eſt enim GBC, ſemifigura circa diametrum GC:) quare etiam reliqua pars trunci GHEA,

erit proportionaliter analoga cum annulo orto ex reuolutione ABG, circa FC. Eodem ergo modo ſecabitur FC, à centro grauitatis illius annuli, & à centro æquilibrij illius ſegmenti trunci appenſi ſecundum FC.

Sed cylindricus erectus ſuper ABC, non ſecetur plano tranſeunte per CF, & per E, ſed intellecta KL, parallela FC, intelligamus etiam planum diagonale tranſire per kL, & per punctum E. Si geometra obſeruauerit, quæ diximus in citat. propoſit. 10. lib. 2. & in præſenti, facile probabit, truncum ſiniſtrum illius cylindrici, eſſe ad annulum latum ex ABC, circa KL, vt EA, ad circumferentiam à radio Ak, genitam. Ex quibus conſequenter ad ſuperius dicta eliciet, truncum prædictum cum antedicto annulo lato, eſſe pariter quantitatem proportionaliter analogam, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Quare agnoſcet, LK, ſecari eodem pacto à centro grauitatis annuli lati, & à centro æquilibrij illius trunci ſiniſtri appenſi ſecundum Lk.

Quot igitur centra æquilibrij variorum truncorum ſint reperibilia, ex ſparſim dictis in noſtro 4. lib. in miſcellaneo hyperbolico, & in prima parte huius operis, infra patebit. Sed prius de verbo ad verbum hoc in loco tranſcribenda eſt propoſit. 21. exercit. 5. Caualerij, quæ erit nobis.

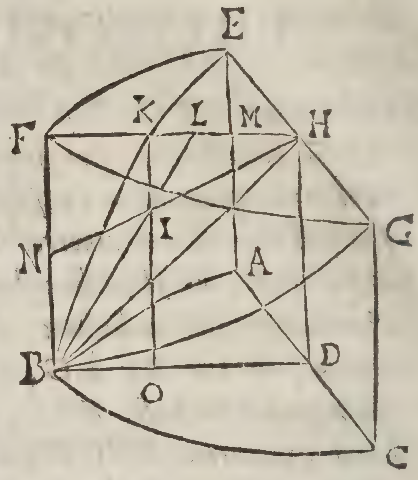
PROPOSITIO II.

Si cylindricus EFGCBA, in oppoſitis baſibus ABC, EFG, conſtitutus, quæ ſingulæ ſint parallelogrammum, vel vna quæcunque ex ſæpe dictis infinitis parabolis, ſeù trilineis circa diametros BD, FH, & in baſibus AC, EG, exiſtentibus plano per verticem vnius dictarum oppoſitarum baſium, & per baſim alterius tranſeunte, vt per B, EG, ſecetur: ſit autem L, centrum grauitatis baſis EFG, & ſubinde centrum æquilibrij cylindrici EFGCBA, & fiat vt FH, ad duplam LH, ita Fk, ad KH; & vt FH, ad HL, ita FM, ad MH. Erunt K, M, centra æquilibrij truncorum; K quidem eius, quod tribus ſuperficiebus EFG, EBG, EFGBE, vel quatuor; & M, reliqui, quod quinque EBG, ABC, EACG, EBA, GBC, comprehenditur.

DVcantur BL, & HN, quæ bifariam ſecet ipſam BF, in N, ijs concurrentibus in I, iungaturque Ik. Quoniam ergo in duas rectas HF, BF, ab earum terminis H, B, reflectuntur duæ rectæ HN, BL, erit per oſtenſa à Ptolemæo lib. pri. Almageſti cap. 12. proportio ipſius HL, ad LF, compoſita ex proportione HI, ad IN, & NB, ad BF. At ſi inter HL, LF, de foris ſumamus duplam HL, eadem ratio ipſius HL, ad LF, erit compoſita ex rationibus HL, ad duplam HL, &

duplæ

duplæ HL, ad LF. Ergo duæ rationes HI, ad IN, & NB, ad BF, æquantur duabus rationibus, nempe ipſius HL, ad duplam HL, & duplæ HL, ad LF. Sed ratio ipſius HL, ad duplam HL, eadem eſt rationi ipſius NB, ad BF, cum vtraque ſit ſubdupla. Ergo ratio duplæ HL, ad LF, eadem eſt rationi HI, ad IN. Quia vero vt FL, ad duplam LH, ita ex conſtructione, Fk, ad kH, erit conuertendo, vt dupla HL, ad LF, hoc eſt per oſtenſa, vt HI, ad IN, ita HK, ad KF. Erit ergo Ik, parallela FB. Quoniam vero I, eſt centrum grauitatis trunci EFGB, quia HN, tranſit per centra grauitatis omnium parallelogrammorum, quæ fiunt à ſecantibus planis ipſi EC, parallelis; & BL, tranſit per centra grauitatis omnium parabolarum, vel trilineorum in trunco EFGB, conceptorum, ac ipſi baſi EFG, æquidiſtantium (*quia ex oſtenſis in propoſit. 2. lib. 1. & in ſcholio eiuſdem, omnes illæ parabolæ, ſunt eiuſdem generis, & pariter eiuſdem generis ſunt omnia trilinea, quæ omnia niſi eſſent eiuſdem generis non verificaretur aſſertum.*) Ideo erit K, eiuſ-



eiuſdem trunci centrum æquilibrij.

Rurſum, quia vt truncus inferior EABCG, ad ſuperiorem EFGB, ita eſt FL, ad LH; *(ex propoſit. 1. lib. 3.)* & vt FL, ad duplam LH, ita ex conſtructione, eſt Fk, ad kH: ideo vt FL, ad LH, ſeù vt truncus inferior ad ſuperiorem, ita erit Fk, ad dimidiam kH. Et componendo, vt FH, ad HL, ſeù ex conſtructione, vt FM, ad MH, ita erit Fk, cum dimidia kH, ad dimidiam kH. Et iterum componendo, vt Fk, cum duobus dimidijs kH, ſeù cum kH, hoc eſt vt tota FH, ad dimidiam kH, ita erit eadem FH, ad HM. Ergo HM, erit dimidia kH. Cum vero oſtenſum ſit, FK, ad dimidiam KH, eſſe vt FL, ad LH: erit FK, ad MH, vt tota FL, ad totam LH. Vnde reliqua KL, ad reliquam LM, erit vt tota FH, ad totam LH; ſcilicet vt truncus inferior ad ſuperiorem. Cum ergo L, ſit centrum æquilibrij totius cylindrici, & K, trunci ſuperioris, erit M, centrum æquilibrij trunci inferioris. Licet autem figura exhibeat parabolam, idem tamen currit in parallelogrammo, & in quocunque trilineo, quia BL, HN, ſunt ſemper axes grauitatis in huiuſmodi truncis, talibus cylindricorum ſuppoſitis baſibus.

SCHOLIVM.

Cum ergo punctum K, ſit centrum æquilibrij totius trunci ſuperioris GEFB, ſequitur quod ſi in ſemiſi-

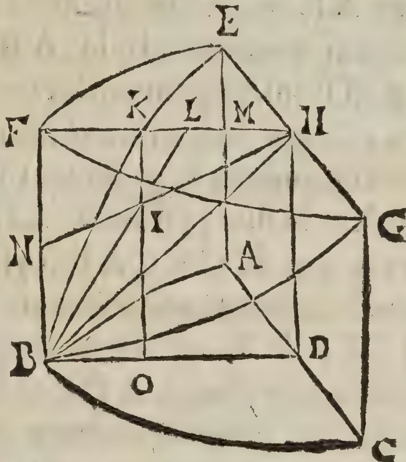
miſigura HFE, mente intelligamus duci per K, parallelam EH, in aliquo puncto ipſius erit centrum æquilibrij dimidij trunci ſuperioris HEFB. Pariter ſi per punctum M, ducatur parallela EH, in aliquo puncto ipſius erit centrum æquilibrij dimidij trunci inferioris DBAEH.

Punctum K, ergo centrum æquilibrij trunci ſuperioris diuidit FH, in K, vt FK, ſit ad kH, vt FL, ad LH, duplam: ſed cum in infinitis parabolis ex ſchol. prim. propoſit. 2. lib. 3. FL, ad LH, ſit vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ; erit FL, ad duplam LH, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ. Erit ergo FK, ad KH, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ. Nempe in prima, vt 2. ad 2. In ſecunda, vt 3. ad 4. in tertia, vt 4. ad 6. & ſic in infinitum, augendo antecedens vnitate, conſequens vero binario. Item, quoniam M, centrum æquilibrij trunci inferioris, diuidit FH, in M, vt ſit FM, ad MH, vt FH, ad HL, & rurſum cum ſit FL, ad LH, vt numerus vnitate auctus ad numerum, erit componendo FH, ad HL, vt duplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Erit ergo FM, ad MH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum. Nempe in prima parabola, vt 3. ad 1. In ſecunda vt 5. ad 2. In tertia vt 7. ad 3. & ſic in infinitum, augendo antecedens binario, conſequens vero vnitate.

Sed ſi DBA, ſupponatur eſſe quodlibet ex infi-

nitis

nitis trilineis cuius diameter B D; quoniam in talibus trilineis, ex loc. citat. eſt FL, ad LH, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem; erit F L, ad duplam L H, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Erit ergo F k, ad K H, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Nempe in primo, vt 2. ad 2. In ſecundo, vt 3. ad 2. In tertio vt 4. ad 2. & ſic in infinitum, augendo antecedens vnitate, & retinendo binarium pro conſequenti. Pariter in trunco inferiori, quoniam componendo, eſt F H, ad H L, vt numerus trilinei binario auctus, ad vnitatem; erit etiam F M, ad M H, vt numerus binario auctus, ad vnitatem. Nempe in primo, vt 3. ad 1. In ſecundo, vt 5. ad 1. In tertio, vt 7. ad 1. Et ſic in infinitum, augendo ſemper antecedens binario, & retinendo vnitatem pro conſequenti.



SCHOLIVM II.

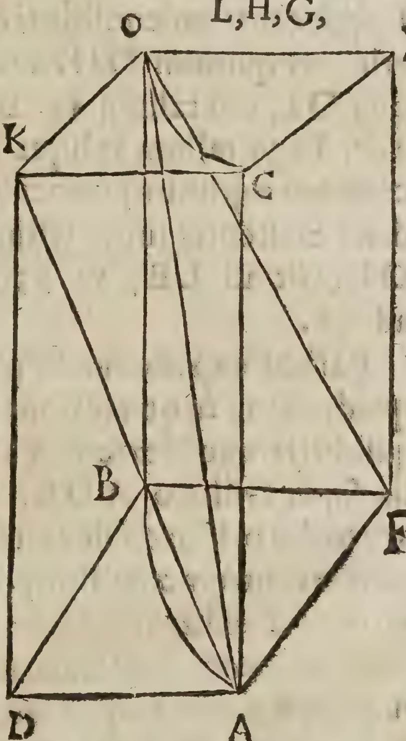
Nunc coniungamus ſimul parallelogrammum cum ſuperioribus figuris, ſeù cum dimidijs ipſarum

facilitatis gratia. Intelligamus ergo ABF, in ſequenti ſchemate, eſſe quamlibet ex infinitis ſemiparabolis, cuius diameter BF, baſis AF, & DF, ſit parallelogrammum ipſi circumſcriptum, & ſuper parallelogrammo intelligamus parallelepipedum rectum kF: patet hoc diuidit in duos cylindricos, quorum baſes ſemiparabola ABF, & trilineum ABD. Quod ſi intelligamus duci planum diagonaliter per FA, & per Ok, hoc ſecabit parallelepipedum, & duos cylindricos, in duos truncos; parallelepipedum quidem in duo priſmata ADBFOk, ſiniſtrum, & dexterum KOECAF: cylindricum ſuper ſemiparabola in truncum ſiniſtrum ABFO, & dexterum OCEFA: & cylindricum ſuper trilineo ADB, in truncum ſiniſtrum ADBOk, & dexterum kOCA. Amplius, priſma ſiniſtrum parallelepipedi, conſtabit ex truncis ſiniſtris cylindricorum exiſtentium ſuper ſemiparabola, & trilineo; ſicuti priſma dexterum conſtabit ex truncis dexteris. Hinc fit, quod cum in OE, habeamus centrum æquilibrij priſmatis ſiniſtri, & pariter trunci ſiniſtri ABFO, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola (eſt enim hìc truncus ſiniſter, idem cum trunco HEFB, ſchematis ſuperioris, quia idem eſt in illo ſchemate, ſecare cylindricum plano tranſeunte per EH, & per B, ac in præſenti, ſecare cylindricum plano tranſeunte per FA, & per O) pariter cum ex alibì à nobis dictis, poſſimus elicere rationem trunci ſiniſtri cylindrici ſuper ſemiparabola, ad truncum ſiniſtrum

cylin-

cylindrici ſuper trilineo, habebimus etiam in OE, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri ADBOk, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo. Eodem modo oſtendemus, poſſe haberi in OE, centrum æquilibrij trunci dexteri kOCA, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo, quia habemus centra æquilibrij priſmatis dexteri, & trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola; & pariter ex alibi à nobis dictis, habemus rationem trunci dexteri ſuper ſemiparabola, ad truncum dexterum ſuper trilineo.

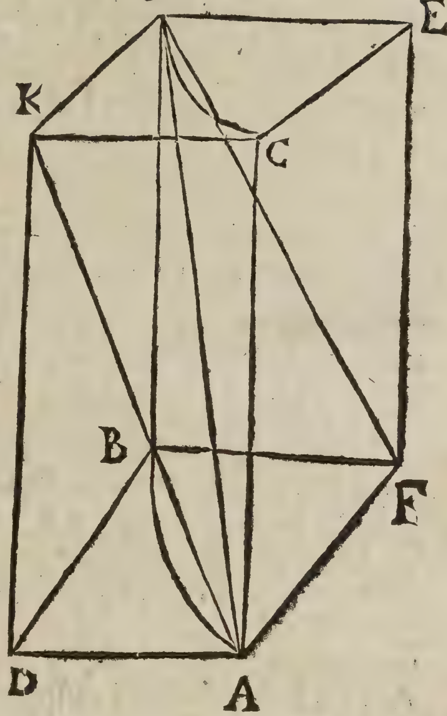
Sed trunci ſiniſtri ADBOk, centrum æquilibrij, non ſecat OE, ſecundum aliquam pulchram ſeriem, quamuis numero poſſit exprimi, in qua ratione ſecetur OE, à tali centro æquilibrij; quod nos exemplificabimus in ſemiparabola quadratica. In qua, quia ex dictis in ſchol. anteced. OE, ſecatur ab H, centro æquilibrij priſmatis ADBFOK, vt OH, ſit ſubdupla HE; & pariter ſic ſecatur in G,



centro æquilibrij trunci ſiniſtri ABFO, vt OG, ſit ad GE, vt 3. ad 4. nempe vt 9. ad 12. ergo, quarum tota OE, erit 21. OH, erit 7. OG, erit 9; & HG, erit 2. Ergo quarum HG, erit 14. talium tota OE, erit 147. OH, 49. & OG, 63. Cum ergo ex ſchol. 1. propoſit. 14. lib. 2. ſit priſma ABD FOk, ad truncum ſiniſtrum ABFO, vt 15 ad 8. quia ſic eſt cylindrus ad ſemifuſum ex ABF, circa AF; erit diuidendo, truncus ABDkO, ad truncum ABFO, vt 7. ad 8. ſeù vt 14. ad 16. Fiat GH, ad HL, vt ABDkO, ad ABFO. Ergo L, erit centrum æquilibrij trunci ABDkO, & HL, erit 16, quorum OH, erat probata 49. Ergo reliqua OL, erit talium 33. Sed talium tota OE, erat 147. Ergo talium reliqua LE, erit 114. L, ergo, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri ADBOk, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo, ſic ſecabit OE, vt OL, ſit ad LE, vt 33. ad 114. nempe vt 11. ad 38.

Pariter exponemus e. g. in numeris in parabola quadratica, in qua ratione ſecetur OE, à centro æquilibrij trunci dexteri AkOC, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo ADB. Sit H, centrum æquilibrij totius priſmatis dexteri kOECAF, & G, ſit pariter centrum æquilibrij trunci dexteri COEFA, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola. Ergo ex ſchol. anteced. OH erit ad HE, vt 2. ad 1. nempe vt 14. ad 7. & OG, erit ad GE, vt 5. ad 2. nempe vt 15. ad 6. Quarum ergo tota OE, erit 21. talium

OG,



OG, erit 15. OH, 14. & GH, 1. Si ergo fiat vt AkOC, ad COEFA, ſic reciprocè GH, ad HL, erit L, centrum æquilibrij trunci AkOC. Sed cum totum priſma ſit ad COEFA (quia ad ipſum eſt vt cylindrus ex DF, ad annulum ex ſemiparabola ABF, circa DB, ex ſchol. 3. prop. 10. lib. 2.) vt 5. ad 4. ex ſchol. 2. prop. 14. lib. 3. erit diuidendo, AKOC, ad COEFA, vt 1. ad 4. Quarum ergo HG, eſt 1. talium erit HL, 4. Sed talium erat OH, 14. Ergo reliqua OL, erit talium 10. Sed OE, erat talium 21. Ergo reliqua LE, erit 11. Eſt ergo OL, ad LE, vt 10. ad 11.

SCHOLIVM III.

Sed pariter intelligamus ABF, eſſe vnum ex infinitis trilineis, (licet ſchema non exprimet) cuius diameter BF, baſis AF, parallelogrammum ei cir-

circumſcriptum ſit D F, adeo vt A D B, ſit ſemiparabola cuius diameter B D, baſis D A. Intelligamus cylindricos ſectos vt ſupra in anteced. ſchol. & omnia vt ibidem. Pariter in numeris eliciemus, in qua ratione ſecetur O E, à centris æquilibrij truncorum cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola, quæ centra dari concludemus vt ibidem.

Sed antequam hæc exemplificemus, admonebimus lectorem, ſibi diligenter conſiderandum eſſe, diuerſam fore ſectionem talium cylindricorum in ſchol anteced. & in hoc. Nam in ſchol. anteced. ſupponentes A B F, eſſe ſemiparabolam cuius baſis A F, ſecauimus cylindricum ſuper ipſa exiſtentem, plano tranſeunte per baſim A F, & per O, punctum in latere; cylindricum vero exiſtentem ſuper trilineo A D B, ſeù C k O, ſecauimus plano tranſeunte per diametrum trilinei k O, & per punctum in latere A. At in ſchol. præſenti, ſupponentes A B F, eſſe trilineum, cuius baſis A F, ſecamus cylindricum erectum ſuper ipſo, plano tranſeunte per baſim A F, trilinei, & per O, punctum in latere: quia vero ſemiparabola eſt A D B, vel C k O, cuius diameter O k, ſecamus cylindricum ſuper ipſa ſitum, plano tranſeunte per K O, diametrum ſemiparabolæ, & per punctum in latere A.

Trunci autem ſiniſtri A D B O k, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola A D B, ſic venabimur in O E, centrum æquilibrij. Sit H, centrum æquilibrij priſmatis ſiniſtri, & G, centrum æquilibrij trunci ſi-

ci ſiniſtri ABFO. Ergo ex ſchol. pri. OH, erit ad HE, vt 1. ad 2. nempe vt 5. ad 10. & OG, erit ad GE, vt 3. ad 2. nempe vt 9. ad 6. Quarum ergo tota OE, eſt 15. talium OH, eſt 5. OG, 9. & GH, 4. Ergo quarum GH, erit 20. talium tota OE, erit 75. OH, 25. & OG, 45. Quoniam vero totum priſma ADBFOK, ad truncum ſiniſtrum ABFO, eſt vt 6, ad 1. (quia cum ſit ad ipſum vt cylindrus ex DF, ad conicum ex ABF, circa baſim AF, ex citat. ſchol. 3. propoſit. 10. lib. 2. cylindrus eſt ad conicum ex 2. parte propoſit. 15. lib. 2. per conuerſionem rationis, vt 12. & 2. ſeù vt 6. ad 1.) Ergo diuidendo erit truncus ADBOk, ad truncum ABFO, vt 5. ad 1. Cum ergo ſi fiat reciprocè vt ADBOk, ad ABFO, ſic GH, ad HL, ſit L, centrum æquilibrij trunci ADBOK; quarum GH, erit 5. talium HL, erit 1. & quarum GH, erit 20. talium HL, erit 4. Sed quarum HG, erat 20. talium OH, erat 25. & tota OE, 75. Ergo talium OH, erit 21. & LE, 54. L, ergo centrum æquilibrij trunci ADBOK, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola quadratica, ac reſecti plano tranſeunte per punctum in latere & per diametrum ipſius, ſic ſecat OE, ſeù DA, baſim ſemiparabolæ in L, vt OL, ſit ad LE, vt 21. ad 54. ſeu vt 7. ad 18.

Pariter ſic reperiemus, in qua ratione ſecetur OE, à centro æquilibrij trunci AKOC. H, centrum æquilibrij priſmatis dexteri ſic ſecat OE, ex ſchol. 1.

vt OH, ſit ad HE, vt 2. ad 1. nempe vt 4. ad 2. G, vero centrum æquilibrij trunci dexteri COE FA, ſic diuidit, vt OG, ſit ad GE, vt 5. ad 1. Quarum igitur OE, eſt 6. talium OG, eſt 5. OH, 4. & GH, 1. Quia vero ex prim. parte propoſit. 15. lib. 2. eſt per conuerſionem rationis, cylindrus ex DF, ad ſolidum ex trilineo ABF, circa DB, diametrum parabolæ, vt 4. ad 2. ſeu vt 2. ad 1. cum ſit etiam in tali ratione, ex ſchol. 3. citat. propoſit. 10. lib. 2. priſma CKOEFA, ad truncum COEFA, erit diuidendo, truncus CKOA, ad truncum CO EFA, vt 1. ad 1. Si ergo fiat HL, æqualis HG, erit L, centrum æquilibrij trunci KOCA. Quarum autem tota OE, erat 6; talium OH, erat 4. & HG, 1. ergo etiam talium HL, erit 1. & OH, HE, 3. ac proinde æqualis. H, ergo centrum æquilibrij illius trunci KOCA, ſecat OE, bifariam.

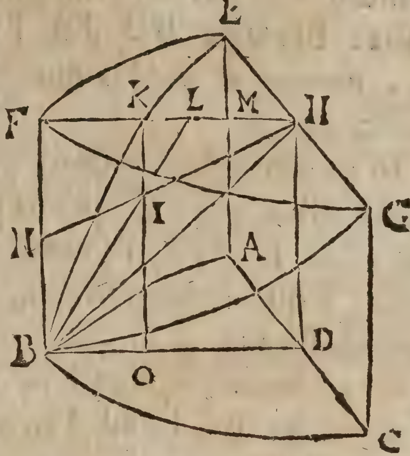
PROPOSITIO III.

Datis ijſdem, quæ in antecedenti propoſit. in parabola, Lk, eſt ad KF, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum parabolæ vnitate auctum.

QVoniam enim eſt vt FL, ad duplam LH, ſic FK, ad KH; ergo & componendo, vt FH, cum HL, ad duplam LH, ſic FH, ad Hk. Et permutando, vt FH, cum HL, ad FH, ſic dupla HL, ad Hk. Cum vero ſit vt tota FH, cum HL,

ad

ad totam F H, ſic ablata dupla H L, ad ablatam H K; ergo & reliqua F L, erit ad reliquam F K, vt tota ad totam; nempe vt F H, cum H L, ad F H. Cum vero ſit F H, ad L H, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, erit F H, cum H L, ad F H, & conſequenter, L F, ad F k, vt triplus nu-



merus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Et diuidendo erit L k, ad K F, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum vnitate auctum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex præſenti propoſitione elicitur, quod k I O, (quam deinceps appellabimus altitudinem trunci E F G B, quod ſic intelligendum erit in alijs) ſic ſecatur ab I, centro grauitatis prædicti trunci, vt O I, ſit ad I K, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Nempe in prima, vt 3. ad 1. In ſecunda, vt 5. ad 2. In tertia vt 7. ad 3. Et ſic in infinitum, augendo antecedens binario, con-

ſequens vero vnitate. Quod patet, quia ob paralleliſmum FH, BD, triangula KIL, BIO, ſunt ſimilia. Eſt ergo BO, ſeù Fk, ad KL, vt OI, ad Ik, nempe vt duplus numerus vnitate auctus, ad numerum.

In eadem etiam ratione erit BI, ad IL. Cum ergo exiſtente EFG, prima parabola, nempe triangulo, ſit EFGB, Pyramis triangularem baſim habens, ſequitur propoſitionem ab alijs propoſitam, in qua aſſerunt BL, ductam à vertice pyramidis ad centrum baſis, ſic ſecari ab I, centro grauitatis pyramidis, vt BI, ſit ad IL, vt 3. ad 1. poſſe eſſe huius corollarium.

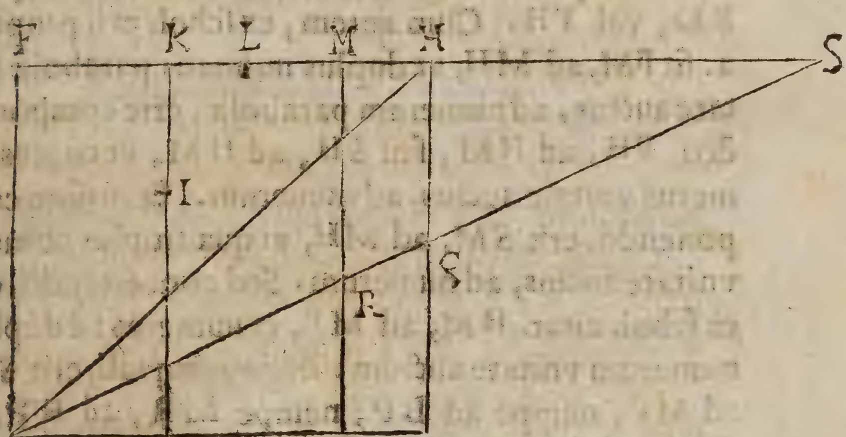
Quod vero I, ſit centrum grauitatis prædicti trunci, patuit ſupra, dum dictum fuit in HN, eſſe centrum grauitatis omnium parallelogrammorum trunci parallelorum parallelogrammo AG, & pariter in BL, eſſe centrum grauitatis omnium parabolarum trunci EFGB, nempe omnium planorum ipſi parabolæ GFE, parallelorum.

Eodem modo patet, ſi à puncto B, ad medium punctum HD, mente intelligamus duci lineam, in ipſa eſſe centrum grauitatis omnium parallelogrammorum trunci dexteri CAEGB, & ſubinde ipſius trunci. Si ergo per punctum M, centrum æquilibrij trunci, mente intelligamus duci lineam parallelam HD, ſecantem priorem ductam; punctum in quo ſe ſecant, erit centrum grauitatis prædicti trunci dexteri.

PRO-

PROPOSITIO IV.

Centrum grauitatis trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper quacunque parabola, reſecti vt ſupra per baſim, & punctum in latere, ſic diuidit eius altitudinem, vt pars non terminans ad baſim, ſit ad reliquam, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum.



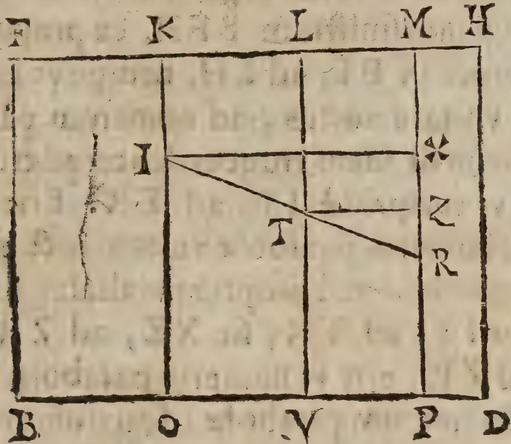
VT diſtintius deinde procedamus, in ſequenti figura exponatur parallelogrammum F D, ſeorſim antecedentis figuræ, adeo vt triangulum B F H, repræſentet nobis truncum ſiniſtrum G E F B; triangulum vero B H D, repræſentet nobis truncum dexterum A E G C B; K, ſit centrum æquilibrij trunci

 ſini-

ſiniſtri; L totius cylindrici; M, dexteri; & I, ſit centrum grauitatis trunci ſiniſtri: ſit MP, altitudo trunci dexteri BHD. Dico hanc ſic ſecari à centro grauitatis prædicti trunci dexteri, vt pars terminata ad M, ſit ad reliquam, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ducatur BQ, ad medium punctum HD, ſecans MP, in R, & occurrens FH, in S. Erit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri, quia hoc eſt tam in MP, quam in BQ. Ob parallelismum HS, BD, & æqualitatem HQ, QD, erit HS, æqualis BD, vel FH. Cum autem, ex ſchol. pri. propoſit. 2. ſit FM, ad MH, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, erit componendo; FH, ad HM, ſeù SH, ad HM, vt triplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Et rurſum componendo, erit SM, ad MH, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad numerum. Sed conuertendo, erat ex ſchol. citat. HM, ad MF, vt numerus ad duplum numerum vnitate auctum. Ergo ex æquali, erit SM, ad MF, nempe ad BP; nempe MR, ad RP, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Quod &c. Erit ergo MR, ad RP, in pri. para. vt 5. ad 3. In ſecunda, vt 9. ad 5. In tertia, vt 13. ad 7. & ſic in infinitum, augendo antecedens, quaternario, conſequens vero binario.

ALI-

ALITER.



IN ſequenti ſchemate, ducatur L V, in cuius medio puncto T, erit centrum grauitatis totius cylindrici repræſentati ab F D. Sit I, centrum grauitatis trunci ſiniſtri, & ducatur I T R, occurrens M P, in R. Erit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus. Dico M R, eſſe ad R P, vt quadruplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ducantur I X, T Z, parallelæ F H. Erit ergo ex ſchol. propoſit. 3. K I, ad I O, ſeu M X, ad X P, vt numerus parabolæ, ad duplum numerum vnitate auctum; nempe vt duplus numerus, ad quadruplum numerum binario auctum. Quarum ergo

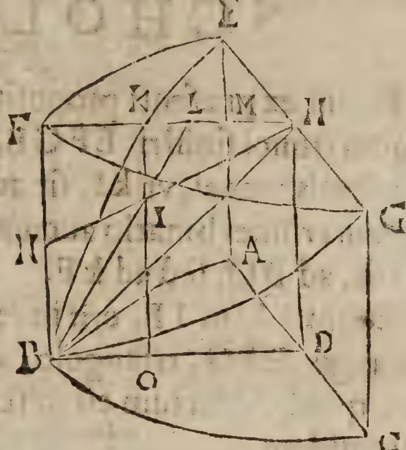
M P,

M P, eſt ſextuplus numerus binario auctus, M X, eſt duplus numerus, M Z, quia dimidia M P, erit triplus numerus vnitate auctus, & X Z, erit numerus vnitate auctus. Cum ergo truncus B H D, dexter ſit ad truncum ſiniſtrum B F H, ex propoſit. pri. lib. 3. reciproce vt F L, ad L H, nempe vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ; & pariter cum ſit idem truncus dexter ad truncum ſiniſtrum, vt reciprocè I T, ad T R. Erit & I T, ad T R, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Sed propter parallelas I X, T Z, eſt etiam vt I T, ad T R, ſic X Z, ad Z R. Ergo & X Z, ad Z R, erit vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ. Quarum ergo X Z, eſt numerus parabolæ vnitate auctus, Z R, eſt numerus parabolæ. Sed talium erat M Z, triplus numerus vnitate auctus, & M P, ſextuplus numerus binario auctus. Ergo talium erit M R, quadruplus numerus vnitate auctus, & reliqua R P, duplus numerus vnitate auctus. Eſt ergo M R, ad R P, vt quadruplus numerus vnitate auctus, ad duplum numerum vnitatem auctum. Quod &c.

PROPOSITIO V.

Datis iiſdem, quæ in propoſit. 2. in duplicato trilineo, L k, eſt ad K F, vt vnitas ad numerum trilinei binario auctum.

Quo-



QVoniam enim eſt ex hypotheſi, Fk, ad kH, vt FL, ad duplam LH: ergo & componendo, vt FH, cum HL, ad duplam LH, ſic FH, ad Hk. Et permutando, erit FH, cum HL, ad FH, vt dupla HL, ad Hk. Cum ergo ſit vt tota ad totam, ſic ablata ad ablatam, erit & reliqua ad reliquam, vt tota ad totam. Eſt ergo vt FH, cum HL, ad FH, ſic LF, ad FK. Cum vero ex hypotheſi, ſit FL, ad LH, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem, erit duabus vicibus componendo, FH, cum HL, ad HL, vt numerus trilinei ternario auctus, ad vnitatem. Quare per conuerſionem rationis, erit FH, cum HL, ad FH, vt numerus trilinei ternario auctus, ad numerum binario auctum. Ergo & LF, ad Fk, erit vt numerus ternario auctus, ad numerum binario auctum. Et diuidendo, erit LK, ad kF, vt vnitas, ad numerum binario auctum. Nempe in primo vt 1. ad 3. In ſecundo, vt 1. ad 4. In tertio, vt 1. ad 5. Et ſic in infinitum, augendo conſequens vnitate, & retinendo vnitatem pro antecedenti. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

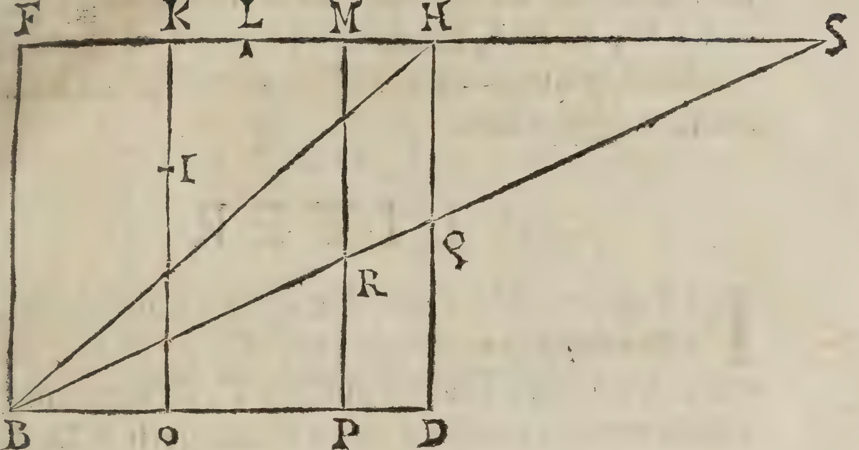
Etiam ex præſenti propoſit. elicitur, k O, altitudinem trunci ſiniſtri EFGB, ſic diuidi ab I, centro grauitatis trunci, vt kI, ſit ad I O, vt vnitas, ad numerum trilinei binario auctum. Eſt enim k I, ad IO, vt L k, ad B O, ſeù ad kF.

Etiam L I, ad I B, erit in eadem ratione. Suppoſito ergo EFG, triangulo, etiam in præſenti elicitur, quod deductum eſt in ſcholio propoſit. 3. circa pyramidem.

PROPOSITIO VI.

Centrum grauitatis trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo parabolico, ſecto vt dictum eſt in propoſit. 2. ſic diuidit eius altitudinem, vt pars non terminans ad baſim, ſit ad reliquam, vt numerus quaternario auctus, ad numerum binario auctum.

ETiam in hac propoſitione diſtinctionis gratia, exponatur in ſequenti figura, tantum parallelogrammum FD, cum cæteris vt in ſchemate ſuperiori, ita vt BFH, gerat vicem trunci ſiniſtri, BHD, verò trunci dexteri. Pariter nunc, k, ſit centrum æquilibrij trunci ſiniſtri, L totius cylindrici; M, trunci dexteri; & dacta MP, altitudine trunci dexteri, ſit R, eius centrum grauitatis. Dico eſſe MR, ad RP,



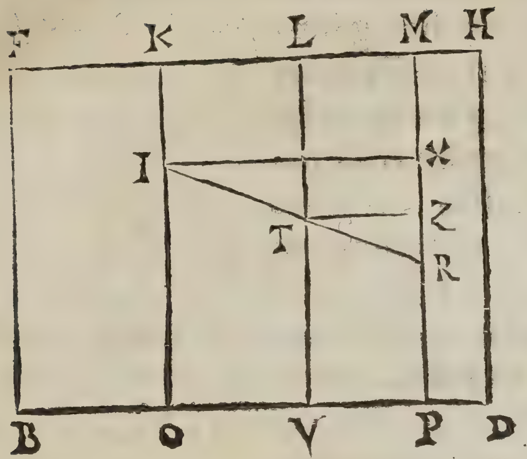
vt numerus trilinei quaternario auctus, ad numerum binario auctum. Nempe vt 5. ad 3. in primo. In ſecundo vt 6. ad 4. In tertio vt 7. ad 5. Et ſic in infinitum augendo ambos terminos vnitate. Ducatur pariter BQ, ad medium punctum HD; in qua cum ſit centrum grauitatis trunci dexteri, quia in ipſa eſt centrum grauitatis omnium parallelogrammorum parallelorum in ſchem. propoſit. anteced. ipſi EC, tranſiet per R. Producatur hæc donec concurrat cum FH, producta in S. Quoniam HQ, eſt æquali QD, & HS, parallela BD, erit etiam ei æqualis, hoc eſt ipſi FH. Cum autem ex ſchol. prim. propoſit. 2. ſit FM, ad MH, vt numerus trilinei binario auctus, ad vnitatem, erit componendo duabus vicibus, FH, cum HM, ad HM; nempe SM, ad MH, vt numerus trilinei quaternario auctus, ad vnitatem.

tem. Sed conuertendo, eſt HM, ad MF, vt vnitas, ad numerum binario auctum. Ergo ex æquali, erit SM, ad MF, ſeù ad BP; hoc eſt MR, ad RP, vt numerus quaternario auctus, ad numerum binario auctum. Quod &c.

ALITER.

IN ſequenti ſchemate, fiat eadem conſtructio, vt in ſecunda probatione propoſit. 4. nempe ducatur LV, in cuius medio puncto T, ſit centrum grauitatis totius cylindrici cuius vicem gerit FD; I, ſit centrum grauitatis trunci ſiniſtri, & ducta ITR, occurrens MP, ſit R, centrum grauitatis trunci dexteri, ex famoſis Archimedis doctrinis in æqueponderantibus. Dico MR, eſſe ad RP, in præfata ratione. TZ, IX, ſint pariter parallelæ FH, BD. Erit ergo kl, ad IO, ex ſchol. propoſit. 5. ſeu MX, ad XP, vt vnitas, ad numerum trilinei binario auctum; nempe vt binarium, ad duplum numerum quaternario auctum. Qualium ergo tota MP, eſt duplus numerus ſenario auctus, MX, eſt binarium; MZ, numerus ternario auctus; & XZ, numerus vnitate auctus. Cum ergo truncus dexter ſit ad truncum ſiniſtrum ex propoſit. pri. lib. 3. reciprocè vt FL, ad LH, nempe vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem; & pariter ſit truncus dexter ad truncum ſiniſtrum reciprocè, vt IT, ad TR. Erit IT, ad TR, & conſequenter XZ, ad ZR, vt numerus

vni-

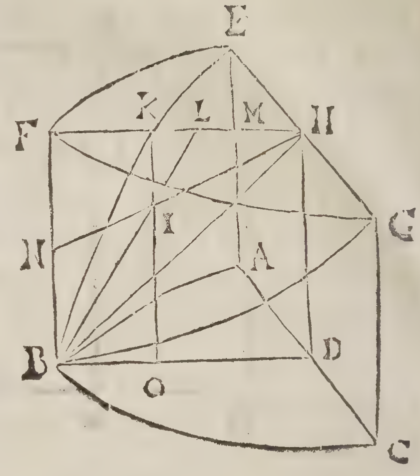


vnitate auctus, ad vnitatem. Qualium ergo XZ, eſt numerus vnitate auctus, ZR, erit vnitas. Sed talium erat MZ, numerus ternario auctus, & tota MP, duplus numerus ſenario auctus. Ergo talium erit MR, numerus quaternario auctus, & RP, reliqua, numerus binario auctus. Diuidit ergo R, centrum grauitatis trunci dexteri BHD, in prædicta ratione ipſam MP. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO VII.

Centrum grauitatis priſmatis, quod eſt dimidium cylindrici exiſtentis ſuper parallelogrammo, ſic diuidit eius altitudinem, vt pars terminata ad baſim, ſit ad reliquam vt 1. ad 2.

 Sup-



SVpponamus EFG, eſſe parallelogrammum, cuius diameter FH, & cylindricus ſuper ipſo exiſtens ſit pariter diuiſus in duos truncos, qui erunt duo priſmata, Patet cum hæc priſmata ſint ſimilia, & æqualia, etiam altitudines ipſorum æqualiter, ac eodem modo ſecari ab ipſorum centris grauitatis. Sit ergo kO, altitudo priſmatis ſiniſtri EFGB, & I, ſit eius centrum grauitatis. Dico kI, eſſe dimidiam IO. Nam Fk, eſt ad KH, vt 1. ad 2. nempe vt 2. ad 4. ex ſchol. prim. propoſit. 2. Sed FL, eſt ad LH, vt 3. ad 3. Ergo Lk, erit ad kF, nempe ad BO, vt 1. ad 2. Sed ob ſimilitudinem triangulorum LkI, BIO, eſt vt LK, ad BO, ſic kI, ad IO. Ergo kI, erit dimidium IO. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed hæc propoſitio eſt etiam manifeſta ex eo, quod priſma dimidium cylindrici, ſeù parallelepipedi exiſtentis ſuper parallelogrammo, aliud non eſt, quam alius cylindricus ſuper triangulo exiſtens. V.g. in ſche-

ſchemate ſequenti, priſma A D B F O k, dimidium parallelepipedi k F, exiſtentis ſuper parallelogrammo D F, aliud non eſt, quam cylindricus, cuius oppoſitæ baſes triangula A D k, O B F. Eius ergo centrum grauitatis erit in medio lineæ iungentis centra grauitatis oppoſitorum triangulorum K D A, O B F. Eius ergo altitudo ſecabitur ab eius centro grauitatis, vt ſecatur linea ducta à k, vertice vſque ad baſim, per centrum grauitatis trianguli tranſiens, à dicto centro grauitatis; nempe vt pars ad k, terminata, ſit ad reliquam, vt 2. ad 1. Hæc ſunt clariſſima. Omittantur ergo.

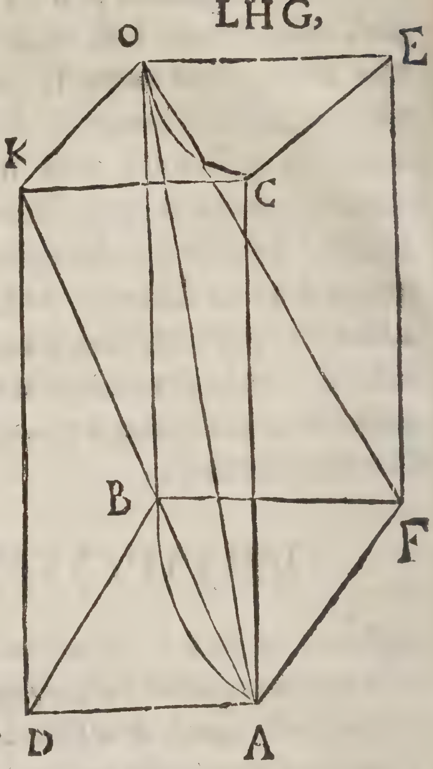
PROPOSITIO VIII.

Poſſumus aſsignare rationes in quibus ſecentur altitudines truncorum cylindricorum ſuper infinitis trilineis parabolicis exiſtentium, ac reſectorum plano diagonaliter tranſeunte per diametrum trilinei, ac per punctum in latere; ab ipſorum centris grauitatis.

ESto quælibet ſemiparabola A B F, cuius baſis A F, diameter B F, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo D F, adeo vt B D A, ſit trilineum cuius diameter B D, baſis D A. Super parallelogrammo intelligatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per A F, & per O K. Hic diuiditur in duo priſmata, ſiniſtrum ADkOFB, & dexterum A k C E F O: & priſma ſiniſtrum, vt

ex-

explicatum fuit in ſcholium 2. propoſit. 2. diuiditur in truncum ſiniſtrum ABFO, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola, & in truncum ADBOK, cylindrici exiſtentis ſuper trilineo ADB, ac reſecti plano tranſeunte per diametrum kO, ac A, punctum in latere. Pariter priſma dexterum diuiditur in truncum dexterum COEFA, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola, & in truncum OkCA, cylin-



drici exiſtentis ſuper trilineo. Truncorum cylindricorum exiſtentium ſuper ſemiparabola, hoc eſt eiuſdem duplicatorum ad partes BE, aſſignauimus ſupra, in quibus rationibus ſecentur ipſorum altitudines ab ipſorum centris grauitatis. Nempe trunci ſiniſtri, in ſchol. propoſit. 3. (truncus enim præſens ABFO, eſt idem cum trunco EFHB, in ſchemate illius propoſit.) trunci vero dexteri in propoſit. 4. Nunc intelligimus oſtendere poſſe doceri, in quibus rationibus ſecentur altitudines truncorum ADBOk, KOCA,

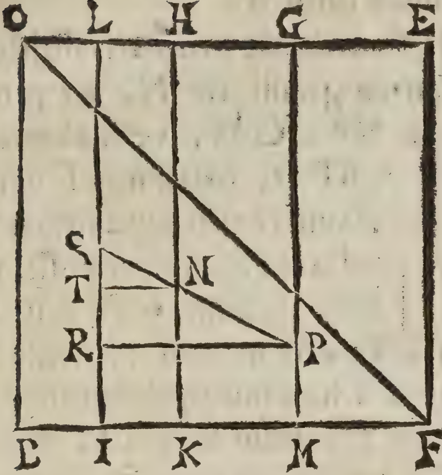
kOCA, ſeù ipſorum ad partes BE, duplicatorum, ab ipſorum centris grauitatis; hoc eſt v. g. in priſmate ſiniſtro, ſuppoſito H, eſſe ipſius centrum æquilibrij; G, trunci ABFO; & L, trunci ADBOK, ſi hæc ſolida appendantur ſecundum OE; patet quod ſi per L, ducatur in plano OF; vſque dum occurrat ipſi BF, parallela OB, EF, in hac eſſe centrum grauitatis duplicati trunci ADBOK, ad partes BE. Hæc linea à nobis nuncupatur altitudo trunci, in qua dicimus poſſe aſſignari, in qua ratione ſecetur à centro grauitatis illius trunci duplicati. Idem intelligatur in priſmate dextero. Sed vt clarius procedamus, exponatur tantum parallelogrammum BE, cum ſuo diametro OF, adeo vt BOF, triangulum nobis repræſentet priſma ſiniſtrum; triangulum OEF, priſma dexterum; HK, ſit altitudo priſmatis ſiniſtri ADBFOk, duplicati ad partes BE, ducta per eius centrum æquilibrij, adeo vt in ipſa ſit centrum grauitatis duplicati priſmatis; GM, ſit altitudo duplicati trunci ABFO; LI, duplicati trunci ADBOk, in quibus pariter ſint ipſorum truncorum centra grauitatis. Sit N, centrum grauitatis duplicati priſmatis; P, vero ſit centrum grauitatis duplicati trunci exiſtentis ſuper ſemiparabola. Ducta ergo PNQ, ſciemus ex Archimede in æqueponderantibus, Q, eſſe centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk, exiſtentis ſuper trilineo. Ducantur PR, NT, parallelæ OE. Ex propoſit. 7. ſcimus, in qua ratione ſecetur HK, ab N,

cen-

centro grauitatis duplicati priſmatis. Pariter ex ſchol. propoſit. 3. ſcimus, in qua ratione ſecetur GM, in P, à centro grauitatis duplicati trunci ABFO. Scimus ergo quænam ſit ratio, quam habet LR, ad RI, & quænam ſit illa, quam habet LT, ad TI. Ex propoſit. 14. lib. 2. ſcimus, quæ nam ſit ratio, quam habet PN, ad NQ (quia ſcimus rationem, quam habet truncus ADBOK, ad truncum ABFO, eſt enim ad ipſum vt exceſſus cylindri ex DF, circa AF, ſupra ſemifuſum ex ABF, circa AF, ad ipſum) & conſequenter, ſcimus eam, quam habet RT, ad TQ, ob parallelisſmum RP, TN. Ergo patet, nos poſſe ſcire, in qua ratione ſecetur LI, à centro grauitatis Q. Sed hæc clarius percipientur in ſcholio ſequenti.

Et hæc quidem in trunco ADBOk. Quomodo autem ſecetur altitudo duplicati trunci AkOC, à ſuo centro grauitatis, ſciemus ſic. Sit Hk, altitudo totius cylindrici exiſtentis ſuper trilineo ADB, & conſequenter eius duplicati ad partes BE, tranſiens per eius centrum æquilibrij H. Ergo in medio puncto N, ipſius HK, erit centrum grauitatis huius duplicati cylindrici. Sit Q, vt prius centrum grauitatis duplicati trunci ADBOK; ſi ergo producatur QN, prius ducta, vſque ad P, erit P, centrum grauitatis duplicati trunci AKOC. Sint rurſum NT, PR, parallelæ vt prius, ipſi OE. Iam ſcimus rationem, quam habet HN, ad NK, ſeù LT, ad TI. Pariter ſcimus rationem, quam

habet



habet L Q, ad Q I. Rationem vero, quam habet P N, ad N Q, ſeu R T, ad T Q, ſcimus ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. in qua aſſignamus rationem, quam habet conicus ex A D B, trilineo reuoluto circa diametrum D B, ad ſolidum ex eodem reuoluto circa F A; ſciemus ergo etiam facile rationem L R, ad R I, ſeù G P, ad P M. Ergo poſſumus ſcire in quibus rationibus ſecentur altitudines prædictorum truncorum duplicatorum ab ipſorum centris grauitatis. Quod &c.

SCHOLIVM.

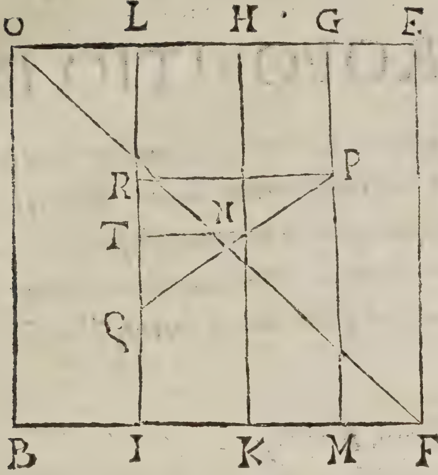
Sed in numeris ſunt hæc omnia exemplificanda, vt clarius, & diſtintius ſupra dicta intelligantur.

Exemplificabimus in parabola quadratica, & prius quidem in trunco ſiniſtro.

In hac, HK, altitudo priſmatis ſiniſtri, ſic ſecatur ab eius centro grauitatis N, ex propoſit. 7. vt HN, ſit dupla NK. GM, vero altitudo duplicati trunci ſiniſtri ABFO, exiſtentis ſuper ſemiparabola, ſic ſecatur ab eius centro grauitatis P, vt GP, ſit ad PM, vt 5. ad 2. ex ſchol. propoſit. 3. Qualium ergo tota LI, eſt 7. talium GP, ſeù LR, erit 5. & HN, ſeù LT, erit 4. cum $\frac{2}{3}$; vnde talium erit TR, $\frac{1}{3}$. Quod ſi hæc multiplicentur per 21. qualium TR, erit 7. talium tota LI, erit 147. LR, 105. & LT, 98. Cum vero ſit PN, ad NQ, ſeu RT, ad TQ, vt truncus ADBOk, ad truncum ABFO, nempe vt exceſſus cylindri ex DF, ad ſemifuſum ex ABF; nempe ex ſchol. prim. propoſit. 14. lib. 2. vt 7. ad 8. qualium RT, erit 7, talium TQ, erit 8. Ergo reliqua LQ, erit talium 90. quia tota LT, talium erat 98. Cum ergo talium tota LI, eſſet 147, reliqua QI, erit 57. ſecatur ergo LI, altitudo trunci duplicati ADBOk, in trilineo parabolico quadratico à Q, eius centro grauitatis, vt LQ, ſit ad QI, vt 90. ad 57. & ſubtriplando terminos, vt 30. ad 19.

Trunci vero dexteri AkOC, duplicati ſic reperiemus rationem in qua ſecetur eius altitudo ab eius centro grauitatis. Hk, altitudo duplicati cylindrici ADBOCk, ſecatur in medio ab eius centro grauitatis N. Qualium ergo tota LI, eſt 49. & LQ,

30.

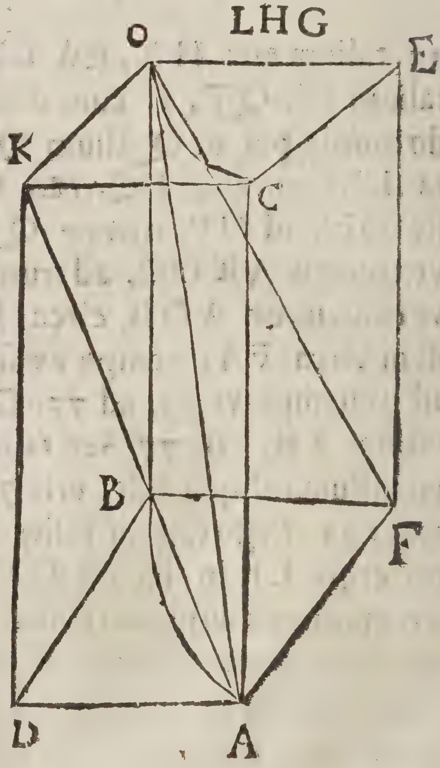


30. talium erit HN, ſeù LT, 24, cum dimidia; & talium erit QT, 5. cum dimidia. Et multiplicando omnia per 6. Qualium QT, erit 33. talium tota LI, erit 294. LQ, 180. & LT. 147. Sed cum ſit QN, ad NP, nempe QT, ad TR, reciprocè, vt truncus AKOC, ad truncum ADBOk; nempe vt conicus ex ADB, circa DB, ad ſolidum ex eodem circa FA; nempe ex ſchol. propoſit. 8. vt 3. ad 7. nempe vt 33. ad 77. Qualium QT, erit 33. talium TR, erit 77. Sed talium LT, erat 147. Ergo talium reliqua LR, erit 70. Sed talium tota LI, erat 294. Ergo talium reliqua RI, erit 224. Secatur ergo LI, in R, ſeu GM, altitudo in P, à centro grauitatis duplicati trunci AkOC, ſic vt GP, pars terminans ad baſim, ſit ad reliquam, vt 70. ad 224. Nempe reducendo ad minimos terminos, vt 5. ad 16.

PROPOSITIO IX.

Poſſumus aſsignare rationes, in quibus ſecentur altitudines truncorum cylindricorum ſuper infinitis ſemiparabolis, quarum exponentes ſint numeri pares, exiſtentium, ac reſectorum plano diagonaliter tranſeunte per diametrum parabolæ, ac per punctum in latere, ab ipſorum centris grauitatis.

SVpponamus ABF, eſſe quodlibet ex infinitis trilineis, cuius baſis AF, diameter BF, cum ſibi circumſcripto parallelogrammo DF, ſic vt BDA, ſit ſemiparabola, cuius diameter BD, baſis DA. Super parallelogrammo ſit cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per AF, & per Ok. Hic diuiditur in duo priſmata, & quodlibet priſma in duos truncos, vt fuſius explicatum fuit in prin-



ꝛincipio propoſit. antecedent. Dicimus nos poſſe ſcire, in quibus rationibus ſecentur altitudines truncorum duplicatorum ad partes B E, exiſtentium ſuper ſemiparabola A D B, cuius exponens ſit numerus par, ab ipſorum centris grauitatis. Etiam nunc claritatis gratia, exponatur parallelogrammum B E, & H K, ſit altitudo duplicati priſmatis ſiniſtri; G M, ſit altitudo duplicati trunci A B F O, exiſtentis ſuper trilineo. Sit N, centrum grauitatis duplicati priſmatis, & P, centrum grauitatis duplicati trunci A B F O. Pariter ſit L, centrum æquilibrij duplicati trunci A D B O K, exiſtentis ſuper ſemiparabola A D B, talis cylindrici, qui ſit ſectus plano tranſeunte per diametrum O K, ſemiparabolæ k O C, & punctum A, in latere (huius enim trunci poſſe nos habere centrum æquilibrij L, patuit in ſchol. 3. propoſit. 2.) In L I, ergo eius altitudine, erit eius centrum grauitatis. Si ergo ducatur P N, quæ producatur vſque ad Q, erit Q, centrum grauitatis duplicati trunci A D B O K. Ducantur N T, P R, parallelæ vt prius. Ex propoſit. 7. ſcimus, in qua ratione ſecetur H k ab, N, ſeù L I, à T. Ex ſchol. propoſit. 5. ſcimus rationem G P, ad P M, ſeu L R, ad R I. Rationem P N, ad N Q, ſeu R T, ad T Q, ſcimus ex prim. parte propoſit. 15. lib. 2. in qua diuidendo, aſſignatur ratio exceſſus cylindri ex D F, ſupra conicum ex trilineo A B F, reuoluto circa baſim A F, ad ipſum poterimus ergo etiam ſcire rationem L Q, ad Q I.

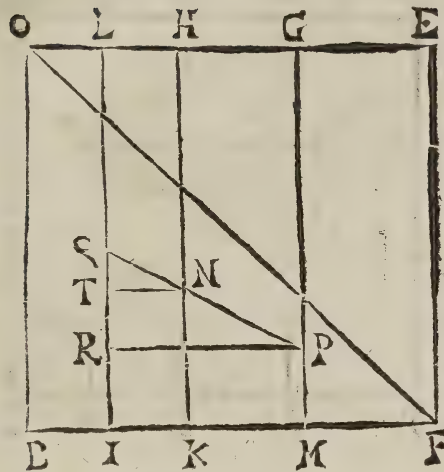
Eo-

Eodem modo, quo factum eſt in propoſit. anteced. poterimus ſcire, quomodo ſecetur altitudo trunci AkOC, ab eius centro grauitatis; ſupponentes Hk, eſſe altitudinem totius cylindrici duplicati exiſtentis ſuper ſemiparabola DBA; Q, eſſe centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk; & GM, eſſe altitudinem duplicati trunci AKOC. Si enim QN, tranſiens per N, medium punctum Hk, producatur vſque ad P, erit P, centrum grauitatis duplicati trunci Ak OC. Sint ergo rurſum RP, TN, parallelæ, vt prius. Iam ſcimus HN, æquari Nk, & LT, æquari TI. Scimus rationem LQ, ad QI. Rationem QT, ad TR, ſcimus ex coroll. 3. propoſit 4. lib. 3. in qua aſſignata fuit ratio, quam habet conoides parabolicum ex ſemiparabola ADB, reuoluta circa DB, diametrum, ad annulum ex eadem reuoluta circa AF. Ergo facile poterimus ſcire rationem LR, ad RI, ſeù GP, ad PM. Quare &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

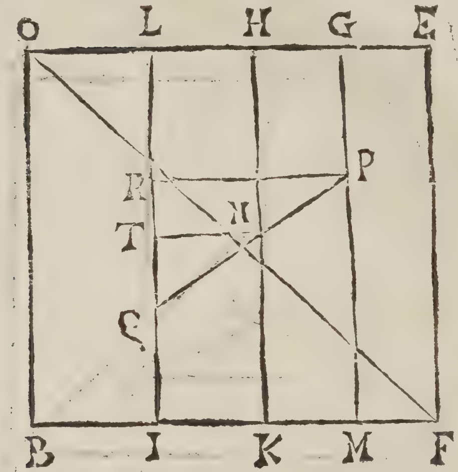
Sed exemplificatio per numeros, vt factum eſt in ſchol. propoſit. anteced. dilucidabit hæc omnia. Supponamus ergo vt prius, nos diſcurrere, & exemplificare in parabola quadratica. HN, eſt dupla Nk (quia altitudo priſmatis) ex propoſit. 7. GP, vero, erit ad PM, vt 4. ad 1. ex ſchol. propoſit. 5.

Qua-



Qualium ergo tota LI, eſt 5. talium HN, ſeu LT, erit 3. $\frac{1}{3}$. LR, 4 & TR, $\frac{2}{3}$. Et qualium TR, erit 5. talium tota LI, erit 37. $\frac{1}{2}$; LT, erit 25; LR, 30. Cum ergo ſit reciprocè PN, ad NQ, ſeù RT, ad TQ, vt truncus ADBOk, ad truncum, ABFO, nempe vt annulus ex ſemiparabola DBA, reuoluta circa AF, ad conicum ex trilineo ABF, circa baſim FA; & cum ſit talis annulus ad talem conicum ex 2. parte propoſit. 15. lib. 2. per conuerſionem rationis, & diuidendo, vt 5. ad 1. Ergo qualium RT, erit 5. talium TQ, erit 1. Cum ergo talium eſſet LT, 25. & LI, 37 $\frac{1}{2}$. Erit talium LQ, 24, & QI, 13. $\frac{1}{2}$ Eſt ergo LQ, ad QI, vt 24. ad 13. $\frac{1}{2}$. nempe vt 16. ad 9.

Trunci vero AKOC, ſic reperietur centrum gra-



grauitatis in numeris. Sit Q, centrum grauitatis duplicati trunci ADBOk, & N, totius duplicati cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola ADB. Qualium ergo LI, eſt 25. talium HN, ſeu LT, dimidia LI, eſt 12. $\frac{1}{2}$ LQ, 16. & QT, 3 $\frac{1}{2}$. Et qualium QT, eſt 3. talium LI, eſt 21. $\frac{3}{7}$. & LQ, 13 $\frac{5}{7}$. Cum ergo ſit vt QN, ad NP, ſeu vt QT, ad TR, ſic reciprocè truncus AkOC, ad truncum ADBOk, nempe conoides ex ſemiparabola DAB, reuoluta circa diametrum DB, ad annulum ex eadem circa AF; & cum ſit conoides ad annulum, vt 3. ad 5. ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. qualium QT, erit 3. talium TR, erit 5. Ergo talium LR, erit 5. $\frac{5}{7}$. Et reliqua RI. erit 15 $\frac{5}{7}$. Erit ergo LR, ad RI, & conſequenter GP, ad PM. vt 5. $\frac{5}{7}$, ad 15. $\frac{5}{7}$, nempe vt 4. ad 11.

PRO-

PROPOSITIO X.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemiparabola quacunque, reſecti plano tranſeunte per baſim ſemiparabolæ, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in baſi aſsignare.

ESto ſemiparabola quæcunque A B C, cuius diameter A B, baſis B C, ſuper C A B, verò intellecto cylindrico recto, ſecto hic diagonaliter plano tranſeunte per baſim C B, & per punctum in latere, diuidat ipſum in duos truncos, & truncus ſiniſter ſit C A B D; huius oportet in baſi A B C, centrum æquilibrij aſſignare. Diuidatur A B, in E, vt A E, ſit ad E B, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum parabolæ, ac per E, ducatur E F, indefinita parallela B C, baſi ſemiparabolæ. Erit ergo in E F, centrum æquilibrij trunci C A B D, ſecundum baſim appenſi, ex ſchol. prim. propoſit. 2. Quoniam vero ex ſchol. propoſit. 1. truncus C A D B, eſt proportionaliter analogus cum ſemifuſo ex C A B, circa C B, & cum omnium ſemifuſorum ſit repertum in C B, centrum grauitatis in propoſit. 31. miſcell. erit quoque repertum in C B, centrum æquilibrij trunci C A D B. Sit hoc G. Si ergo per G, ducatur parallela A B, etiam in ipſa erit centrum æquilibrij illius trunci appenſi ſecundum baſim. Sed & in E F. Ergo in F, vbi ſe ſecant. Inuentum eſt

S ergo

ergo F, centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Quod &c.

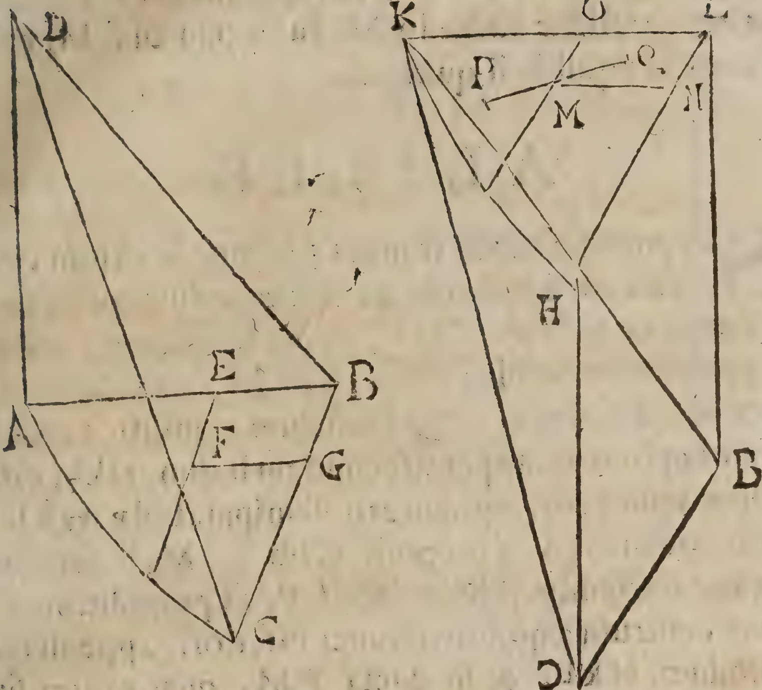
SCHOLIVM.

Si ergo à puncto F, erigatur altitudo trunci æqualis D A, ipſa ſic diuidetur à centro grauitatis trunci, vt diuiſa eſt in propoſit. 3. altitudo trunci duplicati. Quod intelligendum eſt etiam in ſequentibus propoſitionibus, in quibus reperientur centra æquilibrij in baſi dimidij illorum truncorum, quorum duplicatorum reparta fuerunt in altitudinibus centra grauitatis.

PROPOSITIO XI.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici, centrum æquilibrij in baſi reperire.

SEd eſto eiuſdem cylindrici truncus dexter k L H B C, huius oportet in k H L, ſemiparabola, centrum æquilibrij trunci ſecundum ipſam appenſi, reperire. Diuidatur k L, in O, vt ſit K O, ad O L, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum parabolæ, & per O, ducatur O M, indefinita parallela baſi L H. Ergo in ipſa, ex ſchol. prim. propoſit. 2. erit centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Ruſum, quoniam ex ſchol. propoſit. 1. truncus eſt proportionaliter analo-



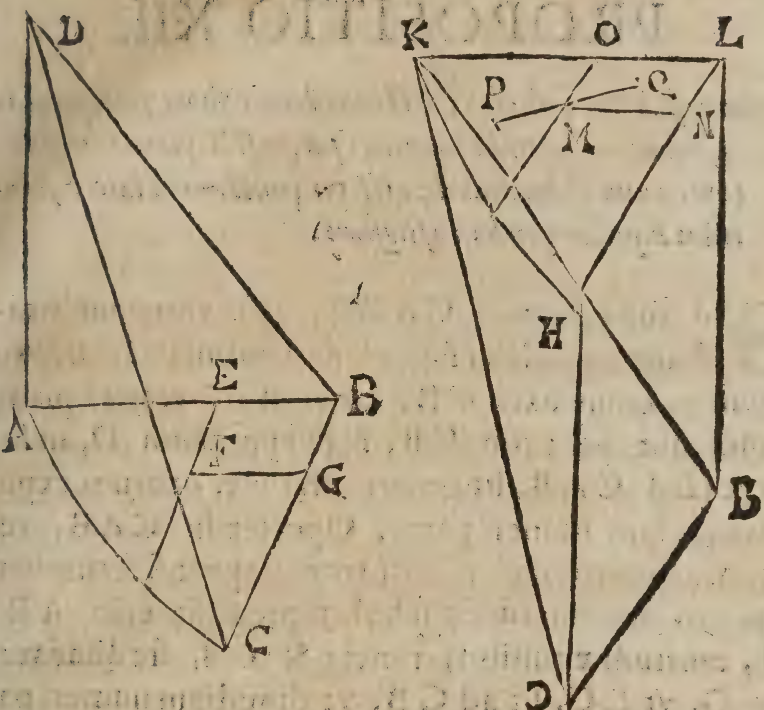
analogus cum annulo orto ex reuolutione ſemiparabolæ H k L, circa ductam per verticem k, ipſe H L, parallelam; ergo H L, ſecabitur eodem modo à centro æquilibrij trunci, ſicuti ſecatur axis illius annuli à centro grauitatis ipſius. Diuidatur ergo L H, in N, vt ſit L N, ad N H, vt duplus numerus parabolæ vnitate auctus, ad duplum numerum ternario auctum, ſicuti ex propoſit. 18. lib. 4. ſecatur prædictus axis à centro grauitatis annuli ex ſemiparabola,

circa ductam per verticem baſi parallelam, & per N, ducatur parallela axi kL, ſemiparabolæ, occurrens priori parallelæ ductæ in M. Patet punctum M, eſſe centrum æquilibrij quæſitum.

ALITER.

SVpponamus duos truncos, nempe ſiniſtrum, & dextrum ſimul vniri ad reſtituendum totum cylindricum, vt baſis KHL, nobis repræſentet vnam oppoſitarum baſium totius cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola. Ergo centrum æquilibrij totius huius cylindrici appenſi ſecundum baſim HkL, erit idem cum centro grauitatis ſemiparabolæ HkL. Inuenietur ergo ex propoſit. 5. lib. 3. M, centrum grauitatis ſemiparabolæ, & ſit P, ex propoſit. anteced. centrum æquilibrij trunci inferioris appenſi ſecundum HkL, & ſit ducta PM, quæ taliter ſit producta ad Q, vt ſit reciprocè QM, ad MP, vt truncus inferior ad ſuperiorem. Erit ex Archimede in æqueponderantibus, Q, centrum æquilibrij trunci ſuperioris HKLBC, appenſi ſecundum HkL. Patet ergo, qualiter dato centro æquilibrij in baſi alterutrius truncorum, ſtatim poſſimus ex proportione truncorum ad inuicem, aſſignare in eadem baſi centrum æquilibrij alterius trunci.

Sed rationem truncorum ad inuicem cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola quacumque, & per baſim ſemiparabolæ, & punctum in latere reſecti, habemus



bemus ex coroll. pri. propoſit. 4. lib. 3. vbi aſſignantur rationes repertæ inter infinitos fuſos parabolicos, & infinitos annulos ex ſemiparabolis reuolutis circa ipſas in vertice tangentes.

Per M, ducta altitudine trunci, habebimus ex propoſit. 4. in qua ratione ſecetur à centro grauitatis trunci.

PROPOSITIO XII.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemiparabola, cuius exponens ſit numerus par, reſecti plano tranſeunte per axim ſemiparabolæ, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in baſi aſsignare.

SEd ſupponamus CADB, eſſe truncum ſiniſtrum cylindrici ſuper ſemiparabola CAB, exiſtentis, cuius axis CB, baſis AB, reſecti plano tranſeunte per axim CB, & per punctum D, in latere; ſed CAB, ſit generis illarum, quarum exponentes ſunt numeri pares. Oportet in CAB, reperire centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum ipſam. Inueniatur ex ſchol. 3. propoſit. 2. in AB, E, centrum æquilibrij trunci; & CB, ſic diuidatur in G, vt CG, ſit ad GB, vt dimidium numeri parabolæ vnitate auctum, ad dimidium numeri parabolæ. Erit G, ex propoſit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis orti ex reuolutione ſemiparabolæ CAB, circa CB. Si ergo per puncta E, G, ducantur parallelæ BC, & BA, punctum F, in quo ſe ſecant, erit centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Quod &c.

Per F, erecta altitudine, habebimus in ipſa centrum grauitatis ex propoſit. 9.

PROPOSITIO XIII.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici, centrum æquilibrij in baſi aſsignare.

TRunci dexteri HkLBC, eiuſdem cylindrici, ſic inueniemus centrum æquilibrij in HkL. Ex ſchol. 3. citat. propoſit. 2. inueniemus in kL, baſi ſemiparabolæ O, centrum æquilibrij trunci. Cum vero truncus ſit proportionaliter analogus cum annulo orto ex ſemiparabola reuoluta circa ductam per extremitatem K, HL, diametro parallelam, axis talis annuli, ſecabitur in eadem ratione, in qua ſecatur HL, à centro æquilibrij trunci. Sed ex propoſit. 33. miſcell. habetur, in qua ratione ſecetur axis illius annuli. Ergo habebimus etiam punctum N, centrum æquilibrij trunci. Si ergo, vt prius, ducamus OM, NM, parallelas kL, HL, ſeſe ſecantes in M; erit inuentum M, centrum æquilibrij trunci prædicti.

ALITER.

SVpponamus rurſum, duos truncos vniri, vt M, ſit centrum ſemiparabolæ, & conſequenter totius cylindrici. Sit pariter P, centrum æquilibrij trunci ſiniſt i; ſi PM, ducatur, & ſic producatur ad Q, vt ſit reciprocè QM, ad MP, vt truncus ſiniſter

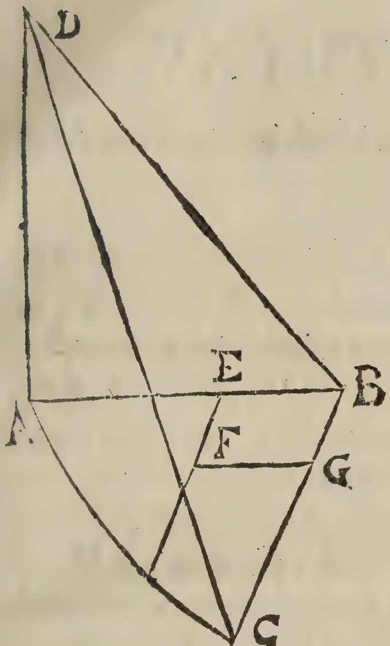
ſter, ad truncum dexterum; erit Q, centrum æquilibrij prædictum. Sed ratio trunci ad truncum habetur ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 2. in qua aſſignatur ratio, quam habet quodlibet conoides parabolicum, ad annulum cuiuslibet ſemiparabolæ, reuolutæ circa parallelam diametro ductam per extremitatem baſis.

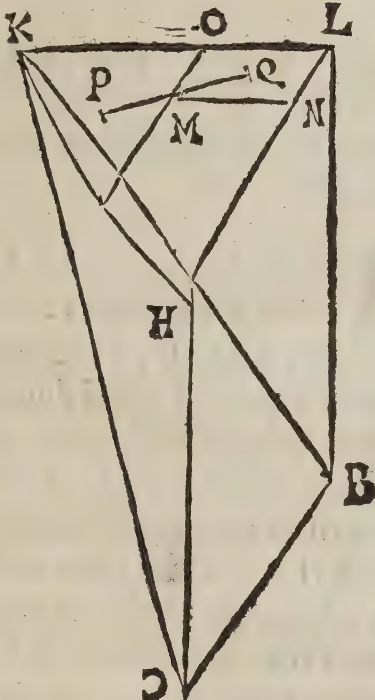
Centrum grauitatis in altitudine trunci demiſſa à puncto M, habetur ex propoſit. 9.

PROPOSITIO XIV.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper trilineo parabolico, cuius exponens ſit numerus par, reſecti plano tranſeunte per baſim trilinei, & punctum in latere, centrum æquilibrij in baſi aſſignare.

SEd ſupponamus C A B, eſſe quodlibet ex infinitis trilineis, cuius exponens ſit numerus par, & cuius axis ſit A B, baſis B C, & pariter ſupponamus C A D B, eſſe truncum ſiniſtrum cylindrici recti exiſtentis ſuper trilineo, & reſecti plano tranſeunte per C B, baſim trilinei, & per punctum in latere; huius oporteat reperire centrum æquilibrij in baſi, ſecundum ipſam appenſi. Diuidatur A B, in E, vt ſit A E, ad E B, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Erit ergo in E F, parallela B C, centrum æquilibrij talis trunci, ex ſchol. prim. propoſit. 2. Cum autem truncus ſit proportionaliter analogus





logus cum conico orto ex reuolutione trilinei **CAB**, circa baſim BC; & cum in ſchol. propoſit. 33. miſcell. aſſignatus fuerit modus reperiendi G, centrum grauitatis illius conici: erit conſequenter patefactus modus inueniendi G, centrum æquilibrij illius trunci. Si ergo per G, ducatur parallela AB, ſecans EF, in F. Erit inuentum F, centrum æquilibrij quod quærebatur. Quod ſi ab ipſo erigatur altitudo

T trunci,

trunci, in ipſa habebimus ipſius centrum grauitatis ex propoſit. 5.

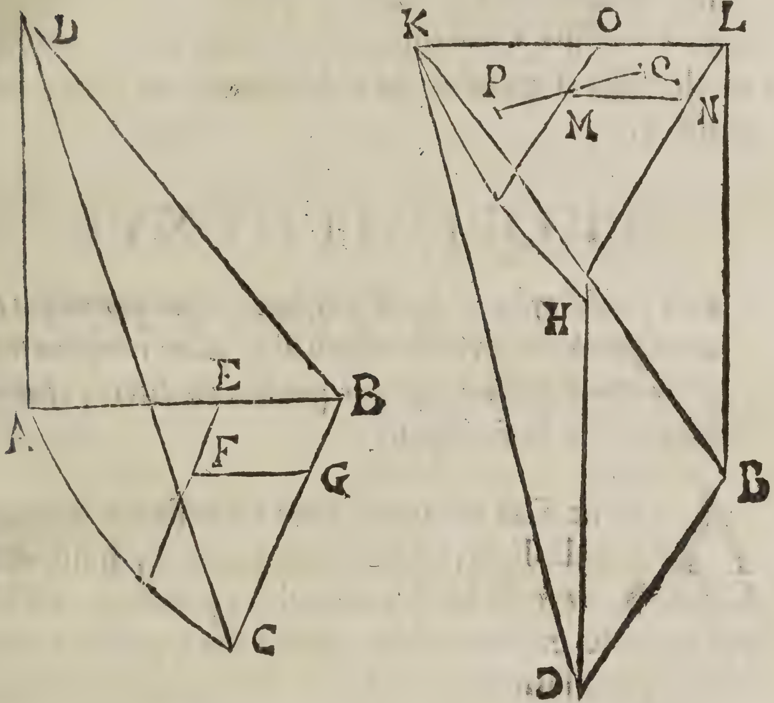
PROPOSITIO XV.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici, centrum æquilibrij in baſi reperire.

TRunci dexteri H K L B C, ſic reperiemus centrum æquilibrij. Diuidatur K L, in O, vt ſit k O, ad O L, vt numerus trilinei binario auctus ad vnitatem. Ergo ſi ducatur O M, parallela L H, erit in ipſa, ex ſchol. prim. propoſit. 2. centrum æquilibrij prædicti trunci. Cum vero truncus ſit proportionaliter analogus cum ſolido orto ex rotatione trilinei H k L, circa axim conoidis; ſecabitur L H, ab N, centro grauitatis trunci, ſicuti ſecatur axis conoidis, à centro grauitatis ſolidi ex trilineo ſic reuoluto. Sed ex propoſit. 15. lib. 4. axis conoidis ſic ſecatur à centro grauitatis illius ſolidi, vt pars ad verticem, ſit ad reliquam, vt dimidium numeri conoidis, ſeù trilinei vnitate auctum, ad ſeſquialterum numeri conoidis vnitate auctum. Ergo & ſic N, centrum æquilibrij trunci, ſecabit L H. Secetur ergo ſic in N, Si per N, ducatur N M, parallela K L, punctum M, occurſus cum priori parallela, erit centrum quæſitum.

ALI-

ALITER.



SEd etiam nunc, ſupponentes ambos truncos coniungi ad conſtituendum totum cylindricum, huius habebimus M, centrum æquilibrij totius cylindrici, quia ex propoſit. 8. lib. 3. habemus etiam M, centrum grauitatis trilinei HKL. Si ergo ſit P, centrum æquilibrij trunci inferioris, iuncta

PM, & producta ad Q, in ratione reciproca truncorum; repertum erit Q, centrum æquilibrij trunci dexteri. Ratio autem truncorum aſſignata fuit in coroll. 2. prop. 4. lib. 3. in qua tradita fuit ratio ad inuicem ſolidorum ex trilineo circa baſim KL, & circa axim conoidis. Centrum grauitatis in altitudine trunci demiſſa à puncto M, habemus ex citat. propoſit. 5.

PROPOSITIO XVI.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper quocunque trilineo parabolico, reſecti diagonaliter plano tranſeunte per diametrum trilinei, & per punctum in latere, centrum æquilibrij in baſi aſsignare.

AST, ſit CAB, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius diameter CB, baſis AB, CADB, vero ſit truncus ſiniſter cylindrici recti ſuper trilineo exiſtentis, ac plano diagonaliter tranſeunte per diametrum BC, ac D, punctum in latere reſecti. Huius trunci oportet in CAB, centrum æquilibrij adinuenire. Ex ſchol. 2. propoſit. 2. inueniatur in AB, baſi trilinei E, centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum AB. Si ergo ducatur EF, parallela BC, in ipſa erit centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Pariter, quia truncus eſt proportionaliter analogus cum conico orto ex rotatione trilinei ABC, circa diametrum BC, CB, di-

uide-

uidetur à centro æquilibrij trunci, ſicut ſecatur à centro grauitatis conici. Diuidatur CB, in G, vt ſit CG, ad GB, vt duplus numerus conici vnitate auctus, ad vnitatem. Ergo ex propoſit. 17. lib. 4. G, erit centrum grauitatis conici, & conſequenter æquilibrij trunci. Si ergo per G, ducatur GF, parallela AB, occurrens EF, in F. Erit F, centrum æquilibrij quæſitum. Inuentum eſt ergo, &c. Centrum grauitatis in altitudine, ſicut in prop. ſequenti inuenietur ex propoſit. 8.

PROPOSITIO XVII.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici, centrum æquilibrij in baſi aſsignare.

SEd trunci dexteri ſic reperietur centrum æquilibrij. Inueniatur, ex ſchol. 2. propoſit. 2. O, centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum kL, adeovt in OM, parallela diametro LH, ſit centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Cum vero talis truncus dexter ſit proportionaliter analogus cum ſolido orto ex rotatione trilinei circa baſim ſemiparabolæ, quod ſolidum, eſt exceſſus cylindri circumſcripti ſemifuſo parabolico ſupra ipſum: ergo HL, ſic ſecabitur à centro æquilibrij trunci appenſi ſecundum HL, ſicuti ſecatur baſis ſemiparabolæ à centro grauitatis ſolidi ex trilineo HkL, circa ipſam reuoluto. Sed inuenire centrum grauitatis

tatis

tatis prædicti ſolidi docuimus in ſchol. propoſit. 31. miſcell. Ergo docuimus conſequenter reperire punctum N, centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum HL. Quod ſi per N, ducatur NM, parallela baſi KL, incidens in priorem in M. Erit M, punctum quæſitum.

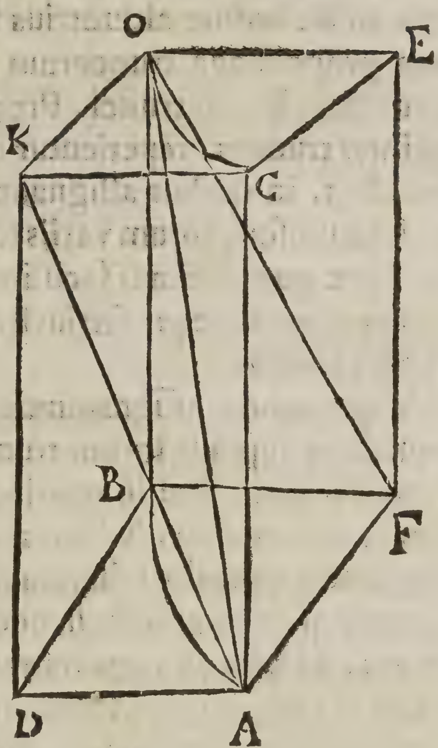
ALITER.

SEd conſequenter ad ſæpe dicta, aliter reperiemus centrum talis trunci dexteri, ſi mente intelligemus vniri ambos truncos ad conſtituendum totum cylindricum, cuius habebimus centrum æquilibrij, M; quia pariter ex propoſit. 8. lib. 3. habemus M, centrum æquilibrij trilinei. Cum ergo ex propoſit. anteced. habeamus etiam P, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri, ſi vnitis punctis P, M, linea PM, ac ipſa producta ad Q, fiat reciprocè QM, ad MP, vt truncus ſiniſter, ad truncum dexterum. Erit Q, centrum æquilibrij trunci dexteri. Ratio vero trunci ad truncum habetur in calce ſchol. propoſit. 8. lib. 3.

SCHOLIVM.

Adinuenimus ergo centra æquilibrij in baſi prædictorum truncorum. Sed hæc centra alio modo potuiſſent reperiri vnum ex alio. Quod vt intelligamus, inſpiciatur ſchema ſequens, in quo prius ſuppona-

ponamus ABF, eſſe ſemiparabolam, cuius diameter ſit BF, baſis AF, & cui ſit circumſcriptum parallelogrammum DF, & tam ſuper ipſo, quam ſuper ſemiparabola, intelligamus cylindricos rectos æquealtos ſectos diagonaliter plano tranſeunte per baſim AF, & per kO. Patet occulariter parallelepipedum diuidi in duo priſmata; & cylindricos vtroſque ſuper ſemiparabola, & ſuper trilineo, in ſuos



truncos dexteros, & ſiniſtros; & priſma quodlibet conſtare ex duobus horum truncorum, vt ſupra explicatum fuit in ſchol. 2. propoſit. 2. Cum ergo v. g. priſmatis ſiniſtri ADkOFB, habeamus ex propoſit. 2. centrum æquilibrij in baſi DF; reperto in eadem baſi DF, centro æquilibrij alterutrius trunci ſiniſtri, nempe vel ADBOk, vel ABFO: ſtatim ex ſola proportione, quæ reperitur inter ipſos truncos, facillime eliciemus centrum alterius trunci. Sic quoniam ex propoſit. 7. habemus in altitudine priſ-

matis

matis eius centrum grauitatis, reperto centro grauitatis in altitudine alterutrius trunci ſiniſtri, ex eadem proportione truncorum reperiemus centrum grauitatis alterius trunci. Proportiones verò cadentes inter truncos, rêperientur in varijs propoſitionibus lib. 3. in quibus aſſignantur rationes cylindrorum circumſcriptorum varijs ſolidis rotundis, ad ipſa. Hæc quæ diximus facillime fient manifeſta peritis geometris, ac præſertim ijs, qui inſpexerint aliàs à nobis ſcripta.

Vſque modo aſſignauimus punctum præciſum æquilibrij ſupradictorum truncorum, in ſequenti propoſit. ſicuti ferè in omnibus ſequentibus, non punctum præciſum, ſed lineas dumtaxat, in quibus ſint centra ęquilibrij innumerabilium truncorum, quorum aliquos comprehendemus ſequenti propoſitione. Et licet non reperiamus punctum pręciſum, attamen non putamus ſequentes cognitiones à geometria poſtergandas eſſe, dummodo cupiat nouis cognitionibus, cuiuslibet ſint amplitudinis, promoueri. Sed quorumdam ſequentium truncorum, reperiemus etiam puncta præciſa, quæ ſint & centra æquilibrij, & grauitatis.

PRO-

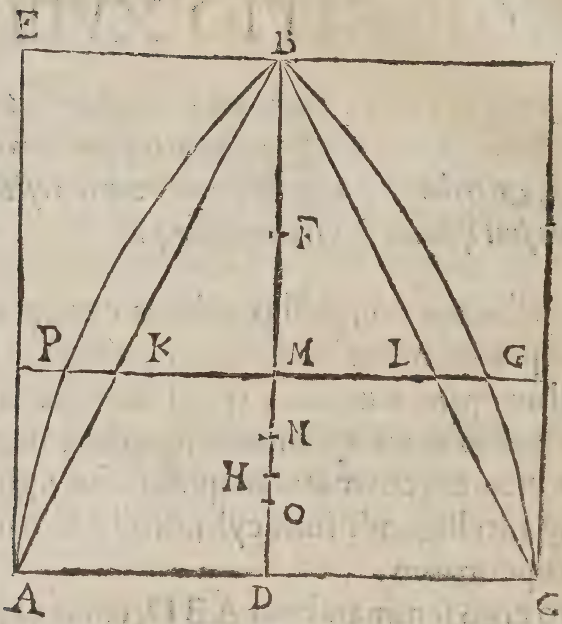
PROPOSITIO XVIII.

Aſsignare lineas in baſi nonnullorum truncorum cylindricorum rectorum ſuper diuerſis ſegmentis infinitarum parabolarum, & trilineorum exiſtentium variè reſectorum, in quibus ſint ipſorum centra æquilibrij.

IN ſuperioribus dum aſſignauimus centra æquilibrij ſupradictorum truncorum, exhibuimus in ſchematibus ipſos truncos, quod non faciemus in hac, & in multis alijs ſequentium propoſitionum; ſed tantum ponemus ſchemata, in quibus ſint figuræ, ſuper quibus intelligendi ſunt cylindrici, & trunci ad modum ſuperiorum.

1. Eſto ergo ſemiparabola A B D, cuius exponens ſit numerus par, quæ ſit ſecta P M, parallela baſi A D; intelligamus ſuper ſegmento A P M D, cylindricum rectum, ſectum plano diagonaliter tranſeunte per M D, & per punctum in latere erecto à puncto A. Trunci ſiniſtri huius cylindrici habebimus in M D, centrum æquilibrij appenſi ſecundum M D. Ratio eſt, quia ex dictis in ſchol. propoſit. prim. talis truncus ſiniſter, eſt proportionaliter analogus cum ſegmento conoidis A P G C. Sed talis ſegmenti aſſignauimus centrum grauitatis in ſchol. propoſit. 15. lib. 4. ergo habebimus etiam centrum æquilibrij in M D, illius trunci ſiniſtri. Immo ex eodem ſchol. habemus particulariter, quod ſi A B D, ſit ſemipa-

 rabola



rabola quadratica, & H, ſit centrum prædictum: hoc ſic ſecabit M D, vt M H, ſit ad H D, vt duplum quadratum A D, cum quadrato P M, ad duplum quadratum P M, cum quadrato A D. Si ergo per H, ducatur parallela A D: patet in ipſa, eſſe centrum æquilibrij trunci appenſi ſecundum baſim. Quod pariter verificabitur in alijs truncis infra tradendis, quod ſemper intelligendum volumus, licet à nobis, breuitatis cauſa, non replicabitur. Verum, quodnam punctum prædictæ lineæ, ſit centrum ęquilibrij præciſum, vſque nunc ignoramus.

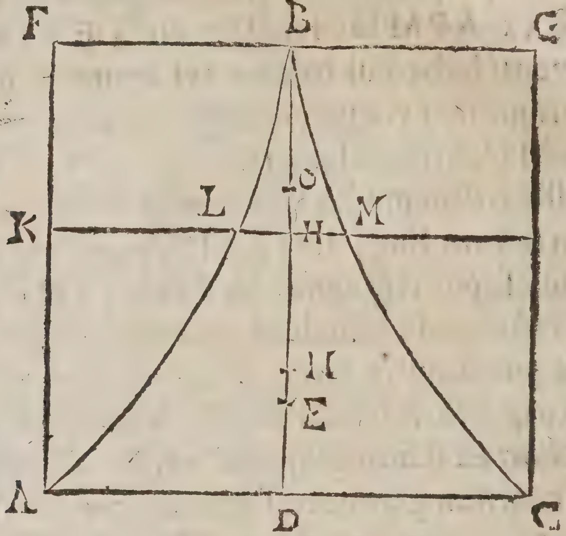
2. Sed non modo habemus in M D, centrum

æqui-

æquilibrij trunci ſiniſtri, ſed etiam trunci dexteri. Nam hic eſt proportionaliter analogus cum ſegmento annuli ex APMD, reuoluto circa EA. Sed huius ſegmenti habemus in eius axi centrum grauitatis, ex propoſit. 35. miſcell. Quare & centrum æquilibrij in MD, trunci dexteri.

3. Eſto trilineum ABD, cuius diameter BD, ſit autem ſectum linea LH, AD, parallela, & intelligamus ſuper ſegmento ALHD, cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per DH, & punctum in latere. Habebimus in HD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri huiuſmodi cylindrici. Nam ex ſchol. propoſit. 18. lib. 4. habemus in HD, centrum grauitatis ſegmenti conici ALMC. Quinnimo ex dictis in eodem ſchol. poſſumus ampliare propoſit. 25. lib. 3. de centro grauitatis ſolidorum *Lucæ Valerij*, ad truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper trapezio ordinario, vt ex dictis loc. citato poteſt conſpici.

4. Sed non modo habebimus in HD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri prędicti cylindrici, ſed etiam trunci dexteri; quod vtique oſtendemus dari, quotieſcunque demonſtrabimus centrum grauitatis in kA, ſolidi orti ex rotatione ALHD, circa KA. Sic enim ſecatur kA, à centro grauitatis huius ſolidi rotundi, ſicuti ſecatur HD, à centro æquilibrij prædicti trunci dexteri. Solidi vero ex ALHD, reuoluto circa KA, ſic inueniemus centrum grauitatis. In kA, & in eius puncto medio, habemus



centrum grauitatis cylindri ex parallelogrammo k D. Pariter ex propoſit. 37. miſcell. habemus in k A, centrum grauitatis portionis fuſi orti ex reuolutione portionis minoris k L A, circa k A. Quotieſcunque ergo nobis etiam erit nota ratio ſolidi ex A L H D, circa K A, ad dictam portionem fuſi, ſciemus conſequenter quodnam ſit in k A, centrum grauitatis ſolidi ex A L H D, circa k A. Sed rationem ſolidi ex A L H D, ad prædictam portionem fuſi, habemus ex ſchol. propoſit. 13. lib. 3. Cum enim ibi ſit aſſignata ratio, quam habet cylindrus ex k D, ad ſolidum ex A L H D, circa k A; diuidendo, aſſignata pariter erit ratio, quam habet portio fuſi ex k L A,

circa

circa kA, ad ſolidum ex ALHD, circa eandem kA.

5. Sed ſupponamus CBZ, eſſe quamlibet ex infinitis parabolis, cuius diameter Bk, & ſuper parabola intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter per ZC, & punctum in latere. Habemus duos truncos, nempe ſiniſtrum, & dextrum, quorum aſſignata fuerunt in parabola CBZ, centra æquilibrij in propoſit. 2. Ducatur QM, parallela diametro Bk, & per ipſam intelligamus tranſire planum ad parabolam erectum, ſecans ambos truncos. Ergo etiam pars cylindrici, cuius baſis CQM, portio minor parabolæ, habebit ſuas partes truncorum. Cum ergo ex ſchol. propoſit. prim. truncus ſiniſter cylindrici exiſtentis ſuper CBZ, ſit proportionaliter analogus cum fuſo ex CBZ, circa CZ, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales; & pariter truncus dexter ſit ſic proportionaliter analogus cum ſolido rotundo ARBZC: ſequitur etiam partem trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper CQM, eſſe proportionaliter analogam cum portione fuſi ex CQM, circa MC; & pariter partem trunci dexteri, eſſe proportionaliter analogam cum portione annuli ex CQM, circa GD. Cum ergo ex propoſit. 37. miſcell. habeamus in MC, centrum grauitatis portionis fuſi ex QMC, portione circa MC; habebimus etiam in MC, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper CQM. Item, cum ex ſchol. propoſit. 18. lib. 4. in

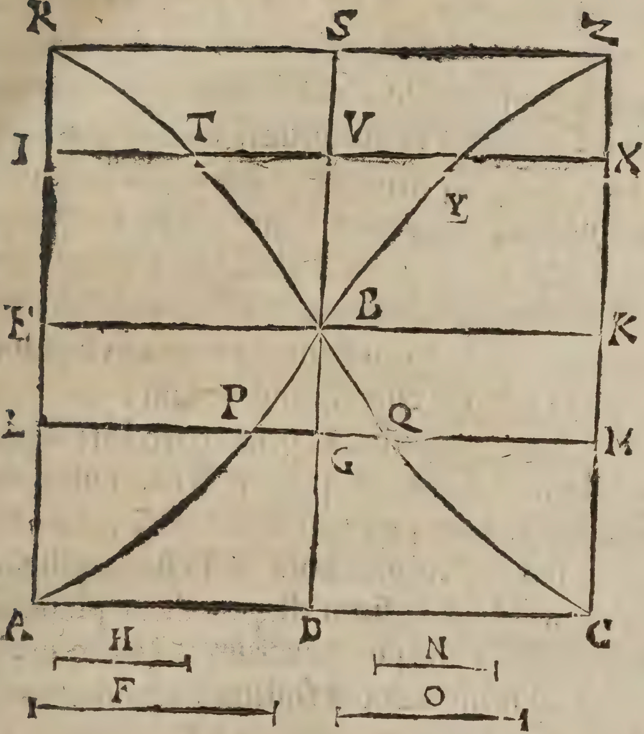
fine,

fine, habeamus in G D, centrum grauitatis ſegmenti annuli ex portione M Q C, reuoluta circa G D; habebimus conſequenter in M C, centrum æquilibrij portionis trunci dexteri cylindrici exiſtentis ſuper C Q M. Item reliqua pars trunci ſiniſtri, nempe ea, cuius baſis eſt portio maior M Q B Z, eſt proportionaliter analoga cum portione fuſi ex MQBZ; ſicuti reliqua pars trunci dexteri, eſt proportionaliter analoga cum portione annuli ex eadem portione maiori. Ergo ex citat. propoſit. 37. miſcell. habebimus in Z M, centrum æquilibrij illius portionis maioris trunci ſiniſtri; quia ibidem aſſignauimus in Z M, centrum grauitatis portionis maioris fuſi ex MQBZ. Pariter ex citat. ſchol. propoſit. 18. lib. 4. habebimus in Z M, centrum æquilibrij prædictæ portionis maioris trunci dexteri, quia habemus in S G, centrum grauitatis portionis annuli ex M Q B Z, circa S G.

6. Si intelligamus etiam duci planum per B K, ad parabolam erectum, habebimus in K M, centra æquilibrij amborum truncorum partis cylindrici, cuius baſis ſegmentum ad diametrum Q B k M. Siniſtri ex citat. propoſit. 37. miſcell. in qua aſſignatur in k M, centrum grauitatis partis fuſi ortæ ex reuolutione M Q B K, circa k M. Dexteri vero ex ſchol. citat. propoſit. 18. lib. 4. in qua aſſignatur in B G, centrum grauitatis partis annuli ortæ ex reuolutione eiuſdem ſegmenti circa B G.

7. Si ducamus etiam Y X, B k, parallelam, per quam intelligamus tranſire planum ad parabolam

ere-

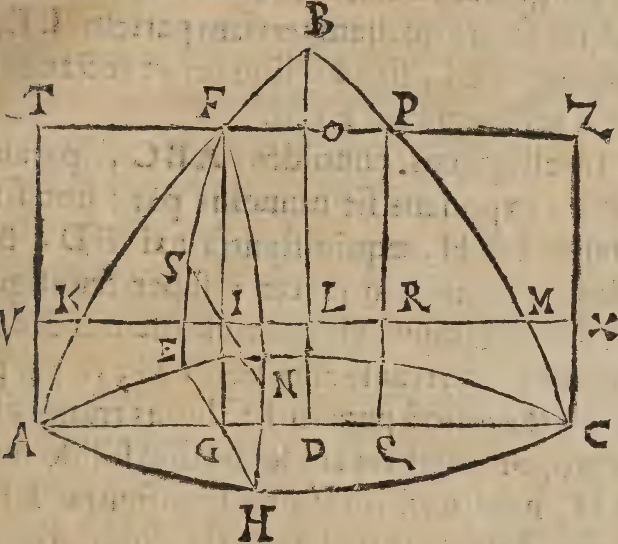


erectum: ex locis citat. habebimus centra æquilibrij in XM, ſegmentorum prædictorum truncorum contentorum inter plana per QM, & per YX. Segmenti trunci ſiniſtri, quia in citat. propoſit. miſcell. aſſignauimus in XM, centrum grauitatis ſegmenti intermedij fuſi ex MQYX, reuoluto circa XM. Segmenti vero trunci dexteri, quia in loc. citat. lib. 4. aſſignauimus in VG, centrum grauitatis ſegmenti

ti annuli ex eodem ſegmento parabolæ.

8. Si mente intelligamus duci aliam parallelam Bk, contentam inter BK, YX, ædeo vt ducta, & YX, intercipiant ſegmentum intermedium parabolæ, & per talem lineam ductam intelligamus tranſire planum ad normam ſuperiorum; ab hoc plano, & à ducto per YX, continebitur pars quædam prædictorum truncorum, quorum itidem in parte Xk, ipſis truncis correſpondente habebimus centra æquilibrij dictorum ſegmentorum truncorum; quia ex locis ſupra citatis, habemus centra grauitatis ſolidorum rotundorum truncis correſpondentium.

9. In ſchem. propoſit. 2. prim. part. intelligamus ſemiparabolam quamcunque, ABD, cuius exponens ſit numerus par, quæ ſit ſecta FG, axi BD, parallela; ſuper ſemiparabola ADB, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Huius truncus ſiniſter, eſt proportionaliter analogus cum conoide ABC. Intelligamus per FG, tranſire planum erectum parabolæ genitrici, quod vtique ſecabit illum truncum in duas partes, quarum illa exiſtens ſuper portione minori AFG, erit proportionaliter analoga cum annulo ex AFG, reuoluta circa OD. Huius portionis illius trunci ſiniſtri, habemus in OD, centrum æquilibrij, quia in ſchol. prim. citat. propoſit. aſſignatum fuit in OD, centrum grauitatis annuli AFGQPC. Particularius autem habebimus ex loc. citat. ſi ABD, ſit



ſit ſemiparabola quadratica, ſemper O D, ſic ſecari à centro æquilibrij partis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper A F G, vt pars terminata ad O, ſit ſemper reliquæ dupla.

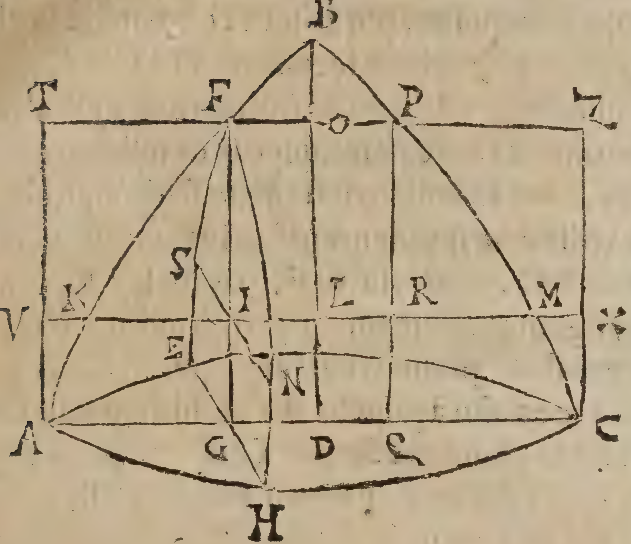
10. Si prædicta pars trunci ſuper A F G, exiſtens, ſecetur plano parallelo A E C H, habebimus ex ſchol. 2. citat. propoſit. in fine, in L D, centrum æquilibrij partis illius trunci exiſtentis ſuper AkIG. Et particularius habemus, quod in parabola quadratica, L D, à tali centro æquilibrij ſic ſecabitur, vt pars terminata ad L, ſit ad reliquam, vt duplum rectangulum A G C, cum rectangulo K I M, ad

X du-

duplum rectangulum k I M, cum rectangulo A G C. Pariter colligemus ex dicto ſchol. tale centrum æquilibrij taliter ſecare mediam tertiam partem L D, vt pars propinquior L, ſit ad reliquam, vt rectangulum A G C, ad rectangulum k I M.

11. Intelligamus conoides A B C, paraboliсum, cuius exponens ſit numerus par; hoc ſit ſectum plano E F H, æquidiſtanter axi B D, & ad parabolam genetricem erecto; ſuper ſemifiguram E F G, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per F G, & per punctum in latere erecto à puncto E: huius truncus ſiniſter erit proportionaliter analogus cum ſolido rotundo E F H, genito ex rotatione ſemifiguræ E F G, circa F G. Trunci ſiniſtri præfati cylindrici appenſi ſecundum F G, habebimus in F G, centrum æquilibrij. Hoc vero habebimus ex ſchol. 2. cit. propoſit. in principio. Sicuti ſecto tali trunco, plano S N, parallelo E H; etiam ſegmentorum huius trunci, habebimus in partibus F G, correſpondentibus, centra æquilibrij.

12. Sit ſemiparabola quæcunque A B D, cuius axis A D, baſis B D, cui ſit ducta parallela F G: ſuper A B D, ſemiparabola intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto A. Si intelligemus truncum ſiniſtrum ſecari alio plano inſiſtente ipſi F G, ac erecto ſemiparabolæ; portio huius trunci exiſtens ſuper ſemiparabola ad verticem



ticem AFG, erit proportionaliter analoga cum annulo AFGQPC, orto ex rotatione ſemiparabolæ ad verticem circa BD. Ex propoſit. 13. prim. part. habebimus in OD, centrum æquilibrij ſegmenti illius trunci ſiniſtri. Sicuti intellecto ſemifuſo parabolico ABC, ſectoque ipſo, ſemifigura EFG, æquidiſtanter BD, ad ſemiparabolam ABD, erecta, ac ſuper ſemifigura EFG, intellecto cylindrico recto ſecto diagonaliter plano tranſeunte per FG, & per punctum in latere erecto à puncto E; trunci ſiniſtri huius cylindrici habebimus, ex ſchol. citat. propoſit. in FG, centrum æqui-

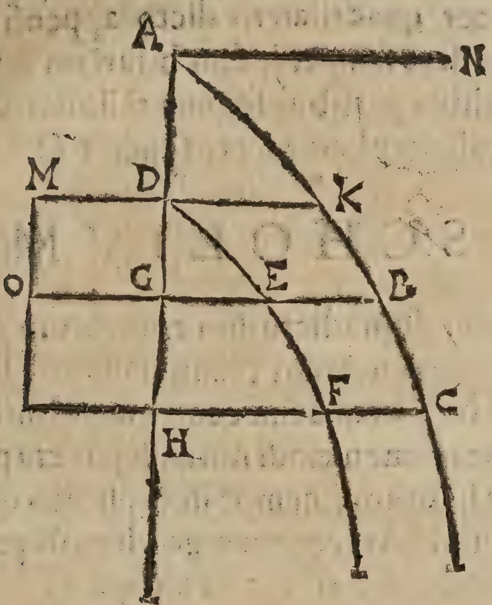
 librij.

librij. Sed hæc ſunt vniuerſalia. Particularius etenim, ex eodem ſcholio, habebimus, quod ſi A G, G D, ſint æquales, poterimus etiam in numeris exprimere, in qua ratione ſecentur O D, F G, à centris æquilibrij prædictorum truncorum cylindricorum. Hæc omnia facile percipientur ex ſcholio citato.

13. Sed in eodem ſchemate ſupponamus A B D, eſſe trilineum quodcunque cuius axis BD, baſis AD, & axi B D, ſit ducta G F, parallela: ſuper A B D, intelligamus truncum ſiniſtrum cylindrici recti ſecti diagonaliter plano tranſeunte per B D, & punctum in latere erecto à puncto A; & hic truncus concipiatur ſectus plano erecto per G F. Vt prius diſcurrentes, concludemus, partem trunci exiſtentem ſuper A G F, eſſe proportionaliter analogam cum ſolido orto ex rotatione ipſius A G F, circa B D. Quare ex ſchol. prim. propoſit. 15. prim. part. habebimus in O D, centrum æquilibrij ipſius trunci ſecundum O D, appenſi. Quod ſi conicus A B C, intelligatur ſectus figura E F H, & ſuper F G E, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per G F, & punctum in latere erecto à puncto E. Huius trunci ſiniſtri habebimus in G F, centrum æquilibrij appenſi ſecundum G F, ex ſchol. 2. citat. propoſit.

14. Si in ſchem. propoſit. vltimæ prim. part. ſupponamus H A C, H D F, eſſe duas ſemiparabolas quadraticas æquales, vt ibidem explicatum fuit, & acta vbilibet ordinatim applicata H F C, ductaque

DK,



Dk, parallela eidem, ſuper H D K C, concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per H D, & per latera erecta à punctis C, k. Huius truncus dexter in hoc caſu ſecabitur à ſuperficie inſiſtente curuæ D E F, in duas partes. Et cum totus talis truncus ſit proportionaliter analogus cum toto fruſto conoidali orto ex reuolutione H D k C, circa D H; & pariter eius pars exiſtens ſuper ſemiparabola H D F, ſit proportionaliter analoga cum conoide ex ipſa genito; erit reliqua eius pars, nempe exiſtens ſuper quadrilatero curuo F D k C, proportionaliter analoga cum ſolido ex ipſo, reuoluto circa D H, orto. Ex ſchol. ergo citat. propoſit. habemus

bemus

bemus centrum æquilibrij portionis illius trunci exiſtentis ſuper quadrilatero dicto appenſi ſecundum DH, diuidere ſemper ipſam bifariam. Sic dicatur de quibuslibet partibus ſegmenti illius trunci reſecti planis parallelis plano erecto ſuper FC.

SCHOLIVM.

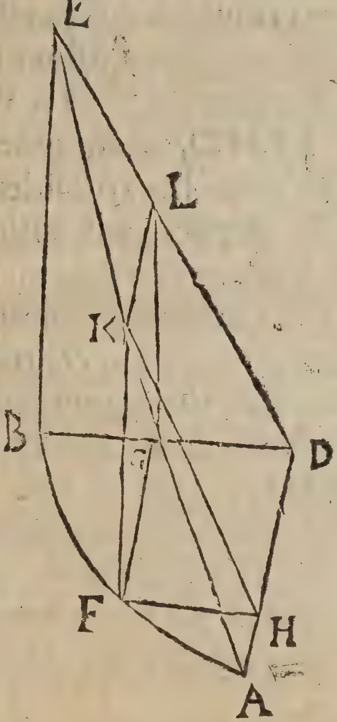
Omnium ſupradictorum truncorum in præſenti propoſit contentorum, aſſignauimus ſolummodo lineam in baſi, in qua ſint centra æquilibrij ipſorum. Non deſunt tamen modi notandi puncta præciſa, in aliquibus ipſorum, nempe in explicatis quatuor primis numeris. Antequam ergo vlteriùs procedamus, determinauimus hæc centra indagare.

PROPOSITIO XIX.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper ſegmento ad baſim ſemiparabolæ, cuius exponens ſit numerus par, ac reſecti plano diagonaliter tranſeunte per diametrum parabolæ, & punctum in latere, centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine poſſunt aſſignari.

SIt BAD, ſemiparabola quæcunque, cuius exponens ſit numerus par, quæ ſit ſecta FH, BD, baſi parallela, ſuperque ſegmento FBDH, ſit cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per DH, diametrum, & punctum in latere. Trunci

ci ſiniſtri F k H D E B, huiuſce cylindrici in BDHF, centrum æquilibrij poteſt aſſignari. Concipiamus totum cylindricum ſuper ſemiparabola B A D, exiſtentem ſectum per A D, & punctum in latere. Tam A B D E, trunci ſiniſtri totius huius cylindrici, quam eius portionis F A H k, exiſtentis ſuper ſemiparabola ad verticem A F H, habemus in baſibus B A D, A F H, centra æquilibrij, ex propoſ. 12. Si ergo mente coniungamus hæc centra linea, quæ taliter producatur ad partes centri totius trunci, vt ſit reciprocè intercepta inter hæc centra, ad productam, vt pars trunci ſuper B F H D, ad partem trunci ſuper HAF. Inuentum punctum, erit centrum æquilibrij fruſti illius trunci ſiniſtri ſuper B F H D, ac ſecundum B F H D, appenſi. Si ergo habemus rationem prædictorum ſegmentorum trunci ſiniſtri ſuper ſemiparabola exiſtentis, habebimus etiam punctum æquilibrij, quod quæritur. Sed prædicta ratio datur. Quare &c.



Quod

Quod vero detur prædicta ratio, patet. Quia, cum truncus ſiniſter prædictus, ſit proportionaliter analogus cum conoide parabolico ex B A D, circa D A, erit pars ipſius exiſtens ſuper B F H D, ad partem exiſtentem ſuper H A F, vt ſegmentum conoidale ex B F H D, ad conoides ex H A F; nempe ex propoſit. prim. lib. 2. diuidendo, vt exceſſus poteſtatis B D, duplici gradu altioris poteſtate parabolæ, ſupra ſimilem poteſtatem H F, ad ſimilem poteſtatem H F. Centrum grauitatis reperietur eodem modo. Nam, cum dentur centra grauitatis in altitudinibus amborum truncorum exiſtentium ſuper B A D, F A H, & pariter detur altitudo portionis exiſtentis ſuper F B D H, quia in ipſa datur centrum æquilibrij; coniunctis centris grauitatis truncorum exiſtentium ſuper B A D, F A H, productaque linea, occurret altitudini portionis trunci exiſtentis ſuper B F H D, in centro grauitatis ipſius.

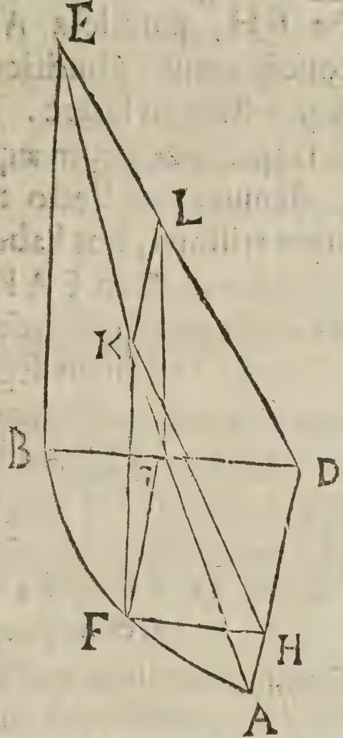
PROPOSITIO XX.

Eiuſdem cylindrici trunci dexteri, centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſsignare.

PRopoſitio probari poteſt diuerſis modis, nos vno dùmtaxat contenti erimus. Totius cylindrici ſuper B F H D, exiſtentis datur in B F H D, centrum æquilibrij, quia ex ſchol. prim. propoſit. 11. lib. 3. eiuſdem B F H D, datur centrum grauitatis.

Ex

Ex propoſit. anteced. datur in BFHD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri. Ratio trunci ad truncum, habetur ex ſchol. 2. citat. propoſit. 11. lib. 3. quia ibi aſſignatur ratio ſolidi ex BFHD, circa DH, ad ſolidum ex eodem ſegmento circa parallelam DH, ductam per BS. Quare patet propoſitum. Centrum grauitatis reperietur ex ijſdem datis centris grauitatis. Quod etiam intelligetur in duabus ſequentibus propoſitionibus,



PROPOSITIO XXI.

Trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper quolibet infinitorum trapeziorum, & reſecti plano diagonaliter tranſeunte per diametrum trilinei, & punctum in latere, centra æquilibrij in baſi & in altitudine grauitatis, poſſunt aſſignari.

SVpponatur ABD, quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius diameter DA, & ducta FH, parallela AD, ſuper trapezio BFHD, concipiamus cylindricum rectum ſectum per HD, & punctum in latere. Trunci ſiniſtri eſt aſſignabile in trapezio centrum æquilibrij. Nam, vt prius concludemus, intellecto toto trunco ſiniſtro exiſtente ſuper trilineo, nos habere in ABD, centrum æquilibrij totius, & in FAH, centrum æquilibrij portionis exiſtentis ſuper ipſo, ex propoſit. 16. Sed etiam habemus rationem ſegmenti talis trunci exiſtentis ſuper trapezio, ad truncum exiſtentem ſuper trilineo ad verticem. Quia cum ille truncus ſiniſter, ſit proportionaliter analogus cum conico ex ABD, circa DA, habemus ex propoſit. 2. lib. 2. eſſe diuidendo, fruſtum ex FBDH, ad conicum ad verticem ex FAH, vt exceſſus poteſtatis DA, cuius exponens ſit duplus vnitate auctus exponentis trilinei, ſupra ſimilem poteſtatem AH, ad ſimilem poteſtatem AH.

PROPOSITIO XXII.

Trunci dexteri eiuſdem cylindrici ſunt prædicta centra aſsignabilia.

PAtet ad modum propoſit. 20. Quia cum cylindrici exiſtentis ſuper trapezio, habeamus centrum æquilibrij in trapezio, (habemus etenim trape-

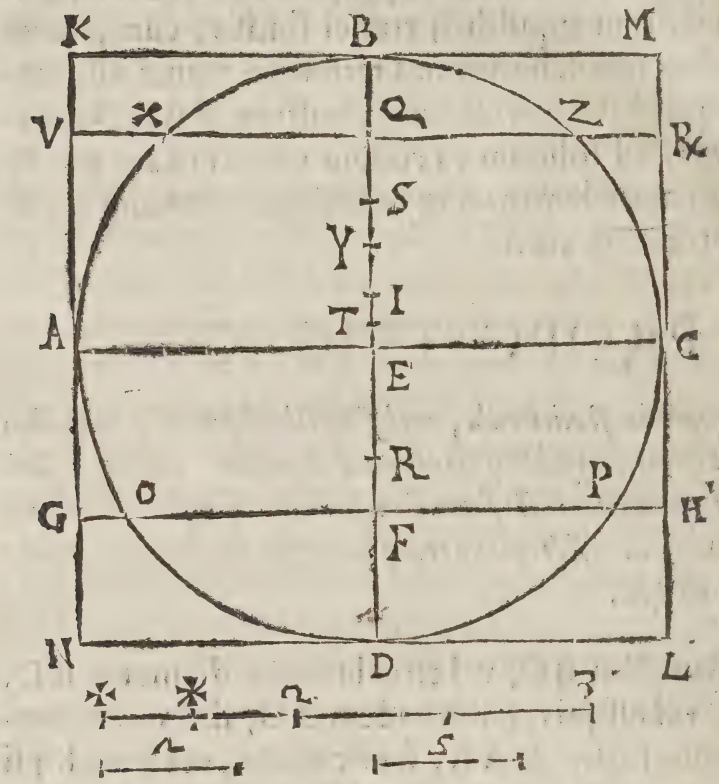
pezij centrum grauitatis ex ſchol. propoſit. 13. lib. 3.) & pariter in eodem ex propoſit. anteced. habeamus centrum æquilibrij trunci ſiniſtri, cum pariter ex eodem ſchol. habeamus rationem trunci ad truncum, quia habemus rationem fruſti ex FBDH, circa DH, ad ſolidum ex eodem circa ductam per B, DH, parallelam; non ignorabimus centrum æquilibrij trunci dexteri.

PROPOSITIO XXIII.

Aſsignare in ſemicirculo, vel ſemiellipſi lineas, in quibus ſint centra æquilibrij variorum ſegmentorum trunci ſiniſtri cylindrici recti ſuper ſemicirculo, vel ſemiellipſi exiſtentis, ac reſecti plano tranſeunte per diametrum circuli, & ellipſis.

ESto DABC, vel circulus cuius diameter BD, vel ellipſis, cuius eadem BD, ſit axis, & concipiamus ſuper DAB, ſemicirculo, vel ſemiellipſi exiſtere cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & punctum in latere. Variorum ſegmentorum trunci ſiniſtri eiuſdem, intelligimus docere in hac propoſit. nos poſſe aſſignare lineas in baſi, in quibus ſint ipſorum centra æquilibrij.

1. Sciendum eſt centrum æquilibrij trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper quadrante EAB, ſic diuidere BE, v.g. in Y, vt BY, ſit ad YE, vt 5. ad 3. ſicuti ex propoſit. 20. lib. 4. ſecatur eadem BE, à centro gra-



uitatis hemiſphærij, ſeù hemiſphæroidis ABC.

2. Si quadranti ſit circumſcriptum rectangulum KE, ac ſuper trilineo AkB, concipiatur cylindricus ſectus plano tranſeunte per B, & per latus oppoſitum ipſi kA, in baſi oppoſita; truncus ſiniſter huius cylindrici, qui erit exceſſus priſmatis ſiniſtri exiſtentis ſuper parallelogrammo kE, ſupra trun-

cum

cum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper quadrante, habebit ſuum centrum æquilibrij in BE, ita ipſam diuidens v. g. in Q, vt ſit BQ, ad QE, vt 1. ad 3. In eadem enim ratione, ex propoſit. citat. ſecatur BE, à centro grauitatis ſolidi ex trilineo mixto AkB, reuoluto circa BE.

3. Ex eadem propoſit. elicietur in BQ, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper XBQ, minori portione, ducta XQ, perpendiculari BE; quia habemus in eadem BQ, centrum grauitatis minoris portionis XBZ.

4. Quia pariter in QD, habetur centrum grauitatis maioris portionis XDZ, ex citat. propoſit. habebimus pariter in QD, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper XDQ.

5. In QE, habebimus centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ſegmento ad diametrum EAXQ.

6. Ducta OF, pariter normali BD, habebimus in QF, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper ſegmento intermedio FOXQ, includente diametrum AE.

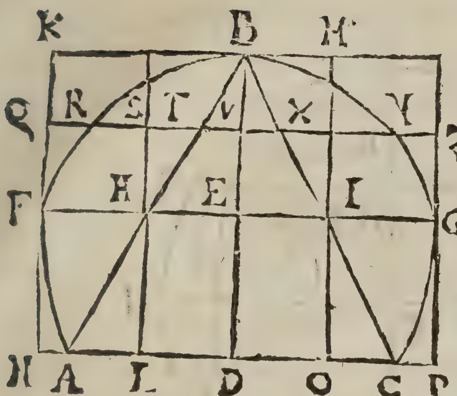
7. Si inter XQ, AE, ducatur alia parallela ipſis, adeo vt hæc, & XQ, intercipiant ſegmentum intermedium. Habebimus pariter in parte ipſius QE, tali ſegmento correſpondente, centrum æquilibrij portionis trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper illo ſegmento. Hæc omnia enim centra æquilibrij dantur, quia in citat. propoſit. aſſignata fuerunt in axe

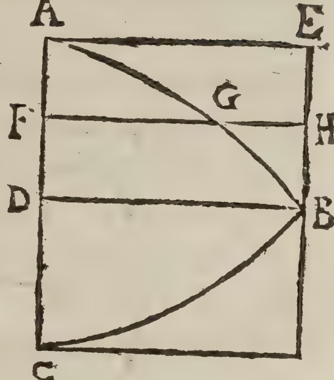
cen-

centra grauitatis partium ſphæræ, vel ſphæroidis correſpondentium partibus trunci ſiniſtri prædicti. Trunci vero dexteri prædicti cylindri, quoad ſuas partes, non habemus centra æquilibrij in B D, niſi ex ſuppoſitione circuli quadraturæ, qua ſuppoſita, nobis liceret reperire centra grauitatis in N k, partium annuli ex D A B, circa k N.

8. Eſto A B C, quælibet portio circuli, vel ellipſis, cuius axis B D, & A B, ſit linea: ſuper AFBD, portione concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto A. Truncus ſiniſter huius cylindrici, eſt, ex dictis, proportionaliter analogus cum portione ſphæræ, vel ſphæroidis A B C. Item, ſi per lineam B A, tranſeat planum erectum A B D, quod dirimat truncum in duas partes; eius portio exiſtens ſuper triangulo A B D, erit proportionaliter analoga cum cono A B C. Reliqua ergo eius portio, cuius baſis A F B A, erit proportionaliter analoga cum exceſſu portionis A B C, ſphæræ, vel ſphæroidis, ſupra conum A B C. Ex ſchol. 2. propoſit. 45. miſcell. ſciendum eſt, centrum æquilibrij illius ſegmenti trunci exiſtentis ſuper A F B A, & appenſi ſecundum B D, eſſe in E, medio puncto B D, in quo ex loc. citat. eſt centrum grauitatis exceſſus A B C, portionis ſupra A B C, conum. Item ſi per F H, biſecantem B A, intelligamus erigi planum, ſecans partem illius trunci in duas partes relictas hinc inde, centrum æquilibrij partis exiſten-

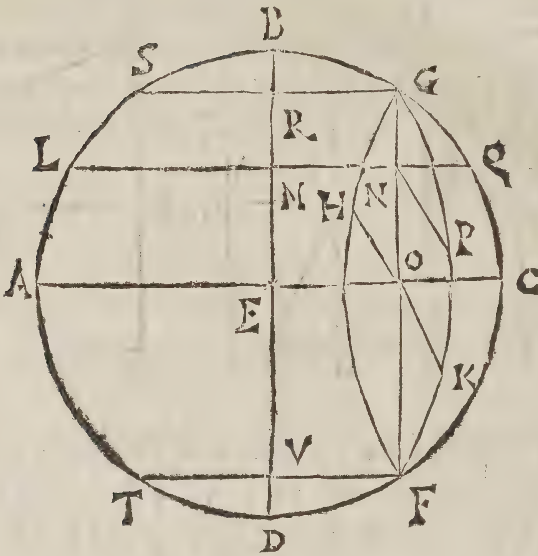
tis





tis ſuper F B H, ſic ſecabit B E, vt pars terminata ad B, ſit ad reliquam vt 5. ad 3. Item centrum æquilibrij partis exiſtentis ſuper F A H, ſic ſecabit D E, vt pars terminata ad D, ſit ad reliquam vt 5. ad 3. Sed etiam aliarum partium illius portionis trunci exiſtentis ſuper A F B A, poſſumus in B D, aſſignare centra ęquilibrij. Quæ autem hæ ſint, elicietur ex loc. cit.

9. Si A B C D, ſit circulus, vel ellipſis, cuius axis B D, & ipſi B D, ſit parallela G F, ductiſque R G, V F, normalibus ipſi B D, ſuper R G C F V, concipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per R V, & per punctum in latere erecto à puncto C. In tali caſu, truncus dexter huius cylindrici, erit proportionaliter analogus cum ſegmento ſphæræ, vel ſphæroidis T A S G C F. Cum ergo ſecto hoc trunco, plano per G F, erecto circulo,



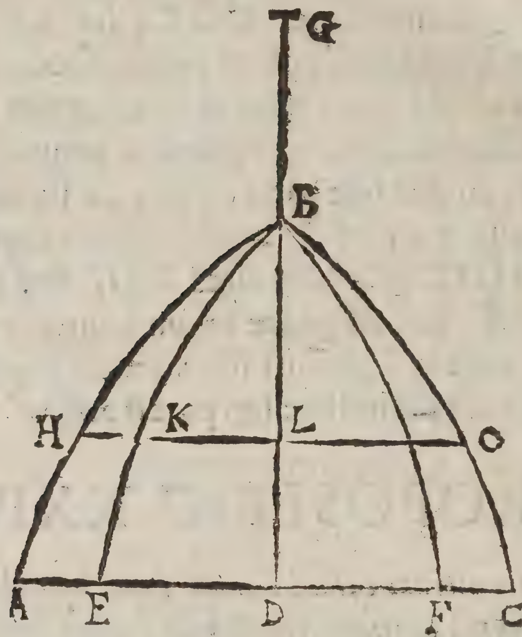
culo, vel ellipſi, diuidatur hic truncus in duas partes, quarum exiſtens ſuper parallelogrammo RF, ſit proportionaliter analoga cum cylindro ex eodem parallelogrammo reuoluto circa RV, reliqua pars huius exiſtens ſuper portione GCF, erit proportionaliter analoga cum annulo ex eadem portione reuoluta circa eandem RV. Ridiculum eſſet, ſuppoſito E, biſecare RV, dicere, ipſum eſſe centrum æquilibrij illius portionis trunci exiſtentis ſuper GCF, cum hoc ſit luce meridiana clarius. Non erit tamen ridiculum affirmare, ac tradere, OC, biſecante GF, ac per ipſam erecto plano dirimente portionem prædictam illius trunci in duas partes re-

lictas hinc inde, centrum æquilibrij alterutrius ipſarum, v. g. exiſtentis ſuper OGC, ſic RE, ſecundum quam intelligenda eſt appendi, ſecare, vt pars terminata ad R, ſit ad partem terminatam ad E, vt 5. ad 3. Ratio deſumitur ex ſchol. 2. propoſit. 5. primæ partis, in qua fuit patefactum, ſic ſecari RE, à centro grauitatis dimidij annuli orti ex reuolutione figuræ OGC, reuolutæ circa BD. Sed ex ſchol. citato, poſſumus aſſignare etiam centra æquilibrij aliarum partium ſegmenti illius trunci: quæ autem hæ ſint, lector ex ſcholio citat. poteſt eruere.

PROPOSITIO XXIV.

Variorum truncorum cylindricorum ſuper hyperbola variè exiſtentium, ac variè reſectorum, aſsignare lineas, in quibus ſint centra æquilibrij.

1. ESto hyperbola ABC, cuius latus tranſuerſum GB; ſuper ſemihyperbola ABD, concipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere. Truncus ſiniſter huius cylindrici, eſt proportionaliter analogus cum conoide hyperbolico ABC. Centrum ergo æquilibrij illius trunci ſiniſtri, vel ſic diuidit, ex propoſit. 13. miſcell. duodecimam partem BD, ordine quartam à D, vt pars propinquior D, ſit ad reliquam, vt dimidium GB, ad tertiam partem BD. Vel ex propoſit. 14. eiuſdem, ſic diui-



dit quartam partem B D, ordine ſecundam à D, vt pars propior D, ſit ad reliquam, vt ſexta pars G B, ad tertiam partem G D. Vel demum, ex prop. 44. miſcell. ſic diuidit B D, e.g. in L, vt B L, ſit ad L D, vt G B, cum ſubſeſquitertia B D, ad dimidium G B, cum quarta parte D B.

2. Si ducta H L, parallela A D, ac ſuper ſegmento A H L D, concipiamus cylindricum rectum ſectum vt ſupra; etiam trunci ſiniſtri huius, habebimus in L D, centrum æquilibrij; quod erit idem cum centro grauitatis ſegmenti conoidis A H O C, cuius

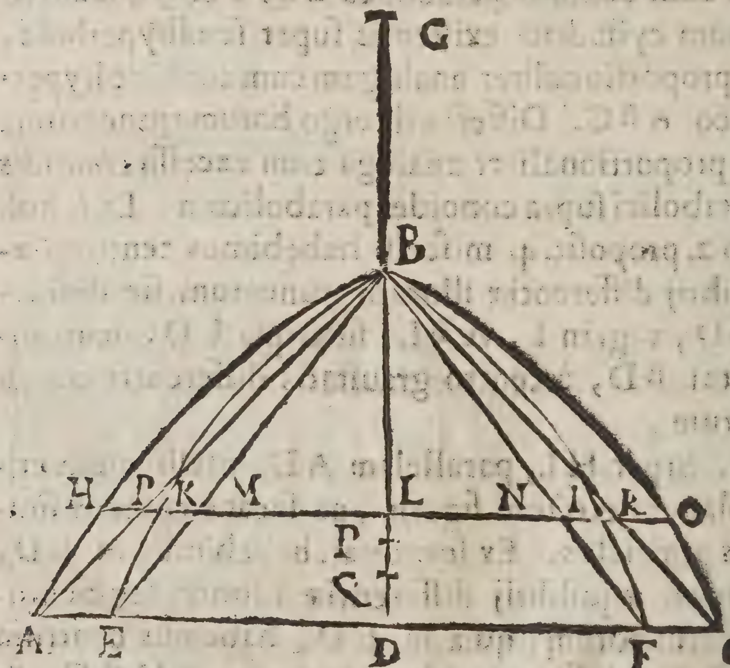
cuius aſſignatur centrum grauitatis in L D, in propoſit. 17. miſcell.

3. Si intra hyperbolam A B C, concipiamus parabolam quadraticam E B F, ita diuidentem A D, in E, vt quadratum A D, ſit ad quadratum D E, vt D G, ad G B; (exiſtente G B, latere tranſuerſo) & tam ſuper ſemihyperbola A B D, quam ſuper ſemiparabola E B D, concipiamus cylindricos rectos æquealtos ſectos plano tranſeunte per B D, & per punctum in latere erecto à puncto A. Patet ex dictis, truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola E B D, eſſe proportionaliter analogum cum conoide parabolico E B F; & truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper ſemihyperbola, eſſe proportionaliter analogum cum conoide hyperbolico A B C. Differentia ergo horum truncorum, erit proportionaliter analoga cum exceſſu conoidis hyperbolici ſupra conoides parabolicum. Ex ſchol. ergo 2. propoſit. 4. miſcell. habebimus centrum æquilibrij differentiæ illorum truncorum ſic diuidere B D, v. g. in L, vt B L, ſit tripla L D, ſicuti diuiditur B D, à centro grauitatis differentiæ conoideorum.

4. Si per H L, parallelam A D, intelligamus erigi planum erectum figuris, ac ſecans truncos ſiniſtros prædictos. Ex loc. citat. habebimus in L D, centrum æquilibrij differentiæ illorum ſegmentorum truncorum, quia in L D, habemus centrum grauitatis differentiæ ſegmentorum A H O C, &

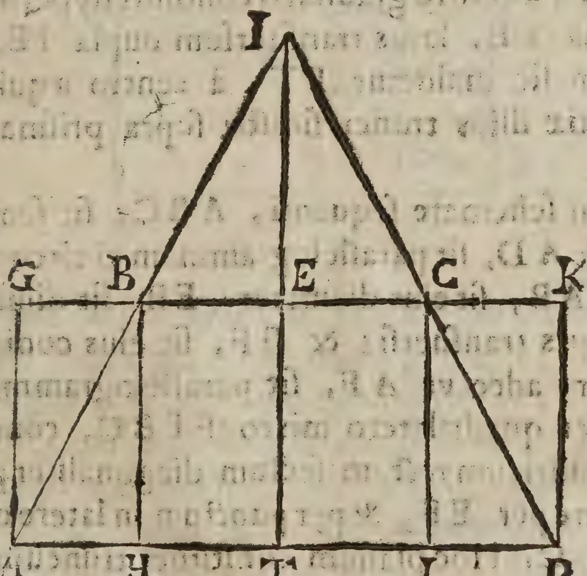
E k F. Diuidetur ergo L D, à tali centro æquilibrij, vt diuiditur à centro grauitatis fruſti conici contenti inter plana A C, H O, & quod ſit ſegmentum talis coni, cuius diameter ſit B D.

5. In ſchemate ſequenti in ijſdem figuris intelligamus ductas rectas B E, B A, & intelligamus quatuor cylindricos æquealtos, quorum baſes E B D, triangulum, E B D, ſemiparabola, A B D, triangulum, & A B D, ſemihyperbola; & omnes hi cylindrici intelligantur ſecti vt prius. Ex ſchol propoſit. 6. miſcellanei, deducemus, medium punctum B D,



eſſe centrum æquilibrij tam differentiæ truncorum ſiniſtrorum exiſtentium ſuper A D B, ſemihyperbola, & A B D, triangulo, quam ſuper E D B, ſemiparabola, & E B D, triangulo. Nam idem medium punctum B D, eſt centrum grauitatis exceſſus vtriuſque conoidis ſingillatim ſupra conos ſibi inſcriptos.

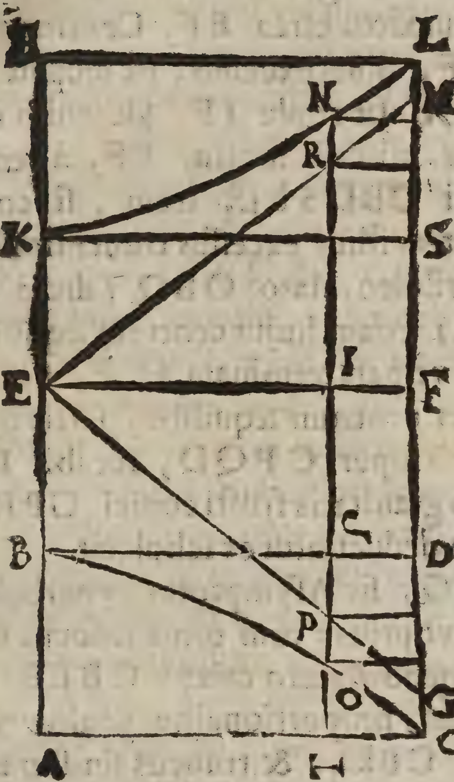
6. Si A I T, ſit triangulum rectangulum ad T, & A B E T, ſit trapezium cuius oppoſitæ baſes B E, A T, ſint parallelæ, & ſit parallelogrammum B T; & tam ſuper trapezio A B E T, quam ſuper parallelogrammo B T, concipiantur cylindrici recti ſecti diagonaliter plano tranſeunte per E T, & per pun-



ctum

ctum in latere erecto à puncto A. Patet truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ſuper trapezio, eſſe proportionaliter analogum cum ſegmento conico ABCD; ſicuti priſma ſiniſtrum ſuper BT, exiſtens, eſt proportionaliter analogum cum cylindro BL. Exceſſus ergo trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper trapezio, ſuper priſma exiſtens ſuper parallelogrammo, erit proportionaliter analogus cum exceſſu ſegmenti conici ABCD, ſupra cylindrum BL. Ita ergo diuidetur ET, à centro æquilibrij illius differentiæ truncorum, ſicuti diuiditur à centro grauitatis exceſſus ABCD, ſupra cylindrum BL. Sed centrum grauitatis huius exceſſus, ſic diuidit ET, ex ſchol. 2. propoſit. 10 miſcell. veluti diuiditur eadem ET, à centro grauitatis conoidis hyperbolici, cuius axis TE, latus tranſuerſum dupla IE. Ergo etiam ſic diuidetur ET, à centro æquilibrij differentiæ illius trunci ſiniſtri ſupra priſma ſiniſtrum.

7. In ſchemate ſequenti, ABC, ſit ſemihyperbola; AD, ſit parallelogrammum ei circumſcriptum; AB, ſit eius diameter; EB, ſit dimidium eius lateris tranſuerſi; & EF, ſit eius coniugata diameter, adeo vt AF, ſit parallelogrammum. Iam ſuper quadrilatero mixto FEBC, concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per EF, & per punctum in latere erecto à puncto C. Hoc planum conſtituet truncum ſiniſtrum exiſtentem ſuper illo quadrilatero, à quo à pla-



plano per B D, erecto auferetur priſma ſiniſtrum exiſtens ſuper parallelogrammo B F. Truncus ſiniſter totus exiſtens ſuper quadrilatero, eſt proportionaliter analogus cum toto ſolido C B k L, orto ex reuolutione quadrilateri mixti circa E F. Priſma vero exiſtens ſuper B F, eſt proportionaliter analogum cum cylindro B S. Ergo exceſſus trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper quadrilatero mixto C B E F, ſupra priſma ſiniſtrum exiſtens ſuper B F, erit pro-

por-

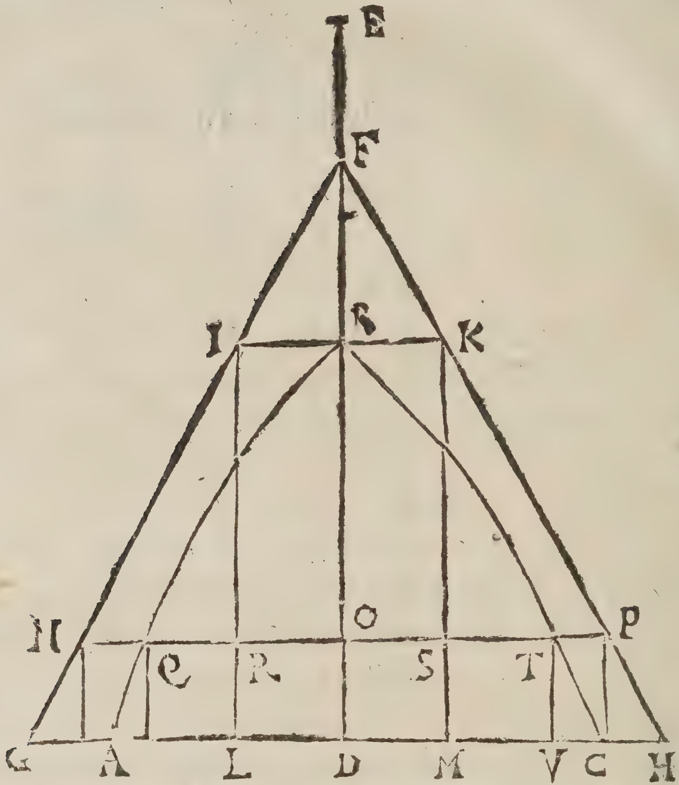
portionaliter analogus cum ſolido ex trilineo mixto C B D, circumacto circa E F. Centrum ergo æquilibrij in E F, illius exceſſus, ſic ſecabit E F, v.g. in I, vt E I, ſit tripla I F. Sic enim ex ſchol. 2. propoſit. 18. miſcell. ſecatur E F, à centro grauitatis annuli C B D S k L. Item, ſi concipiamus tantum partem illius exceſſus trunci ſiniſtri exiſtentem ſuper trilineo mixto O B Q (ducta N T, parallela C L) etiam huius centrum æquilibrij ſic ſecabit E I, vt pars terminata ad E, ſit reliquæ tripla. Pariter centrum æquilibrij partis illius exceſſus exiſtentis ſuper C P Q D, ſecabit I F, vt ſecatur à centro grauitatis fruſti conici G P R M. Hæc enim omnia deducuntur ex ſchol. cit.

8. Si E G, ſit Aſymptotos hyperbolæ, & dentur reliqua vt prius; cum totus truncus ſiniſter exiſtens ſuper quadrilatero mixto C B E F, ſit, vt dictum eſt prius, proportionaliter analogus cum ſolido rotundo C B k L, & truncus ſiniſter exiſtens ſuper triangulo G E F, ſit proportionaliter analogus cum cono G E M, ergo differentia horum truncorum, nempe illa, quæ exiſtit ſuper quadrilatero C B E G, erit proportionaliter analoga cum ſolido rotundo G C B E k L M. Ex ſchol. ergo 2. propoſit. 19. miſcell. habebimus, ſecari E F, in medio ſui puncto à centro æquilibrij illius differentiæ, ſicuti ſecatur à centro grauitatis illius ſolidi. Sed non ſolum ex loc. citat. ſic ſecabitur E F, à centro æquilibrij totius differentiæ, ſed etiam ſic ſecabitur

quæ-

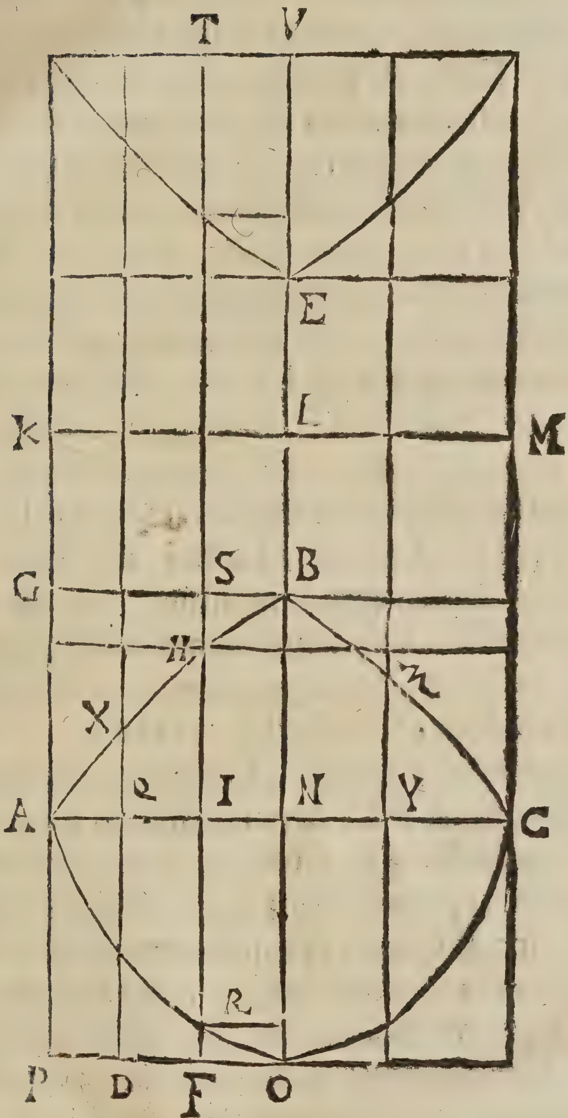
quælibet pars EF, quæ correſpondeat cuilibet parti illius differentiæ. Quod etiam intelligendum eſt ſi omnia intelligerentur duplicari ex altera parte KB. Hæc facile intelligentur ab intuente locum citatum.

9. Si intelligamus ABD, eſſe ſemihyperbolam, cuius latus tranſuerſum EB; centrum F; & aſymptotos FG; baſis vero DA, ſit producta ad G, ac BI, ſit DG, parallela. Concipiatur ſuper GIBD, cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto G; truncus ſiniſter huius cylindrici, eſt proportionaliter analogus cum fruſto conico GIkH. A plano tranſeunte per curuam BQA, erecto hyperbolæ, à tali trunco aufertur truncus ſiniſter exiſtens ſuper ſemihyperbola ABD, quod vtique eſt proportionaliter analogus cum conoide hyperbolico ABC. Ergo differentia horum truncorum, quæ erit exiſtens ſuper quadrilatero mixto GIBA, erit proportionaliter analoga cum exceſſu ſolidi GIkH, ſupra conoides ABC. Ex ſchol. propoſit. 20. Miſcell. in quo dicitur centrum grauitatis exceſſus ſegmenti conici GIKH, ſupra conoides ſecare ſemper BD, in eius medio puncto, haurietur ſic etiam ſecari eadem BD, à centro æquilibrij differentiæ illorum truncorum. Et cum in eodem ſcholio ſit affirmatum, ſic etiam ſecari partes axis à centris grauitatis partium ſolidi correſpondentium; v. g. ducto plano NP, parallelo GH,



etiam OD, bifariam diuidi à centro grauitatis exceſſus fruſti conici GNPH, ſupra ſegmentum conoidis AQTC, ſic etiam diuidetur OD, à centro æquilibrij differentiæ illorum truncorum exiſtentis ſuper GHQA.

10. Ex ſchol. 3. propoſit. 26. miſcell. eliciemus centra æquilibrij aliorum ſegmentorum, quæ nunc explicabimus. In ſchemate ergo illius propoſit. quod iterum apponimus, intelligamus ABC, eſſe hy-

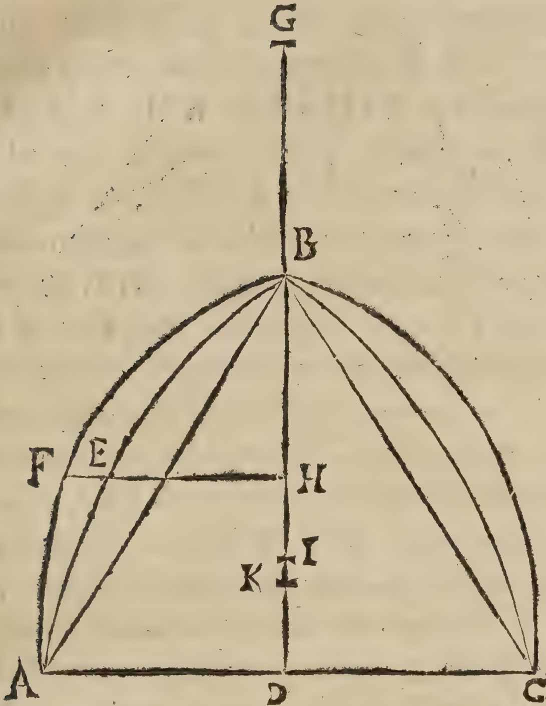


hyperbolam, cuius axis BN; latus tranſuerſum EB; centrum L; & kM, ſit ſecunda coniugata

diameter. Intelligamus ſuper ABC, hyperbola cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per KM, & per latus oppoſitum ipſi AC. Huius cylindrici truncus ſiniſter erit ex dictis, proportionaliter analogus tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales cum annulo lato ex hyperbola ABC, circa kM, reuoluta. Ex citat. ergo ſcholio variorum ſegmentorum huius trunci ſiniſtri habebimus in kM, centrum æquilibrij. Habebimus enim ſic ſecari kL, à centro æquilibrij trunci ſiniſtri exiſtentis ſuper ſemihyperbola ABN, vt pars terminata ad L, ſit ad reliquam vt 5. ad 3. Pariter habebimus quomodo ſecetur pars Lk, correſpondens parti trunci ſiniſtri exiſtenti ſuper IHBN, à centro æquilibri illius. Sic dicatur de cæteris partibus: hæc enim omnia nimis ſunt manifeſta, & facile à perito geometra intelligentur ex ſchol. citat. & ex exemplis ſupra traditis.

11. In ſchem. propoſit. 42. miſcell. ſint conoidea hyperbolicum ABC, & parabolicum item ABC, quod in propoſit. 41. eiuſdem probauimus totum cadere intra hyperbolicum, ſuper ſemihyperbola AFBD, intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Huius truncus ſiniſter, à plano erecto ſemihyperbolæ, ac tranſeunte per curuam parabolicam BEA, ſecabitur in duas partes, quarum vna erit truncus ſiniſter cylindrici erecti ſuper ſemiparabola; altera erit exceſſus

trun-

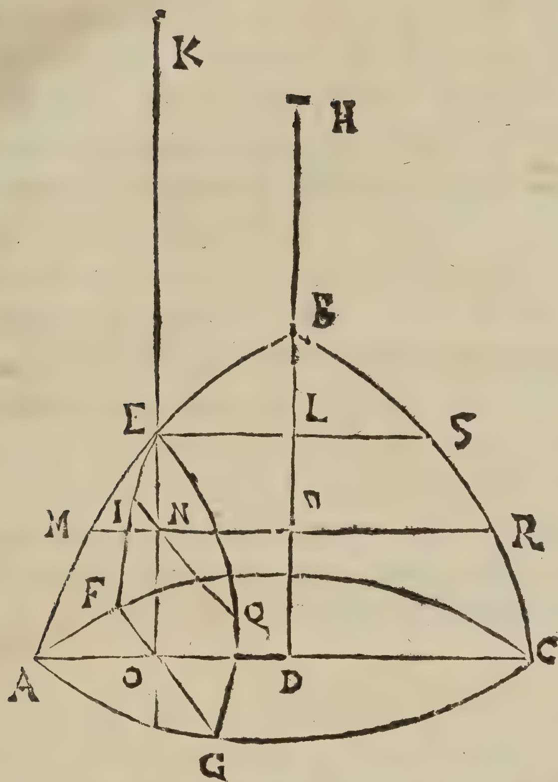


trunci ſiniſtri hyperbolici ſupra truncum ſiniſtrum parabolicum. Cum ergo vterque truncus ſiniſter, ſit proportionaliter analogus cum ſuo conoide; erit differentia ipſorum, cuius baſis exceſſus ſemihyperbolæ ſuper ſemiparabola, proportionaliter analoga cum exceſſu conoidis hyperbolici, ſupra conoides parabolicum. Ex propoſit. 42. miſcell. in qua oſtenditur H, medium punctum BD, eſſe centrum grauitatis exceſſus conoidis hyperbolici ſupra conoides parabolicum, habebimus idem punctum H, eſſe centrum æquilibrij differentiæ illorum truncorum

rum ſiniſtrorum appenſæ ſecundum BD.

12. In ſchem. propoſit. 4. prim. part. ſupponamus ABD, eſſe ſemihyperbolam, cuius axis BD, latus tranſuerſum BH, & ipſi BD, ſit ducta vbilibet EO, parallela, quæ ſic producatur ad k, vt kE, ſit æqualis compoſitæ ex HL, & LB: ſuper ABD, intelligamus cylindricum rectum ſectum, diagonaliter plano tranſeunte per BD, & per punctum in latere erecto à puncto A. Per EO, intelligamus tranſire planum erectum ſemihyperbolæ; quod ſecabit truncum ſiniſtrum cylindrici exiſtentis ABD, in duas partes, quarum vna erit exiſtens ſuper portione minori hyperbolæ AEO. Ex ſchol. prim. dictæ propoſit. 4. habebimus, centrum æquilibrij illius portionis trunci exiſtentis ſuper AEO, ſic ſecare LD, partem BD, illi correſpondentem, vt ſecatur EO, à centro grauitatis conoidis hyperbolici cuius axis EO, latus tranſuerſum kE. Pariter ex ſchol. 2. eiuſdem propoſit. patebit, ſecta prædicta parte trunci exiſtente ſuper AEO, plano per MN, tranſeunte, parallelo plano AFCG, patebit inquam, partem illam illius trunci exiſtentem ſuper AMNO, habere ſuum centrum æquilibrij, quod ſic diuidat PD, partem axis illi correſpondentem, vt diuiditur NO, à centro grauitatis fruſti conoidis hyperbolici, cuius fruſti axis, ſit NO, E, O vero ſit axis totius conoidis hyperbolici, cuius illud eſt fruſtum, KE, vero ſit latus tranſuerſum.

SCHO-



SCHOLIVM.

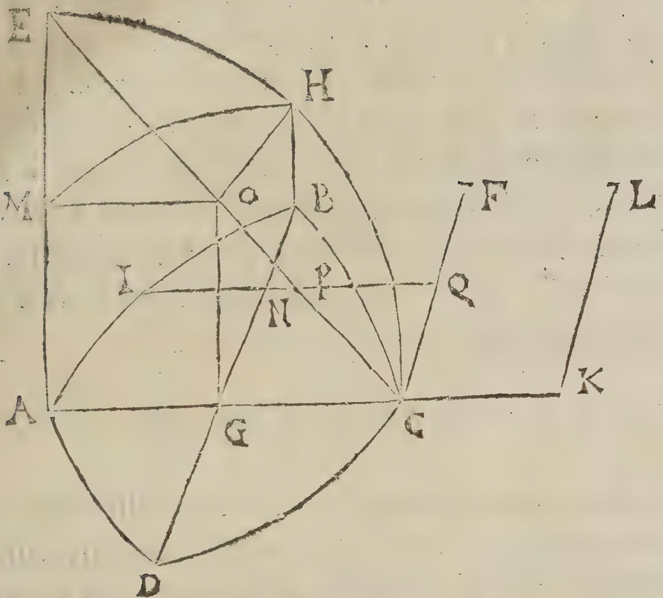
Hæc ſunt ſegmenta cylindricorum ſuper hyperbola variè exiſtentium, quorum aſſignata fuerunt in lineis puncta æquilibrij, per quæ puncta ſi ducantur lineæ in baſibus illorum truncorum parallelæ illis, quibus duci debent, in ijs erunt centra æquilibrij illorum

lorum truncorum in baſibus appenſorum ſecundum ipſas baſes. Sed licuit notare, ex dictis centra æquilibrij aſſignata fuiſſe ſolummodo truncorum ſiniſtrorum, numquam verò dextrorum. Ratio vero eſt, quia licet licuiſſet reperire aliqua talia centra etiam truncorum dextrorum ex varijs propoſit. miſcellanei hyperbolici, in quibus aſſignantur centra grauitatis ſolidorum rotundorum ex hyperbola correſpondentium illis truncis dexteris; attamen hæc non fuerunt adinuenta niſi ex ſuppoſitione quadraturæ hyperbolæ, quæ cum non habeatur, nolluimus in præſenti diſcurrere niſi de rebus purè geometricis, geometricèque oſtenſis. Quod ſi aliquis optet aſſignare etiam centra æquilibrij illorum truncorum dextrorum, id ei facile erit, ſi noſtris operibus aliquod impenderit ſtudium.

PROPOSITIO XXV.

Si ſuper qualibet figura circa diametrum, ſit cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte, vel per parallelam diametro ductam ab extremitate baſis, vel extra baſim. Centrum æquilibrij trunci ſiniſtri huius cylindrici appenſi ſecundum lineam in extremitate baſeos, vel extra baſim, per quam tranſit planum diagonale, quæ ſit æqualis diametro figuræ ipſam ſecabit, vt ſecatur diameter figuræ à centro grauitatis figuræ.

Eſto



ESto quælibet figura ABC, circa diametrum BG, & tam ab extremitate baſis AC, ducatur CF, æqualis, & parallela diametro BG, quam extra baſim, ſit ducta KL, itidem æqualis, & parallela BG: ſuper ABC, intelligamus cylindricum rectum ſectum tam plano diagonaliter tranſeunte per CF, & per punctum in latere E, & huius cylindrici ſit truncus ſiniſter CABE, quam plano diagonaliter tranſeunte per Lk, & per punctum idem E, in latere. Dico amborum horum truncorum ſiniſtrorum appenſorum ſecundum FC, Lk,

centra æquilibrij ſic ſecare ipſas FC, Lk, vt ſecatur BG, à centro grauitatis figuræ ABC.

Patet, quia ex ſchol. 2. propoſit. prim. centra æquilibrij horum truncorum, ſecant ipſas FC, Lk, vt ſecantur à centris grauitatis annulorum genitorum ex figura ABC, reuoluta tam circa FC, quam circa Lk. Centra grauitatis horum annulorum ſecant FC, Lk, ex ſchol. propoſit. 29. miſcel. vt ſecatur BG, à centro grauitatis figuræ ABC. Ergo &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Omnium ergo illorum truncorum habebimus centra æquilibrij in FC, LK, quorum figurarum, ſuper quibus exiſtunt, habemus in diametris centra grauitatis. Hæ ſunt infinitæ, infinitiſque modis diuerſificatæ. Videat lector ſcholium citatum, ex eo enim agnoſcet amplitudinem præſentis propoſitionis.

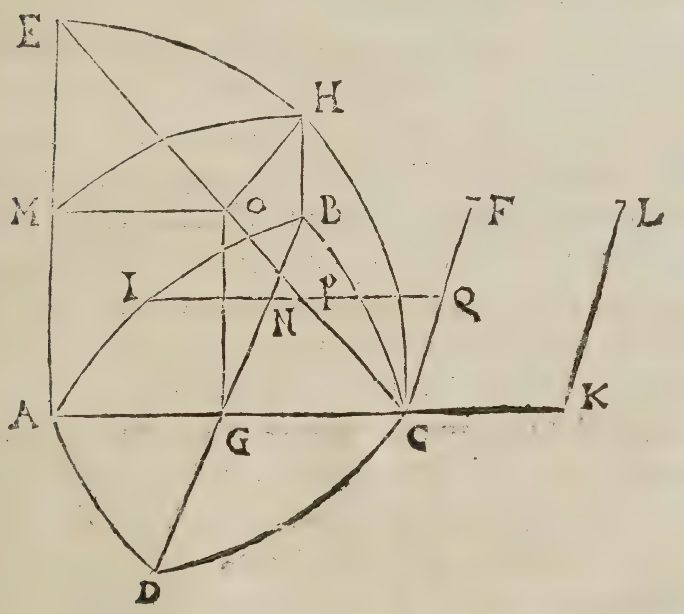
Sed præſens propoſitio potuiſſet etiam alio modo oſtendi, nempe, ex eo quod centrum æquilibrij totius cylindrici exiſtentis ſuper figura, ac ſecundum ipſam appenſi, ſit idem cum centro grauitatis figuræ. Et vice verſa, ex eo quod centrum æquilibrij trunci ſiniſtri appenſi ſecundum FC, ſecet ipſam, vt ſecatur BG, à centro grauitatis figuræ ABC, nobis liceret faciliter oſtendere, centrum æquilibrij totius cylindrici idem eſſe cum centro grauitatis figuræ,

ſuper

ſuper qua exiſtit. Sed hæc relinquimus lectori conſideranda.

PROPOSITIO XXVI.

Aſsignare lineas in baſibus aliorum truncorum cylindricorum ſuper infinitis parabolis, ac trilineis exiſtentium, variè reſectorum, in quibus ſint ipſorum centra æquilibrij.



VT breuiter procedamus quantum fieri poteſt, ac pariter explicemus ea omnia, quæ nobis videntur ſcitu digna circa præſentem materiam cen-

trorum æquilibrij, & grauitatis truncorum cylindricorum, determinauimus in præſenti propoſitione nonnulla ſimul colligere, vt etiam ſupra in varijs propoſitionibus fecimus, ac aſſignare centra æquilibrij variorum truncorum.

1. Ergo intelligamus in figura anteced. propoſit. A B C, eſſe quamlibet ex infinitis parabolis cuius exponens ſit numerus par, circa diametrum G B, & ſuper ipſa intelligamus C B A E, truncum ſiniſtrum cylindrici recti ſuper parabola exiſtentis, ac ſecti plano tranſeunte per C, & per E, punctum in latere A E. Patet ex propoſit. anteced. hunc truncum, eſſe proportionaliter analogum cum annulo ex parabola A B C, reuoluta circa C F, parallelam B G. Intelligamus per G B, erigi planum G H, ipſi parabolæ perpendiculare. Truncus ergo G H C, erit vnus truncorum, cylindrici exiſtentis ſuper ſemiparabola G B C, ac reſecti plano tranſeunte per diametrum O H, & per C. Erit ergo hic proportionaliter analogus cum annulo orto, ex reuolutione G B C, ſemiparabolæ circa F C. Quare reliqua pars trunci, nempe G O H B A E, erit proportionaliter analoga cum annulo lato ex reuolutione A B G, ſemiparabolæ circa F C. Cum ergo, ſupponendo F C, æquari diametro B G, habeamus in numeris, ex propoſit. 10. prim. part. in qua ratione ſecetur F C, à centro grauitatis annuli ex A B G, reuoluta circa F C; habebimus conſequenter in qua ratione ſecetur B G, à centro æquilibrij

trun-

trunci GHEA, ſecundum GB, appenſi. Quod diligenter explicatum fuit in hoc, intelligendum erit in alijs, in quibus adhibebimus alias figuras.

2. Supponamus enim in ſequenti figura, eſſe ſupradictam parabolam ABC, eiuſque diametrum eſſe BD, annulum ex ipſa genitum eſſe ABCHG, qui ſit ſectus plano LQ, AG, parallelo: intelligamus ſuper ABD, GHEA, ſegmentum trunci anteced. ſchematis, quod ſegmentum ſit rurſum ſectum plano erecto parabolæ, ac per LI, tranſeunte. Portionis huius ſegmenti exiſtentis ſuper ALID, habebimus in ID, centrum æquilibrij, ſecundum ID, appenſi. Hoc autem habemus ex propoſit. 11. prim. part. in qua aſſignatur in NC, centrum grauitatis ſegmenti annularis ad baſim ex ALID, ſegmento reuoluto circa NC.

3. Annulum prædictum ABCHG, ſecemus figura ZBX, æquidiſtanter FC, & ad parabolam genitricem erecta. Super ſemifigura ZBD, intelligamus cylindricum rectum, ſectum diagonaliter plano tranſeunte per DB, & per punctum in latere erecto à puncto Z. Etiam trunci ſiniſtri huius cylindrici habebimus in BD, centrum æquilibrij, ſi hunc appendamus ſecundum BD. Hoc autem habebimus ex ſchol. citat. propoſit. 10. in qua aſſignatur centrum grauitatis ſolidi ZBX. Sicuti ex ſchol. citat. propoſit. 11. habebimus centrum grauitatis ſegmenti ad baſim talis trunci, ſi ipſe ſecetur modo ſæpe ſæpius explicato.

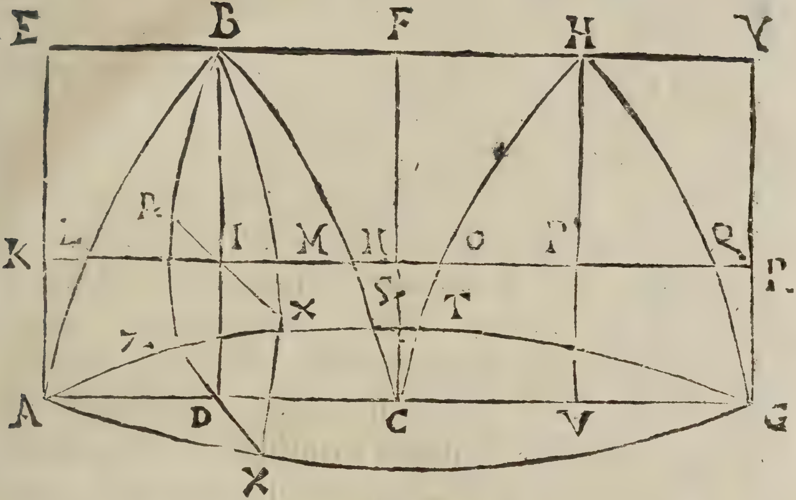
4. Sup-

4. Supponamus ABC, eſſe quodlibet ex infinitis duplicatis trilineis parabolicis circa axim BD, ſuper quod intelligamus cylindricum ſectum, & vt explicatum fuit ſupra in numero primo in parabola. In BD, datur centrum æquilibrij ſegmenti trunci exiſtentis ſuper trilineo ABD, ac appenſi ſecundum BD. Hoc quidem datur ex propoſit. 20. pri. part. in qua aſſignatur in FC, centrum grauitatis annuli ex trilineo ABD, reuoluto circa FC. Sicuti ex propoſit. 21. habebimus in ID, centrum æquilibrij portionis talis fruſti exiſtentis ſuper ALID, ſectis omnibus, vt explicatum fuit ſupra in numero ſecundo.

5. Annulus ABCHG, ſecetur figura ZBX, vt explicatum fuit in numero 3. & ſint reliqua, vt ibidem. Centrum æquilibrij in BD, trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper ZBD, ſecti vt in numero tertio dictum eſt, habebimus ex ſchol. citat. propoſit. 20. Sicuti ex ſchol. citat. propoſit. 21. habebimus in ID, centrum æquilibrij portionis talis trunci exiſtentis ſuper portionem ad baſim figuræ prædictæ.

6. Supponamus ABC, eſſe quidem quodlibet ex infinitis trilineis, ſed adeo vt BD, ſit baſis; & ſint reliqua iuxta ſuperius dicta. Centrum æquilibrij in BD, ſegmenti trunci exiſtentis ſuper trilineo ABD, habebimus ex propoſit. 24. prim. part. Ex propoſit. 25. habebimus in ID, centrum æquilibrij portionis ſegmenti prædicti trunci exiſtentis

ſuper



ſuper **ALID**, **ſecti conſueto modo**. Ex ſchol. propoſit. 24. habebimus in BD, centrum æquilibrij trunci ſiniſtri cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemifigura ZBD. Sicuti ex ſchol. propoſit. 25. habebimus in eadem BD, centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim prædicti trunci. Intelligendum tamen eſt, hæc omnia ſecari ſuperiorum ad inſtar.

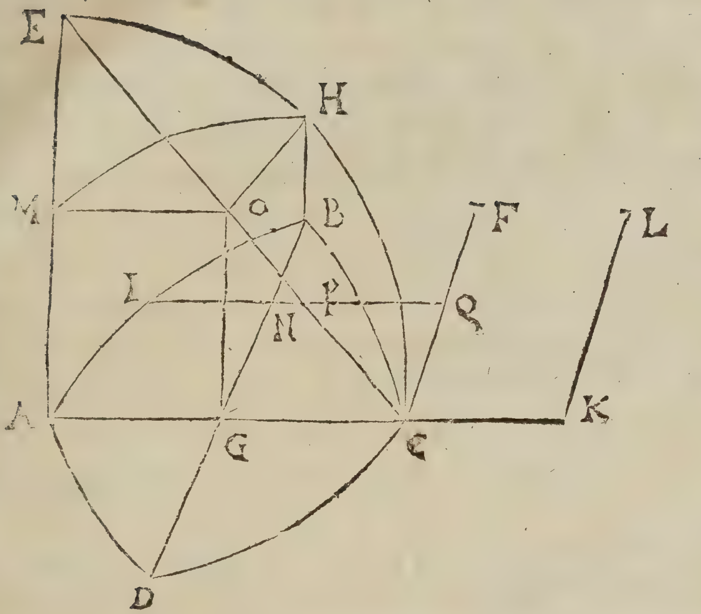
PROPOSITIO XXVII.

Segmenti trunci ut in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quacunque parabola cuius exponens ſit numerus par, poßumus in baſi aßignare centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

Eſto

ESto ergo quælibet parabola ABC, vt in propoſit. antec. cuius diameter BG, ſit CBAE, truncus ſiniſter cylindrici recti ſuper ipſa exiſtentis, ſecti diagonaliter, &c. ſit pariter GH, planum vt ſupra. Dico, quod ſegmenti trunci GHEA, poſſumus in ABG, baſi aſſignare centrum æquilibrij ſecundum ipſam appenſi, & in altitudine centrum grauitatis. Per HO, intelligamus tranſire planum HMO, parallelum ABG. Segmentum prædictum diuiditur in cylindricum, cuius oppoſitæ baſes ABG, MHO, & in truncum MHOE. In ABG, habemus centrum æquilibrij talis cylindrici, ex propoſit. 5. lib. 3. quod eſt idem cum centro grauitatis ſemiparabolæ ABG. Ex propoſit. 12. huius habemus in MHO, ſeù in ABG, centrum æquilibrij trunci OMHF, appenſi ſecundum MHO, ſeù ABG, (EMHO, etenim aliud non eſt, niſi truncus ſiniſter cylindrici recti exiſtentis ſuper ſemiparabola MHO, reſecti plano tranſeunte per HO, diametrum, & F, punctum in latere.) Si ergo coniungamus ſimul hæc duo centra, & linea ipſa iungens ſecetur in ratione reciproca cylindrici AH, ad truncum MHOE, inuentum punctum, erit centrum æquilibrij totius ABGOHE. Sed rationem cylindrici, ad illum truncum habemus ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. Nam cylindricus AH, ad truncum MHOE, habet eandem rationem, quam habent duo ſolida ſimul ex reuolutione ſemiparabolæ ABG, tam circa BG, quam circa ductam per

A, ipſi

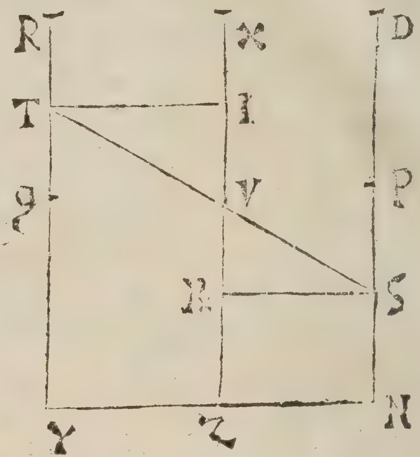


A, ipſi BG, parallelam, ad ſolidum ex ABG, circa BG, nempe ad conoides. Poſſumus ergo habere in ABG, centrum æquilibrij prædicti ſegmenti.

Sed non modo poſſumus habere centrum prædictum æquilibrij, verùm etiam in altitudine centrum grauitatis. Quod quidem probabitur eodem modo, repertis prius centris grauitatis cylindrici, & trunci, poſtea argumentando, vt ſupra factum fuit. Verum, quoniam etiam in numeris poteſt aſſignari ratio, in qua ſecetur altitudo à centro grauitatis, exemplificabimus hoc in trunco ſuper parabola quadratica

exiſtente. Ex hoc enim exemplo magis, magiſque percipiemus modum vniuerſaliter illud idem oſtendendi.

Sed facilitatis gratia, intelligamus ſeorſim in ſchemate ſequenti, N, eſſe centrum æquilibrij cylindrici AH; NP, eſſe eius altitudinem æqualem AM; Q, eſſe centrum æquilibrij trunci MOHE, appenſi ſecundum MHO; Y, vero eiuſdem centrum æquilibrij appenſi ſecundum ABG; RQ, eſſe eius altitudinem; RQY, eius duplam æqualem AE; T, eſſe centrum eius grauitatis; & S, eſſe medium punctum PN, ac proinde centrum grauitatis cylindrici AH. Si iungamus TS, erit in ipſa centrum grauitatis totius ABGOHE. Sit hoc V, & ſit XZ, eius altitudo, & æqualis EA, lateri cylindrici, cui etiam ſunt æquales RY, DN; & ducantur TI, S℞, parallelæ YN. RT, eſt ad TQ, ex ſchol. propoſit. 9. in calce, vt 11. ad 4. ſeu vt 22. ad 8. Qualium ergo RQ, eſt 30, & RY, eius dupla, ſeù XZ, ei æqualis 60. RT, ſeù XI, erit 22. Sed cum talium NS, ſeù Z℞, ſit 15. quia quarta pars DN, ſeù XZ. Ergo talium reliqua I℞,



I℞, erit 23. Et qualium I℞, eſt 11, talium XZ; erit 28. $\frac{16}{23}$. & XI, 10. cum $\frac{12}{23}$. Cum vero ex corol. 3. propoſit. 4. lib. 3. ſint ſolida ex ſemiparabola ABG, reuoluta tam circa BG, quam circa parallelam BG, ductam per A, ad conoides ex ABG, circa BG, vt 8. ad 3. Et cum ſit vt illa duo ſolida ad conoides ſolum, ſic cylindricus AH, ad truncum MHOE; nempe ſic TV, ad VS; nempe ſic IV, ad V℞. Erit IV, ad V℞, vt 8. ad 3. Qualium ergo I℞, eſt 11, talium IV, erit 8. Sed talium erat XI, 10. $\frac{12}{23}$. & XZ, 28. $\frac{16}{23}$. Ergo XV, erit 18. $\frac{12}{23}$, & reliqua VZ, 10. cum $\frac{4}{23}$. Erit ergo XV, ad VZ, vt 18. $\frac{12}{23}$. ad 10. cum $\frac{4}{23}$; nempe vt 71. ad 39.

PROPOSITIO XXVIII.

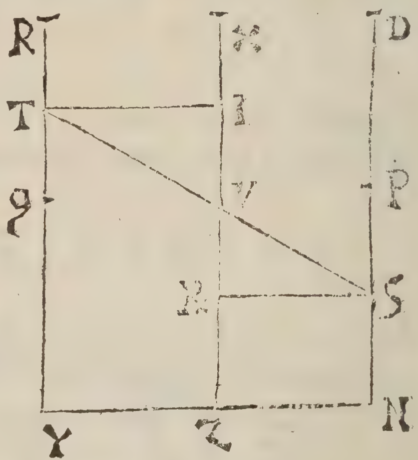
Segmenti trunci, vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quacumque figura conſtante ex duabus ſemiparabolis, quarum baſes ſint communis diameter. Poſſumus in baſi aſsignare centrum æquilibrij; & in altitudine grauitatis.

IN ſchem. anteced propoſ. ABC, ſit figura conſtans ex duabus ſemiparabolis ſic diſpoſitis vt BG, baſes ipſarum, ſint communis diameter, & ſint omnia vt in propoſit. anteced. Dico, quod ſegmenti trunci ABGHE, poſſumus aſſignare in ABG, centrum æquilibrij illius ſegmenti, & in altitudine centrum grauitatis. Nam cylindrici AH,

 habe-

habemus in ABG, centrum æquilibrij ex propoſit. 5. lib. 3. nempe ſemiparabolæ centrum grauitatis. Ex propoſit. 10. huius, habemus in MHO, ſeu ABG, centrum æquilibrij trunci MHOE. Rationem cylindrici AH, ad truncum MHOE, habemus ex coroll. prim. propoſit. 4. lib. 3. Ergo ad modum propoſit. anteced. eliciemus centrum æquilibrij in ABG.

Pariter eliciemus in altitudine centrum grauitatis, & in numeris in trunco ſuper parabola quadratica. In qua ſint, vt prius, NP, altitudo cylindrici; RQ, altitudo trunci MHOE, & reliqua vt ſupra in propoſit. anteced. RT, eſt ad TQ, vt 5. ad 2. ſeù vt 10. ad 4. ex ſchol. propoſit. 3. Qualium ergo RQ, eſt 14. & RY, ſeù XZ, 28. talium RT, ſeù XI, erit 10. & NS, ſeù Z℞, quarta pars XZ, erit 7. & reliqua I℞, 11. Et qualium I℞, eſt 7. talium XZ, erit 17. cum $\frac{9}{11}$. & XI, 6. cum $\frac{4}{11}$. Sed ex coroll. pri. propoſit. 4. lib. 3. ſunt duo ſolida ex ABG, reuoluta tam circa baſim BG, quam circa per A, ductam parallelam BG, ad ſolidum ex ABG, circa BG; nempe ad ſemifuſum, vt 5. ad 2. & vt illa



duo

duo ſolida, ad illud ſolidum, ſic cylindricus AH, ad truncum MHOE; nempe ſic TV, ad VS; nempe IV, ad V℞. Ergo IV, erit ad V℞, vt 5. ad 2. Qualium ergo I℞, eſt 7. talium IV, erit 5. Sed talium tota XZ, 17. cum $\frac{9}{11}$ & XI, 6. cum $\frac{4}{11}$. Ergo talium erit XV, 11, cum $\frac{4}{11}$; & reliqua VZ, 6. cum $\frac{5}{11}$. Erit ergo XV, ad VZ, vt 11, cum $\frac{4}{11}$, ad 6, cum $\frac{5}{11}$; nempe vt 125. ad 71.

PROPOSITIO XXIX.

Segmenti trunci in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quocumque duplicato trilineo circa diametrum, poſſumus in baſi aſsignare centrum æquilibrij, & in diametro grauitatis.

SEd ſupponamus ABC, eſſe quodlibet duplicatum trilineum circa diametrum BG, &c. Dico trunci ABGOHE, nos poſſe habere in ABG, centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

De centro æquilibrij, patet. Quia centrum æquilibrij cylindrici AH, habemus ex propoſit. 8. lib. 3. in qua aſſignatur centrum grauitatis trilinei ABG. Centrum æquilibrij trunci MHOE, in MHO, ſeù in ABG, habemus ex propoſit. 16. huius. Rationem cylindrici AH, ad truncum MHOE, habemus ex ſchol. citat. propoſit. 8. lib. 3. in fine. Quare patet propoſitum.

De

De centro vero grauitatis in altitudine, exemplificabimus in trilineo parabolico quadratico. In quo, ſupponentes præparationem adhibitam in propoſit. anteced. ex ſchol. propoſit. 8. huius, RQ, altitudo trunci ſiniſtri MHOE, ſic ſecatur in T, centro grauitatis trunci prædicti, vt RT, ſit ad TQ, vt 16. ad 5. ſeu vt 32. ad 10. Qualium ergo RQ, eſt 42. & eius dupla RY, ſeù XZ, eſt 84. talium XI, eſt 32. & Z℞, quia ZX, quarta pars, 21. Ergo reliqua I℞, erit talium 31. Et qualium I℞, erit 13. talium tota XZ, erit 35. $\frac{7}{31}$. & XI, 13, $\frac{13}{31}$. Verum quoniam duo ſolida ex trilineo ABG, reuoluto tam circa diametrum BG, quam circa ductam per A, ipſi BG, parallelam, eſt ad conicum circa BG, vt 10. ad 3. ex citat. ſchol. propoſit. 8. lib. 3. & vt illa duo ſolida, ad conicum, ſic cylindricus AH, ad truncum MHOE; & vt cylindricus, ad truncum, ſic TV, ad VS; nempe ſic IV, ad V℞. Ergo IV, ad V℞, erit vt 10. ad 3. Ergo qualium I℞, eſt 13. talium IV, erit 10. Sed talium XI, erat 13. $\frac{13}{31}$. Ergo talium erit XV, 23. $\frac{13}{31}$. Sed talium erat tota XZ, 35. $\frac{7}{31}$. Ergo reliqua VZ, erit 11. $\frac{25}{31}$. XZ, ergo ſic diuidetur ab V, centro grauitatis prædicti ſegmenti trunci, vt XV, ſit ad VZ, vt 23. $\frac{13}{31}$. ad 11. $\frac{25}{31}$. nempe vt 121. ad 61.

PROPOSITIO XXX.

Segmenti vt in anteced. propoſit. ſuper duplicato trilineo circa baſim, cuius exponens ſit numerus par. Poſſumus eadem centra aſsignare.

SEd ABC, ſit duplicatum quodcunque trilineum circa communem baſim BG. Dico &c. Centrum æquilibrij in baſi ABG, reperietur. Quia ex citat. propoſit. 8. lib. 3. habemus in trilineo ABG, centrum æquilibrij cylindrici AH; nempe grauitatis trilinei. Centrum æquilibrij in ABG, vel in MHO, trunci ſiniſtri MHOE, habemus ex propoſit. 14. huius. Ratio cylindrici AH, ad truncum MHOE, habetur ex coroll. 2. propoſit. 4 lib. 3. Quare patet propoſitum quoad primum.

Quoad ſecundum patebit ex ſuperioribus, & ex exemplo ſtatim adducendo in numeris in trilineo parabolico quadratico. Sint in ſecundo ſchemate eadem, quæ ſupra. Ergo RQ, altitudo trunci MHOE, ſic ſecatur à T, centro grauitatis, vt RT, ſit quadrupla TQ, ex ſchol. propoſit. 5. Qualium ergo RY, ſeù XZ, dupla RQ, eſt 20. talium RT, ſeù XI, erit 8. Sed talium Z℞, eſt 5. Ergo reliqua I℞, erit 7. Et qualium I℞, erit 5. talium XZ, erit 14. $\frac{2}{7}$, & XI, 5. $\frac{5}{7}$. Cum vero deducatur ex coroll. citat. eſſe annulum ex trilineo ABG, circa parallelam ipſi BG, ductam per A, vna

A, vna cum conico ex ABG, circa BG, ad ipſum conicum vt 4. ad 1. Ergo qualium IR, erit 5. talium IV, erit 4. Ergo tota ZV, erit 9. $\frac{5}{7}$. Ergo reliqua VZ, erit talium 4. $\frac{4}{7}$. Erit ergo XV, ad VZ, vt 9. $\frac{5}{7}$. ad 4. $\frac{4}{7}$. nempe vt 17. ad 8.

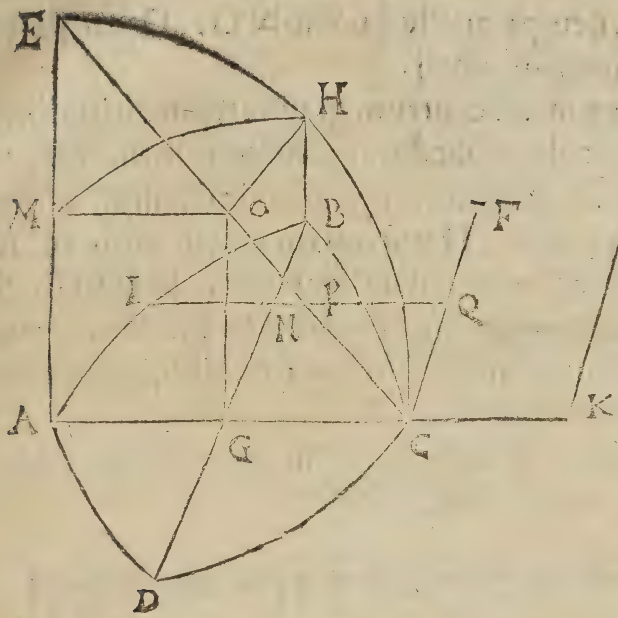
PROPOSITIO XXXI.

Segmenti ad baſim ſegmenti, vt in antecedentibus propoſitionibus, exiſtentis ſuper quacunque parabola, cuius exponens ſit numerus par. Poſſumus centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſsignare.

ESto parabola ABC, circa diametrum BG, & cuius exponens ſit numerus par: ſuper ſemiparabola ABG, ſit ſegmentum ABGOHE, trunci, vt in propoſit. anteced. ſit IN, parallela AG, per quam intelligamus tranſire planum parallelum AEC; hoc ſecabit tam cylindricum AH, quam truncum MHOE, in duo ſegmenta, quorum illa, quæ terminantur ad EAGO, trapezium ſimul ſumpta, vocamus ſegmentum ad baſim ſegmenti ABGOHE. Dico, quod huiuſmodi ſegmenti ad baſim, poſſumus in AING, centrum æquilibrij aſſignare, & in altitudine centrum grauitatis.

Primum patebit ad modum ſuperiorum. Nam ſegmenti ad baſim cylindrici AH, exiſtentis ſuper AING, habemus in AING, centrum æquilibrij,

brij,



brij, quod idem eſt cum centro grauitatis ipſius AING, quod habetur ex ſchol. propoſit. 11. lib. 3. Segmenti ad baſim trunci exiſtentis ſuper ſegmento ſemiparabolæ MHO, ſimili, & æquali ipſi AING, habemus in MHO, ſeù in AING, centrum æquilibrij, ex propoſit. 19. huius. Ratio cylindrici exiſtentis ſuper AING, ad ſegmentum trunci MHOE, ad baſim, habetur ex ſchol. 2. citat. propoſit. 11. lib. 3. in quo aſſignatur ratio ſolidi ex ſegmento AING, circa parallelam NG, ductam per A, ad ſolidum ex eodem circa NG: nam cylindri-

cus ad baſim, eſt ad ſegmentum ad baſim trunci M H O E, vt duo dicta ſolida rotunda, ad vnum ipſorum, nempe ad illud circa N G. Quare patet dari centrum æquilibrij.

Quantum ad centrum grauitatis in altitudine, patet. Quia datur medium punctum altitudinis, nempe centrum grauitatis cylindrici ad baſim, exiſtentis ſuper A I N G. Datur etiam ex cit. prop. 19. in altitudine ſegmenti ad baſim trunci M H O E. Si ergo coniungantur hæc centra, & linea coniungens ſecetur in ratione reciproca ſolidorum, quæ hauritur ex citat. propoſit. 11. lib. 3. punctum inuentum erit centrum grauitatis ſecans altitudinem totius illius ſegmenti trunci ad baſim.

PROPOSITIO XXXII.

Segmenti ad baſim ſegmenti, vt in antecedentibus propoſitionibus, exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo circa diametrum. Poßumus centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſsignare.

SEd ſupponamus A B C, eſſe quodcunque duplicatum trilineum circa diametrum B G, & ſegmentum trunci A B G O H E, intelligatur ſectum plano tranſeunte per I N, vt explicatum fuit in antecedenti propoſitione. Dico, quod ſegmenti ad baſim huiuſce ſegmenti poſſumus habere præfata centra.

De

De cèntro æquilibrij, patet. Quia cylindrici exiſtentis ſuper A I N G, centrum æquilibrij in AING, habemus ex ſcholio propoſit. 13. lib. 3. Segmenti ad baſim trunci M H O E, centrum æquilibrij in baſi habetur ex propoſit. 21. Ratio cylindrici ad baſim, ad ſegmentum prædictum ad baſim, habetur ex ſchol. citat. propoſ. 13. lib. 3. Quare habebitur etiam centrum æquilibrij.

De centro grauitatis etiam patet. Quia cum habeamus centra grauitatis tam cylindrici ad baſim, quam ex propoſit. citat. 21. ſegmenti ad baſim trunci M H O E. Et pariter cum habeamus ex citat. ſchol. rationem prædictorum ſolidorum; patebit etiam centrum grauitatis quæſitum.

PROPOSITIO XXXIII.

Totius trunci ſiniſtri cylindrici exiſtentis ſuper quacunque parabola, cuius exponens ſit numerus par, reſecti plano tranſeunte per parallelam ductam diametro per extremum punctum baſis, & punctum in latere erecto ab altero extremo baſis. Poſſumus centra æquilibrij in baſi, & grauitatis in altitudine aſsignare.

SIt quæcunque parabola A B C, cuius exponens ſit numerus par, & cuius diameter ſit B G, & cylindrici recti ſuper ipſa exiſtentis, ac ſecti plano tranſeunte per C F, B G, parallelam, ac per punctum E, in latere A E, ſit truncus ſiniſter A B C E. Dico,

 quod

quod huius trunci poſſumus in ABC, aſſignare centrum æquilibrij, & in eius altitudine centrum grauitatis.

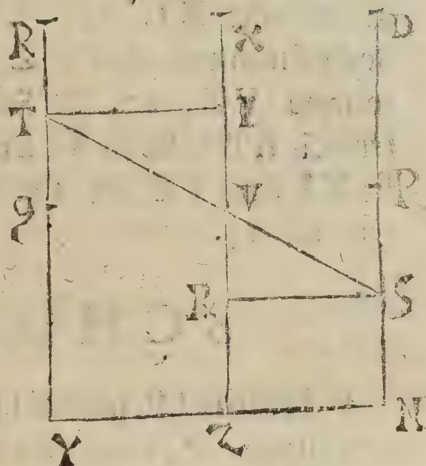
Quoad primum. Erecto GH, plano, vt prius, ſegmenti trunci ABGOHE, habemus in ABG, centrum æquilibrij ex propoſit. 27. Trunci GHC, habemus centrum æquilibrij in GBC, ex propoſit. 13. Si ergo ſimul iungamus hæc centra, & linea nectens ſecetur in ratione reciproca illorum ſegmentorum trunci, inuentum punctum erit centrum æquilibrij quæſitum. Quod vero habeamus rationem ſegmenti ABGOHE, ad truncum GHC, patet ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. in quo aſſignatur ratio, quam habet conoides ex GBC, circa BG, ad annulum ex GBC, circa FC: AGBOHE, etenim, eſt ad GHC, vt duo conoidea, ſimul cum annulo, ad annulum, vt patet ex ſuperioribus à nobis dictis. Quare patet primum.

Secundum vero ſic patebit. Nam ex propoſit. 27. habemus centrum grauitatis in altitudine ſegmenti trunci ABGOHE. Ex propoſit. 9. habemus centrum grauitatis in altitudine trunci GHC. Si ergo nectentes hæc duo centra, linea vniens ſecetur in ratione reciproca ſolidorum. Erit inuentum centrum grauitatis quæſitum.

Sed quoniam numero poteſt renuntiari, in qua ratione ſecetur dicta altitudo, ideo non eſt tam citò diſcedendum à præſenti materia. Sed ad euitandam confuſionem, ſupponamus in ſequenti figura, KY,

eſſe

eſſe altitudinem trunci ABGOHE, & T, eius centrum grauitatis; PN, ſit altitudo trunci GHC, cuius dupla DN, & eius centrum S. Secetur TS, nectens centra in V, vt ſit TV, ad VS, reciprocè vt truncus GHC, ad ſegmentum ABGOHE, adeo vt V, in



altitudine XZ, ſit centrum grauitatis totius trunci ABCE. Eſt in præſenti in parabola quadratica exemplificandum, quæ nam in numeris ſit ratio, quam habet XV, ad VZ. Sint TI, S℞, parallelæ YN. Ex propoſit. 27. RT, eſt ſupponenda eſſe ad TY, vt 71. ad 39. Et ex ſchol. propoſit. 9. eſt ſupponendum, eſſe PS, ad SN, vt 16. ad 9. & DS, ad SN, ſeù X℞, ad ℞Z, vt 41. ad 9. nempe vt 90. $\frac{1}{5}$. ad 19. $\frac{4}{5}$. Qualium ergo tota XZ, eſt 110. talium XI, eſt 71. X℞. 90. $\frac{1}{5}$. Ergo talium I℞, erit 19. $\frac{1}{5}$. Et qualium I℞, erit 16. talium tota XZ, erit 91. $\frac{64}{96}$. & XI, 59. $\frac{16}{96}$. Cum ergo ex coroll. 3. propoſit. 4. lib. 3. ſit truncus GHC, ad ſegmentum ABGOHE, vt 5. ad 11. Et cum vt truncus ad ſegmentum, ſic TV, ad VS; nempe IV, ad V℞: erit IV, ad V℞, vt 5. ad

11. Ergo IV, erit 5. qualium I℞, eſt 16. Sed talium erat XI, 59. $\frac{16}{96}$. Ergo XV, erit 64. $\frac{16}{96}$. Sed talium erat tota XZ, 91. $\frac{64}{96}$. Ergo erit talium reliqua VZ, 27. $\frac{48}{96}$. Secatur ergo XZ, altitudo trunci ABCE, in V, à centro grauitatis trunci, vt ſit XV, ad VZ, vt 64. $\frac{16}{96}$. ad 27. $\frac{48}{96}$. nempe vt 77. ad 33.

SCHOLIVM.

Si ducatur IP, parallela AC, & mente concipiamus ſuper IP, erigi planum ſecans truncum in duas portiones: ſegmenti eiuſdem ad baſim, nempe exiſtentis ſuper AIPC, poſſumus habere in AIPC, centrum æquilibrij, & in altitudine grauitatis. Centrum æquilibrij habetur, quia ex propoſit. 31. habetur centrum æquilibrij in AING, ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper AING. Ex propoſit. 20. habetur centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper GNPC. Si ergo vniamus ſimul hæc centra, & diuidamus lineam nectentem, in ratione reciproca, quæ tamen poteſt hauriri ex ſchol. 2. propoſit. 11. lib. 3. habebimus pariter in AIPC, centrum æquilibrij quæſitum.

Centrum vero grauitatis habebitur ex iiſdem propoſitionibus citatis.

PRO-

PROPOSITIO XXXIV.

Trunci, vt in antecedenti propoſitione, exiſtentis ſuper duplicata quacunque ſemiparabola circa baſim. Poſſumus aſſignare centra prædicta.

SIt ABC, figura conſtans ex duabus ſemiparabolis, ſic diſpoſitis vt baſes BG, ſint communis diameter, & in reliquis, ſint eadem, quæ ſupra. Dico, quod trunci ABCE, poſſumus in ABC, aſſignare centrum æquilibrij, & in altitudine centrum grauitatis.

De centro æquilibrij, patet. Quia ſegmenti trunci ABGOHE, habemus in ABG, centrum æquilibrij ex propoſit. 28. Trunci GHC, habemus in GBC, centrum æquilibrij ex ſchol. propoſit. 11. Rationem ſegmenti ABGOHE, ad truncum GHC, habemus ex coroll. prim. propoſit. 4. lib. 3. Quare poſſumus habere centrum æquilibrij in baſi.

De centro grauitatis in altitudine, patet. Nam centrum grauitatis ſegmenti ABGOHE, habemus ex citat. propoſit. 28. Et pariter ex propoſit. 4. habemus centrum grauitatis trunci GHC.

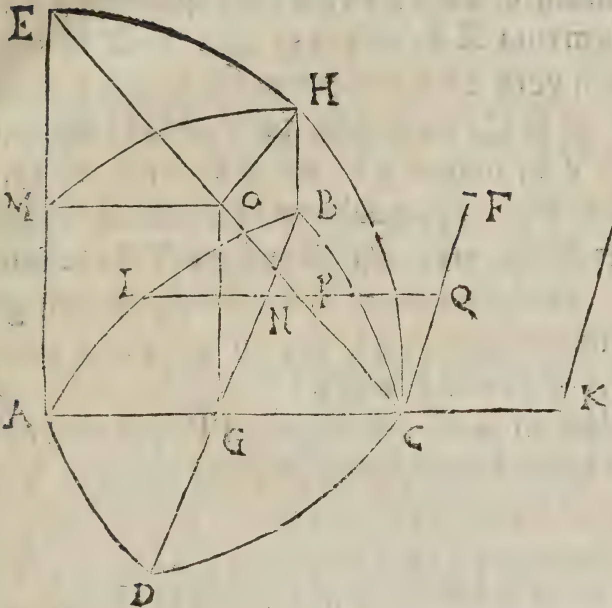
In numeris autem ſic exprimetur in parabola quadratica, ſupponentes, vt prius, T, eſſe centrum grauitatis ſegmenti trunci ABGOHE; & S, trunci GHC, & reliqua, vt in anteced. propoſit. Ex propoſit. ergo 28. eſt RT, ad TY, ſeù XI, ad IZ, vt

125. ad 71. Et ex propoſit. 4. erit PS, ad SN, vt 9. ad 5. Et DS, erit ad SN, ſeù X℞, ad ℞Z, vt 23. ad 5. nempe vt 164. $\frac{16}{28}$. ad 31. $\frac{12}{28}$. Qualium ergo tota XZ, eſt 196. talium XI, erit 125. & ℞Z, 31. $\frac{12}{28}$. Ergo reliqua I℞, erit talium 39. $\frac{16}{28}$. Et qualium I℞, erit 10. talium XZ, erit 49. $\frac{588}{1108}$. & XI, erit 31. $\frac{652}{1108}$. Cum verò ex coroll. prim. propoſit. 4. lib. 3. ſit truncus GHC, ad truncum ABGOHE, vt 3. ad 7. & cum ſic ſit reciprocè TV, ad VS, ſeù IV, ad V℞. Qualium I℞, erit 10. talium IV, erit 3. Sed talium XI, erat 31. $\frac{652}{1108}$. Ergo talium XV, erit 34. $\frac{652}{1108}$. Sed talium erat tota XZ, 49. $\frac{588}{1108}$. Ergo reliqua VZ, erit talium 14. $\frac{1044}{1108}$. Erit ergo XV, ad VZ, in prædicta ratione, nempe vt 13720. ad 4139.

PROPOSITIO XXXV.

Trunci, vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo circa diametrum. Poſſumus prædicta centra aſsignare.

SEd ABC, ſit figura conſtans ex duobus trilineis circa diametrum BG. Dico &c. De centro æquilibrij patet; quia ſegmenti ABGHE, habetur centrum æquilibrij ex propoſit. 29. Ex propoſit. 17. habetur in GBC, centrum æquilibrij trunci GHC. Ratio GHC, ad ABGHE, habetur ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. Diſcurrendo ergo, vt ſæpe factum



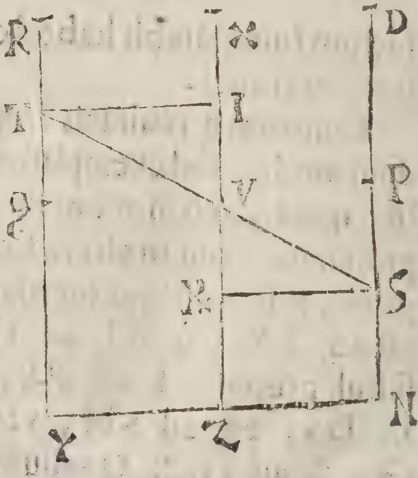
factum fuit, patebit haberi centrum æquilibrij in baſi totius trunci.

Centrum g rauitatis in altitudine habebitur eodem modo; ſed exemplificantes in trilineo parabolico quadratico in numeris, totam rem ante oculos ponemus. Sint in altera figura T, & S, centra vt prius, & ſint reliqua omnia. Ex propoſit. 29. R T, eſt ad T Y, ſeù X I, ad I Z, vt 121. ad 61. Et ex ſchol. propoſit. 8. eſt P S, ad S N, vt 30. ad 19. Et D S, eſt ad S N, vt 79. ad 19. nempe vt 146. $\frac{70}{38}$. ad 35. $\frac{28}{38}$. Qualium ergo tota X Z, eſt 182.

talium XI, eſt 121. & DS, ſeù X℞, eſt 146. $\frac{70}{98}$. Ergo talium erit I℞, 25. $\frac{70}{98}$. Et qualium I℞, erit 20. talium tota XZ, erit 141. $\frac{400}{2520}$. Et XI, erit 94. $\frac{280}{2520}$. Cum vero ex ſchol. propoſit. 8. lib. 3. deducatur eſſe GHC, truncum, ad ABGHE; nempe TV, ad VS; nempe IV, ad V℞, vt 7. ad 13. Erit IV, 7. & V℞, 13. qualium I℞, eſt 20. Ergo talium erit XV, 101. $\frac{280}{2520}$. & reliqua VZ, talium erit 40. $\frac{120}{2520}$. Diuiditur ergo XZ, ab V, centro grauitatis totius trunci ABCE, in prædicta ratione; nempe vt 6370. ad 2523.

Si etiam in præſenti ducatur IP, parallela AC, & ſuper ipſam intelligabus planum erectum ABC, ſecans fruſtum in duo ſegmenta; habebimus ſegmenti ad baſim, nempe exiſtentis ſuper AIPC, centrum æquilibrij in AIPC, & grauitatis in altitudine.

Primum habebimus ex propoſit. 22. in qua aſſignatur centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper AING. Ex propoſit. 22. in qua habetur in GNPC, centrum æquilibrij ſegmenti ad baſim exiſtentis ſuper GNPC. Et ex ſchol. propoſit. 13. ex quo



hau-

hauritur ratio ſegmenti ad ſegmentum.

Secundum deducitur ex ijſdem propoſitionibus.

PROPOSITIO XXXVI.

Trunci, vt in propoſit. anteced. exiſtentis ſuper quocunque duplicato trilineo circa baſim, cuius exponens ſit numerus par. Poſſumus prædicta centra aſsignare.

ABC, ſit figura conſtans ex duobus duplicatis trilineis ſic diſpoſitis, vt baſes BG, ſint axis. Dico poſſe aſſignari centra prædicta. Centrum æquilibrij habetur ex propoſit. 30. in qua aſſignatur in ABG, centrum æquilibrij trunci ABGHE. Ex propoſit. 15. in qua aſſignatur in GBC, centrum æquilibrij trunci GHC. Et ex coroll. 2. lib. 3. ex quo deducitur facillime ratio trunci ad truncum.

Centrum grauitatis in altitudine etiam poteſt haberi, & lector ipſum vniuerſaliter deducet ex modo particulari ſtatim adhibendo in numeris in trilineo parabolico quadratico. Supponentes ergo, quæ ſupra ſuppoſita ſunt in ſecundo ſchemate, T, centrum grauitatis ABGHE, ſic ex propoſit. 30. diuidit RY, vt ſit RT, ad TY, ſeù XI, ad IZ, vt 17. ad 8. S, verò centrum grauitatis trunci GHC, ſic diuidit PN, vt ſit PS, ad SN, vt 6. ad 4. ex propoſit. 6. Ergo DS, erit ad SN, vt 16.

ad 4. nempe vt 20. ad 5. Qualium ergo XZ, eſt 25. talium XI, erit 17. & X℞, 20. Ergo talium I℞, erit 3. Et qualium I℞, erit 10. talium XZ, erit 83. $\frac{1}{3}$. & XI, 56. $\frac{2}{3}$. Cum vero ex citat. ſchol. 2. propoſit. 4. lib. 3. ſit GHC, ad ABGHE; nempe TV, ad VS; nempe IV, ad V℞, vt 3. ad 7. Ergo qualium I℞, eſt 10. talium IV, erit 3. & V℞, 7. Ergo talium XV, erit 59. $\frac{2}{3}$. & reliqua VZ, 23. $\frac{2}{3}$. Eſt ergo XV, ad VZ, vt 59. $\frac{2}{3}$. ad 23. $\frac{2}{3}$. nempe vt 179. ad 71.

Finis Secundæ Partis.

MI-

MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS TERTIA.

IN QVA TANGVNTVR QVÆDAM CIRCA centra grauitatis ſuperficierum ceruarum; aſſignanturque centrum grauitatis cuiuſcunque portionis ſuperficiei ſphæricæ.

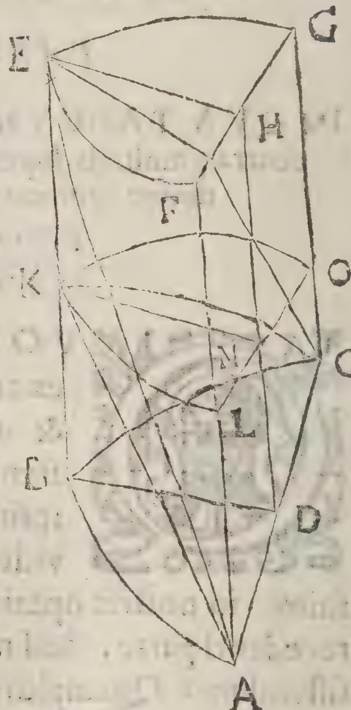
QVOT ſint ea ſymptomata, quæ ex analogia inter ſolida rotunda, & inter truncos cylindricos exiſtentes ſuper figuris genitricibus ipſorum, emanant, licuit lectori videre ex his, quæ paſſim expoſuimus in noſtris operibus, ac præſertim in tota antecedenti parte. Sed nè cogitet amabò in his pedem ſiſtendum. Quamplurima etenim remanent, quorum aliqua tangemus in parte præſenti; ſimulque campum longe, lateque patentem ad innumera noua indaganda aperiemus.

PRO-

PROPOSITIO I.

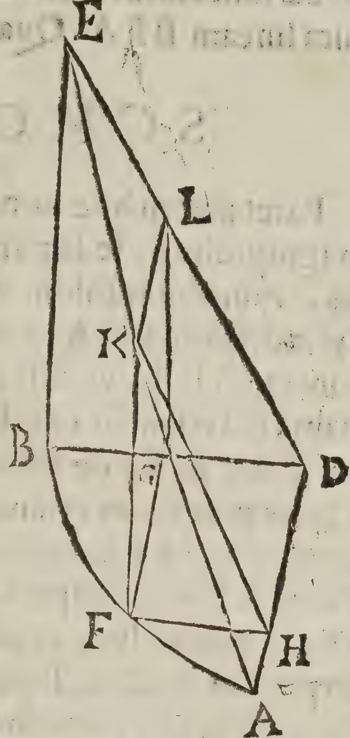
Si ſint eadem, quæ in propoſit. 10. lib. 2. & in propoſit. pri. part. ant. Superficies cylindrica trunci ſiniſtri, erit ad ſuperficiem ſolidi rotundi ex ſua baſe, baſe, vel baſibus exceptis, vt latus cylindrici ad circumferentiam dictam.

DE iſtis materijs eruditiſſime ſcribit Tacquet in lib. 2. cylin. & annul. nos breuius quam fieri poterit, explicabimus dictam doctrinam, vt ex ipſa colligamus ſpicas ab alijs meſſoribus neglectas. Eſto ergo v. g. quælibet figura ABC, circa axim B D, ſuper quam ſit cylindricus rectus cuius oppoſitæ baſes A B C, F E G, qui ſit ſectus plano daigonali A E C. Dico ſuperficiem cylindricam trunci ſiniſtri A B E C, excepta baſi A B C &, plano diagonali A E C (hanc enim intelligimus pro ſuperficie cylindrica) eſſe ad ſuperficiem curuam ſolidi ex A B C, reuoluta circa A C, excepta baſi ſi adeſſet (vtpote



ſi vo-

ſi volueretur ABD) vt EB, ad circumferentiam circuli cuius ſemidiameter BD. Etiam nunc, ad confuſionem euitandam, oſtendemus hoc in ſequenti figura in dimidio trunco ABDE, in quo accipiatur arbitrariè punctum F, à quo erigatur latus cylindrici Fk, & ducatur FH, parallela BD, & reliqua vt in ſchemate. Et dictis & in prop. 10. lib. 2. & in propoſit. pri. part. anteced. facile patebit, eſſe EB, ad BD, vt LG, ad GD; nempe vt kF, ad FH. Sed vt BD, ad circumferentiam ex radio BD, ſic FH, ad circumferentiam ex radio FH. Ergo ex æquali, vt EB, ad circumferentiam ex radio BD, ſic kF, ad circumferentiam ex radio FH. Sed punctum F, ſumptum fuit arbitrariè. Ergo vt EB, ad circumferentiam ex radio BD, ſic omnia latera ſuperficiei cylindricæ EBA, parallela EB, ad omnes circumferentias deſcriptas ex reuolutione curuæ BFA, circa AD; nempe ſic ſuperficies cylindrica ad ſuperficiem curuam ſolidi rotundi: tam enim latera ſu-



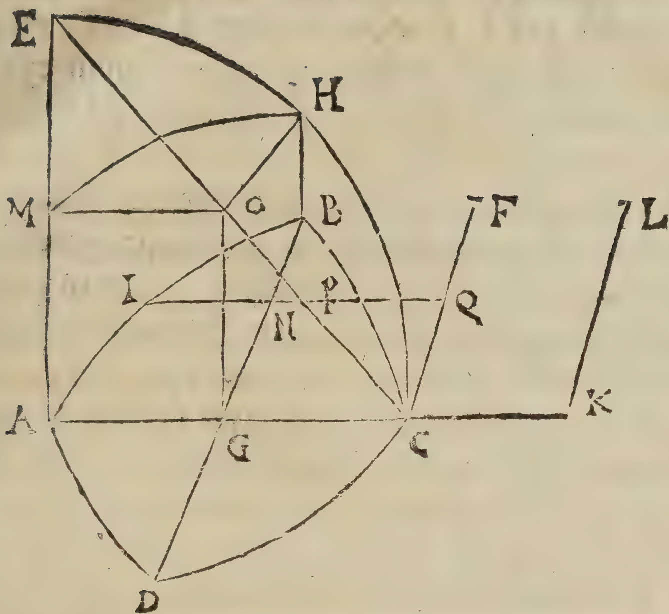
per-

perficiei cylindricæ, quam peripheriæ ſuperficiei curuæ ſunt eiuſdem trinſitus, nam procedunt ſecundum lineam BFA. Quare &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet autem hoc non ſolum verificari quoad totas magnitudines, ſed etiam quoad partes proportionales. Non enim ſolum verificatur totam ſuperficiem cylindricam EBA, eſſe ad totam ſuperficiem curuam ex BFA, vt EB, ad prædictam circumferentiam, ſed etiam ſic eſſe kFA, ad ſuperficiem curuam ex FA; & ſic de alijs partibus proportionalibus. Quare poterimus etiam concludere, quod erit vt ſuperficies EBFk, ad ſuperficiem ex BF, ſic ſuperficies kFA, ad ſuperficiem ex FA. Et permutando. Vniuerſaliter ergo poteſt deduci ex doctrinis explicatis in lib. 4. ſuperficiem cylindricam EBA, & ſuperficiem curuam ex BFA, circa DA, eſſe quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Etiam nunc ergo centra grauitatis, & æquilibrij harum ſuperficierum ſecabunt æqualiter AD. Nempe ita ſecabitur AD, à centro grauitatis ſuperficiei curuæ genitæ ex BFA, reuoluta circa AD, ſicuti ſecatur à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ EBA, appenſæ ſecundum AD. Idem intelligatur de cæteris partibus proportionalibus.

SCHO-



SCHOLIVM II.

Etiam in præſenti, licet propoſitio probata ſit de trunco exiſtente ſuper figura baſim AD, habente, attamen eſt vniuerſaliſſima, & verificatur etiam de figuris baſibus carentibus. Sit enim in ſchem. ſeq. quælibet figura ABCD, circa diametrum BD, & ſuper dimidia ipſius ABC, (etiam enim nunc ſufficit oſtendere in dimidia) intelligamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte vel per CF, vel per kL, & per E; ſit ſectum per FC, &

Ff E(quod

E (quod enim dicetur de hac ſectione, cuius deinceps indigemus, patebit eodem modo verificari de alia ſectione) vt ſit truncus ſiniſter A B C E; etiam in hoc trunco verificabitur, eſſe ſuperficiem cylindricam præfati trunci, nempe A E B C, ad ſuperficiem genitam ex reuolutione lineæ curuæ A B C, reuolutæ circa F C, vt E A, ad circumferentiam ex radio A C; & præfatas ſuperficies eſſe proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Eodem enim modo patebit, quod ſi à puncto I, intelligamus erigi latus cylindrici incidens curuæ E H C, hoc eſſe ad circumferentiam ex radio I Q, vt E A, ad circumferentiam ex radio A C. Idem probabitur de omnibus alijs. Et non diſſimili modo probaretur ſi cylindricus eſſet ſectus plano tranſeunte per K L, & E. Omnes ergo ſupradictæ ſuperficies ſunt inter ſe proportionaliter analogæ: & conſequenter eodem modo ſecabuntur F C, L k, à centris æquilibrij, & grauitatis ipſarum.

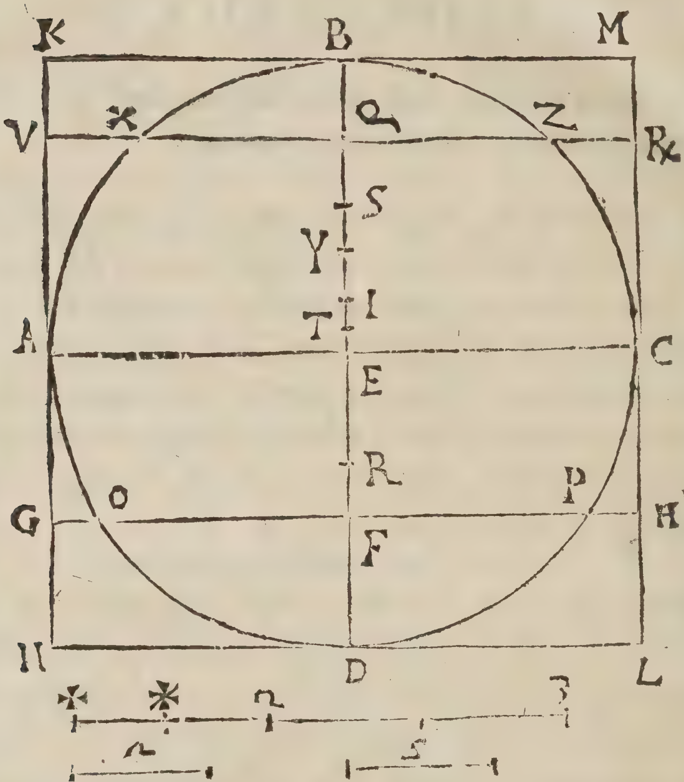
His ergo explicatis, patet quomodo aperiatur via rimandi centra grauitatis, & æquilibrij ſuperficierum curuarum. Nam ſi aderit aliqua via indagandi centrum grauitatis ſuperficiei ſolidi rotundi, ſtatim habebimus centrum æquilibrij ſuperficiei cylindraceæ trunci, explicati, & è contra.

PRO-

PROPOSITIO II.

Cuiuſcunque portionis ſuperficiei ſphæricæ, baſi excepta, centrum grauitatis diuidit axim bifariam.

ESto OBP, portio ſphæræ, cuius axis BF. Dico ſuperficiei ſphæricæ genitæ ex OAB, circa BF, centrum grauitatis eſſe in medio BF. Intelligamus parallelogrammum KL, toti ſphæræ circumſcriptum. Vt deducitur ex Archimede lib. 1. de ſphær. & cylind. propoſit. 40. & 41. & vt paſſim ab alijs probatur, ſuperficies totius ſphæræ ad ſuperficiem portionis OBP, eſt vt DB, ad BF. Sed vt DB, ad BF, ita parallelogrammum kL, ad parallelogrammum kH. Ergo ſuperficies ad ſuperficiem, eſt vt parallelogrammum ad parallelogrammum. Sic probaretur de quibuſcunque alijs portionibus. Ergo ſuperficies ſphærica DABC, & parallelogrammum KL, ſunt quantitates proportionaliter analogæ tam in magnitudine, quam in grauitate, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales, iuxta doctrinas paſſim à nobis explicatas. Ergo centra grauitatis ipſorum eodem modo ſecabunt partes axis correſpondentes. Sed centrum grauitatis parallelogrammi v. g. kH, diuidit BF, bifariam. Ergo etiam centrum grauitatis portionis ſuperficiei ſphæricæ OBP, diuidet BF, bifariam. Et ſic in alijs. Quod erat oſtendendum.



SCHOLIVM.

Ex dictis patet quantum deceptus fuerit Guldinus lib.prim. Centrobarycæ.cap. 10.propoſit.5. dum ait poſſe probari per inſcriptionem, & circumſcriptionem figurarum, centrum grauitatis ſuperficiei ſphæricæ v.g. OBP, eſſe idem cum centro grauitatis portionis OBP, circuli. Videatur locus citatus.

Sed

Sed hæc ſunt extra intentum. Reddeamus ergo ad nos.

Ex doctrinis ſuperius expoſitis habetur, quod ſi ſuper ſemicirculo D A B, intelligatur cylindricus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per D B, & per punctum in latere erecto à puncto A: habetur inquam, centrum æquilibrij, cuiuſcumque ſegmenti ſuperficiei cylindricæ huius, reſectæ latere, vel lateribus, appenſæ ſecundum B D, eſſe in medio axis correſpondentis. V. g. ſi dicta ſuperficies cylindracea, ſecetur latere erecto à puncto O: ſuperficiei cylindraceæ ſuper O A B, exiſtentis centrum æquilibrij, appenſæ ſecundam B F, erit in medio B F. Sic diſcurratur de cæteris partibus.

PROPOSITIO III.

Centrum grauitatis perimetri cuiuſcunque portionis ſphæræ ſic diuidit eius axim, vt pars terminata ad verticem, ſit ad reliquam, vt diameter ſphæræ, cum dupla axi reliquæ portionis, ad diametrum ſphæræ.

ESto, vt prius, ſphæra, & eius portio O B P, ſitque E, centrum grauitatis totius perimetri portionis O B P. Dico eſſe B E, ad E F, vt dupla D F, cum D B, ad D B. Diuidatur B F, bifariam in I. Ergo ex propoſit. anteced. erit I, centrum grauitatis ſuperficiei ſphæricæ portionis. Sed F, eſt centrum grauitatis circuli O F P: cum ergo ſit E, cen-

centrum totius perimetri, erit reciprocè circulus OFP, ad ſuperficiem ſphæricam OBP, vt IE, ad EF. Sed circulus OFP, eſt ad ſuperficiem ſphæricam OBP, vt quadratum OF, nempe rectangulum DFB, ad quadratum rectæ BO (ſi intelligatur ducta) vt deducitur ex Archimede loc. citat. nempe ad rectangulum DBF: & cum ſit vt rectangulum ad rectangulum, ſic (propter commune latus BF) DF, ad DB. Ergo erit vt IE, ad EF, ſic DF, ad DB. Et componendo, erit IF, ad FE, vt DF, cum DB, ad DB. Et antecedentium dupla; erit ergo BF, ad FE, vt dupla DF, cum dupla DB, ad DB. Et diuidendo, erit BE, ad EF, vt dupla DF, cum DB, ad DB. Quod erat oſtendendum.

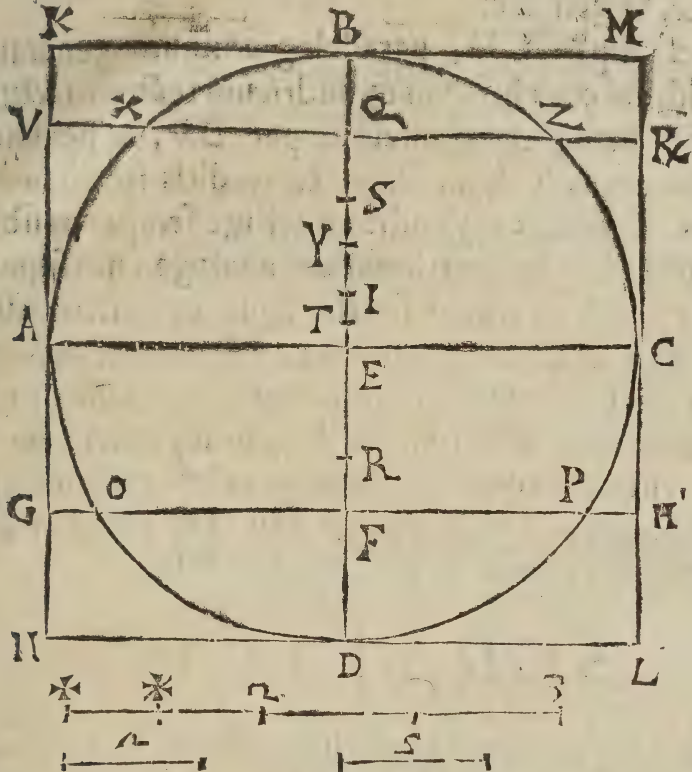
COROLLARIVM.

Ergo centrum grauitatis perimetri hemiſphærij ABC, quod ſit v. g. Y, ſic diuidit BE, vt ſit BY, dupla YE. In tali enim caſu, dupla DE, cum DB, eſt dupla DB.

PROPOSITIO IV.

Centrum grauitatis ſuperficiei cuiuſcunque cylindri diuidit eius diametrum biſariam.

Præ-



PRæſens propoſitio eſt facilliſſima, itaut pudeat ipſam oſtendere, præcipue, quia ab alijs oſtenditur. At vt demonſtremus qualiter methodi à nobis adhibitæ etiam his, & ſimilibus inſeruiant, ipſam oſtendemus, & putamus eius demonſtrationem haud futuram ſine lucro. Eſto ergo cylindrus k L. Dicimus centrum grauitatis eius ſuperficiei cylindricæ eſſe E, medium punctum BD. Patet, quia facile conſtat ſuperficiem cylindricam eſſe propor-

tio-

tionaliter analogam cum parallelogrammo kL. Ergo &c. Quod &c.

Vel ſuper KD, parallelogrammum generans cylindrum concipiamus cylindricum rectum ſectum diagonaliter plano tranſeunte per DB, & per latus oppoſitum ipſi Nk. Ergo ex traditis initio huius partis, ſuperficies cylindri (intellige ſemper baſibus exceptis) erit proportionaliter analoga cum ſuperficie cylindrici trunci ſiniſtri (quæ in noſtro caſu, quia truncus ſiniſter eſt priſma, erit parallelogrammum.) Ergo DB, ſecabitur eodem modo à centro grauitatis & æquilibrij harum ſuperficierum. Sed centrum æquilibrij illius parallelogrammi appenſi ſecundum DB, biſecat DB. Ergo & centrum ſuperficiei cylindri kL, biſecabit BD.

SCHOLIVM.

Non ſolum autem medium punctum E, erit centrum grauitatis ſuperficiei cylindri kL, ſed etiam totius ipſius perimetri. Iſtæ autem ſunt nugæ; ſed ex iſtis nugis patet, ſuperficiem cylindri kL, & ſuperficiem ſphæræ DABC, eſſe magnitudines proportionaliter analogas, iuxta ſenſum, infinitis propemodum vicibus, explicatum. Quare eandem proportionem habebit tota ſuperficies cylindri kL (baſibus exceptis) ad totam ſuperficiem ſphæræ, quam habet quælibet pars ad quamlibet partem. V.g. quam habet ſuperficies cylindri K℞, ad ſuperficiem portionis

tionis XBZ. Si ergo ſuperficies cylindri kL, eſt æqualis ſuperficiei ſphæræ, vt oſtenditur ab Archimede, & ab alijs; etiam quęlibet pars ſuperficiei cylindri, erit ęqualis ſuperficiei portionis ſphęrę, quam includit.

PROPOSITIO V.

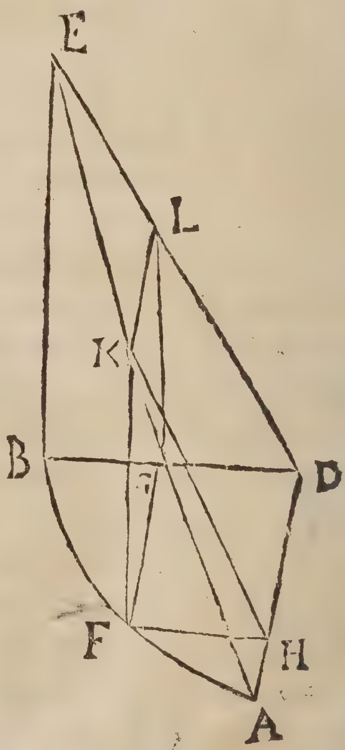
Centrum grauitatis perimetri exceſſus cylindri circumſcripti hemiſphærio ſupra ipſum, ſic diuidit axim eiuſdem, vt pars terminata ad centrum hemiſphærij, ſit reliquę ſeſquialtera.

SIt Q, in ſchem. anteced. centrum grauitatis perimetri exceſſus cylindri kC, ſupra hemiſphærium ABC. Dico EQ, eſſe QB, ſeſquialteram. Perimeter enim talis exceſſus clauditur ſuperficie cylindrica kACM, ſuperficie ſphærica ABC, & circulo kBM. Sit S, medium punctum BE. Ergo erit ex propoſit. 2. & 4. centrum grauitatis tam ſuperficiei cylindri KACM, quam ſphæricæ ABC. Cum vero B, ſit etiam centrum grauitatis circuli kBM, erit reciprocè SQ, ad QB, vt circulus kBM, ad vtraſque ſuperficies ſimul. Sed cum ſuperficies cylindrica ſit æqualis ſuperficiei ſphæricę ABC; & cum hæc ex famoſis doctrinis Archimedis, & aliorum, ſit dupla circuli kBM; erunt ambæ quadruplæ circuli kBM. Ergo SQ, erit ad QB, vt 1. ad 4. Ergo EQ, erit ad QB, vt 6. ad

4; emnpe in ratione ſeſquialtera. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO VI.

Centrum grauitatis ſuperficiei conicæ, baſi excepta, ſic diuidit eius diametrum, vt pars ad verticem terminata, ſit reliquæ dupla.



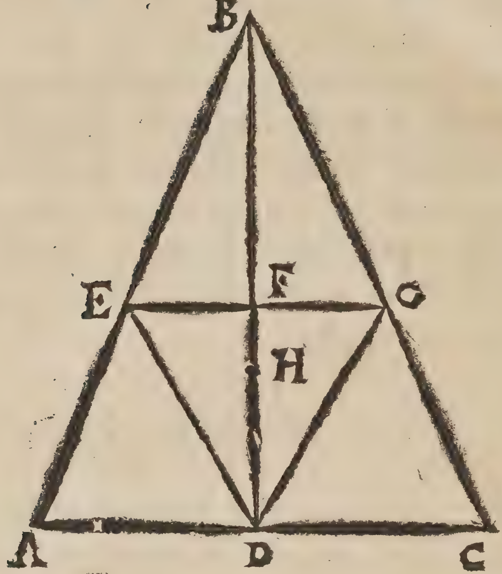
SVpponamus BAD, licet ſchema non exprimat, eſſet triangulum, ex cuius reuolutione circa A D, intelligamus genitum eſſe conum. Dico centrum grauitatis ſuperficiei conicæ, baſi excepta, ſic diuidere A D, vt pars terminata ad A, ſit reliquæ dupla. Super triangulum A B D, concipiamus cylindricum, qui ſectus plano diagonaliter tranſeunte per A D, & per E, punctum in latere exhibeat truncum ſiniſtrum A B D E. Huius ſuperficies cylindrica E B A, erit

trian-

triangulum. Ex explicatis in propoſit. prim. hoc triangulum E B A, & ſuperficies conica ex B F A, circa A D, ſunt magnitudines proportionaliter analogæ, &c. & centrum æquilibrij trianguli E B A, appenſi ſecundum A D, ita diuidit A D, vt ſecatur à centro grauitatis ſuperficiei conicæ. Sed centrum æquilibrij trianguli ita diuidit A D, vt pars terminata ad A, ſit reliquæ dupla, vt patet. Ergo & ſic diuidetur A D, à centro grauitatis ſuperficiei conicę, baſi excepta. Quod &c.

ALITER.

In ſchemate ſequenti ſupponamus A B C, nobis repręſentare tam conum ortum ex rotatione trianguli A B D, circa B D, quam triangulum A B C, & conus intelligatur ſectus circulo E F O, baſi ADC, parallelo, & triangulum linea E O, parallela A C. Ex propoſit. 14. Archim. lib. pri. de ſphęr. & cylind. deducitur, & à Torricell. propoſit. 10. lib. 1. de ſphęra, & ſolidis ſphęralibus, probatur, eſſe conicam ſuperficiem A B C, ad conicam ſuperficiem E B O, vt rectangulum B A D, ad rectangulum B E F (intellige tamen ſemper, demptis baſibus.) Sed vt A B, ad B E, ſic A D, ad E F. Ergo conica ſuperficies A B C, ad conicam E B O, erit vt quadratum A D, ad quadratum E F; nempe vt triangulum A B C, ad triangulum E B O. Et hoc accidit ſemper vbicunque ſint ducta planum E F O, & linea



E O. Ergo ſuperficies conica, & triangulum A B C, ſunt magnitudines proportionaliter analogæ. Ergo centrum grauitatis ipſarum ſecabit eodem modo B D. Sed centrum grauitatis trianguli A B C, quod ſit v. g. H, ſic diuidit B D, vt B H, ſit dupla H D. Quare & centrum grauitatis ſuperficiei conicæ. Quod &c.

PROPOSITIO VII.

Centrum grauitatis perimetri coni, ſic diuidit eius diametrum, vt pars ad verticem terminata, ſit ad reliquam,

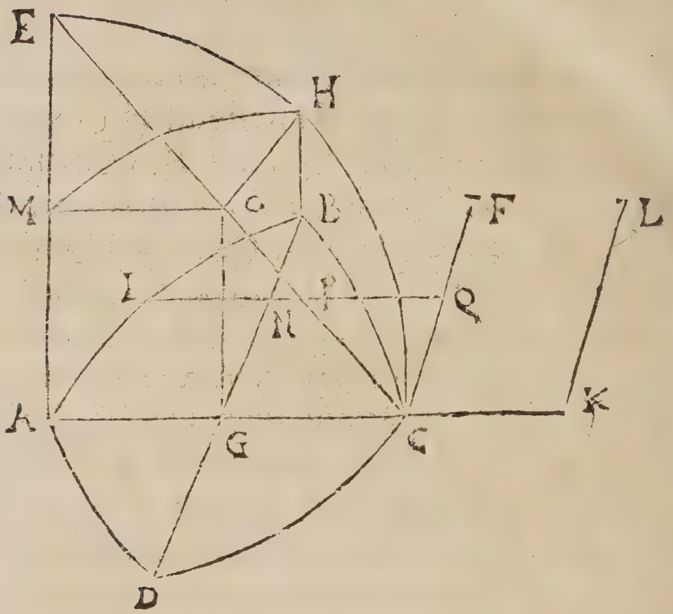
quam, vt triplus radius baſis cum duplo latere coni, ad latus coni.

SIt ergo H, centrum grauitatis totius perimetri coni ABC. Dico BH, eſſe ad HD, vt tripla DC, cum dupla BC, ad BC. Sit F, centrum grauitatis ſuperficiei conicæ ABC. Ergo ex propoſit. anteced. BF, erit dupla FD. Cum ergo D, ſit centrum grauitatis circuli ADC, erit reciprocè FH, ad HD, vt circulus ADC, ad ſuperficiem conicam ABC. Sed circulus ad ſuperficiem conicam, eſt vt quadratum DC, ad rectangulum DCB; nempe vt DC, ad CB. Ergo FH, ad HD, erit vt DC, ad CB. Et componendo, erit FD, ad DH, vt DC, cum CB, ad CB. Et antecedentium tripla; erit ergo BD, ad DH, vt tripla DC, cum tripla CB, ad CB. Et diuidendo, erit BH, ad HD, vt tripla DC, cum dupla CB, ad CB. Quod &c.

PROPOSITIO VIII.

Si ſuper qualibet figura circa diametrum concipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte, per lineam parallelam diametro ductam, vel per extremitatem baſis, vel extra, & per punctum in latere. Centrum æquilibrij ſuperficiei cylindricæ alterutrius trunci appenſi ſecundum lineam per quam planum tranſit, ita ipſam diuidit, vt diuiditur diameter à centro æquilibrij totius ſuperficiei cylindricæ appenſæ ſecundum figuram.

Su-



SVper figura ABC, circa diametrum BG, concipiatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte primo per CF, parallelam BG, ac ipſi æqualem, ductam ab extremitate baſis AC, & per punctum in latere E. Dico ſuperficiei cylindricæ AEBC (hanc enim dumtaxat intelligimus pro ſuperficie cylindrica, & non figuram ABC, nec planum CEHC, nec triangulum AEC) appenſæ ſecundum FC, centrum æquilibrij, ita ſecare FC, vt ſecatur BG, à centro æquilibrij totius ſuperficiei cylindricæ totius cylindrici, nempe duplicatæ ſuperficiei

ficiei AEBC, appenſæ ſecundum BG. Quod enim ſi ſuperficies totius cylindrici intelligatur appenſa ſecundum figuram ABC, ſit eius centrum æquilibrij in BG, eſt adeò manifeſtum, vt pudeat circa hoc verba facere. Sit ergo N, hoc centrum æquilibrij. Patet non minus manifeſtè, ſi intelligamus appenſam ſuperficiem cylindricam AEBC, ſecundum figuram ABG, in aliquo ipſius puncto eſſe centrum æquilibrij talis ſuperficiei. Sit hoc in linea NI. Quæ producatur indefinitè. Patet in ipſa eſſe centrum æquilibrij ſuperficiei cylindrici alterius trunci dexteri cylindrici, qui truncus eſt intelligendus æqualis, & ſimilis trunco ABCE, ſecundum omnia, ſed erit inuerſè poſitus. His explicatis. Dico lineam IP, eſſe parallelam AC. Non ſit enim parallela, ſed pars IN, ſit propinquior ipſi AG. Vt diximus, manifeſtum eſt ſuperficiem cylindricam ABCE, & ſuperficiem cylindricam alterius trunci dexteri, eſſe ſimiles, & æquales. Ergo ſi ſimiliter appendantur, nempe ſecundum baſes, habebunt centra æquilibrij ſimiliter poſita. Quod vtique non eueniet, niſi IP, ſit parallela AC, centrum enim æquilibrij ſuperficiei trunci dexteri, erit in baſi oppoſita baſi ABC, in linea oppoſita lineæ NP. Patet ergo, quod ſi ſuperficies cylindrica appendatur ſecundum FC, æqualem BG, in puncto Q, erit FQ, ad QC, vt BN, ad NG. Quod primo erat oſtendendum.

Secundo, ne ſchemata multiplicemus, cogitemus pla-

planum ſecans tranſire per kL, & per E: hoc ſecabit etiam latus erectum à puncto C. Quod ſi per punctum talis ſectionis intelligamus duci planum parallelum ABC; truncus ſiniſter prioris cylindrici diuidetur in cylindricum cuius oppoſitæ baſes, ABC, & ducta per punctum ſectionis lateris erecti à puncto C, & in truncum ſiniſtrum cylindrici ſecti per tale punctum, & per E. Cum verò partium ſuperficiei curuæ totius trunci ſiniſtri appenſæ ſecundum ABC, ſint centra æquilibrij in IP; quia cylindrici in N, & trunci ſiniſtri partis prioris trunci ſiniſtri in IN. Erit ſuperficiei curuæ totius in IN. Res eſt manifeſtiſſima geometrizanti. Quare propoſitum quo ad omnia liquet.

PROPOSITIO IX.

Cuiuſcunque ſuperficiei cylindricæ, exceptis baſibus appenſæ ſecundum baſim, idem eſt centrum æquilibrij cum centro grauitatis perimetri baſis.

ESto quilibet cylindricus ABCGEF, exiſtens ſuper baſi ABC. Dico centrum æquilibrij totius ſuperficiei ipſius, exceptis baſibus ABC, FEG, appenſæ ſecundum ABC, eſſe idem cum centro grauitatis perimetri ABC. Traiciatur enim vbilibet planum OkL, oppoſitis baſibus parallelum. Perimeter OkL, eſt æqualis, ſimilis, & ſimiliter poſita perimetro ABC. Ergo etiam harum centra gra-

grauitatis erunt ſimiliter poſita in figuris ABC, LKO. Ergo ſi ambæ perimetri ABC, LkO, intelligantur appenſæ ſecundum figuram ABC, earum centrum æquilibrij idem erit cum centro grauitatis perimetri ABC. Idem probabitur de quacumque alia perimetro. Ergo idem punctum in ABC, erit centrum æquilibrij perimetrorum omnium parallelarum perimetro ABC. Et conſequenter ſuperficiei cylindricæ.



SCHOLIVM.

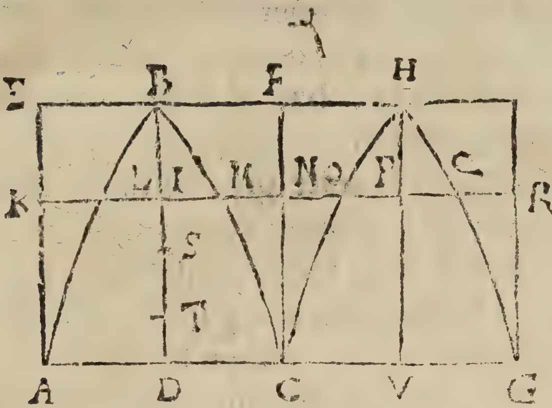
Licet autem oſtenſum ſit de tota ſuperficie cylindrica, tamen hoc in ſequentibus non indigebimus, ſed tantum de illa ſuperficie cylindrica, de qua ſupra locuti ſumus, nempe de ipſa excepto plano AFGC. Eodem enim modo probabimus, centrum æquilibrij ipſius appenſæ ſecundum ABC, idem eſſe cum centro grauitatis perimetri ABC, excepta baſi AC.

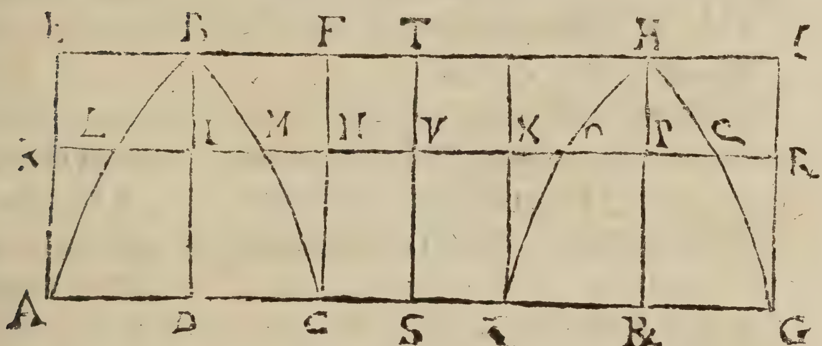
PROPOSITIO X.

Si quodlibet triangulum æquicrure voluatur circa parallelam diametro ductam vel per extremitatem baſis, vel extra. Centrum grauitatis ſuperficiei annuli geniti, baſi excepta, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes diuidet axim annuli, vel partes axis correſpondentes, biſariam.

SVpponamus in ſequentibus ſchematibus, ABC, eſſe triangulum æquicrure, & intelligamus ipſum rotari circa FC, in prima figura, vel circa TS, in ſecun. Dico FC, TS, ſecari bifariam à centris grauitatis ſuperficierum annulorum ABCHG, ABCZHG, baſibus exceptis. Quod ſi traiciantur plana LQ, baſibus parallela, etiam FN, NC, TV; VS, pariter dicimus ſecari bifariam à centris grauitatis ſuperficierum, quarum illæ ſunt axes.

Probabitur prius in prim. fig. Super ABC, ergo triangulo intelligatur cylindricus rectus ſectus diagonaliter plano tranſeunte per FC, & per punctum in latere erecto à puncto A. Ergo ex propoſit. 8. ſi ſuperficies cylindrica trunci ſiniſtri huius cylindrici intelligatur appenſa ſecundum FC, v. g. in puncto N, ita erit FN, ad NC, vt eſt BI, ad IE (ſupponendo I, eſſe centrum æquilibrij ſuperficiei cylindricæ exiſtentis ſuper lineis AB, BC.) Sed ex pro-





propoſit. anteced. centrum æquilibrij ſuperficiei cylindricæ exiſtentis ſuper AB, BC, eſt idem cum centro grauitatis linearum rectarum AB, BC, ſimul coniunctarum, quod vtique ſecat BD, bifariam, vt fusè videri poteſt ex ijs, quæ docuit Guldinus in lib. prim. centroba. cap. 3. propoſit. 3. & vt naturaliter patet. Ergo etiam centrum æquilibrij illius trunci ſiniſtri appenſi ſecundum FC, ſecabit FC, bifariam. Sed ex dictis in propoſit. pri. ita ſecatur FC, à

Hh 2 cen-

centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ trunci ſiniſtri, ſicuti ſecatur à centro grauitatis ſuperficiei annuli ABCHG, baſi ACG, excepta. Quare patet propoſitum.

In altero ſchemate probabitur ex ijſdem propoſitionibus; ſed planum ſecans cylindricum exiſtentem ſuper ABC, debet tranſire per TS, & per punctum in latere erecto à puncto A. Diſcurretur enim eodem modo, nempe ſic ſecari TS, à centro æquilibrij ſuperficiei trunci ſiniſtri, ſicuti ſecatur BD, à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ totius cylindrici. Etc.

De partibus etiam proportionalibus, patebit eodem modo. Nam, vt licuit intueri, tota res dependet ex centro grauitatis rectarum AB, BC, ſimul coniunctarum. Sicuti autem centrum grauitatis ipſarum ſecat BD, bifariam, ſic etiam centrum grauitatis rectarum LB, BM, ſecabit BI, bifariam; & centrum grauitatis rectarum AL, MC, ſecabit ID, bifariam, & ſic de omnibus alijs. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Immo facile deducetur, quod vtique non videtur ſpernendum, & eſt, quod ſemper dictæ ſuperficies ſecantur in proportione axium. V. g. ita erit ſuperficies ſegmenti ALMCOQG, in prima figura, ad ſuperficiem LBMOHQ, ſicuti eſt CN, ad NF,

& hoc

& hoc ſemper. Idem intelligatur in ſecunda figura. Hoc autem eſt nimis clarum, cum dependeat ex hoc, quod centrum grauitatis totius, & partium, ſit ſemper in medio axis correſpondentis.

Demonſtrauimus ſuperiorem propoſitionem ex omnibus ſuis principijs, vt oſtenderemus totam ſeriem diſcurſus; facilius, & breuius potuiſſet probari, iam oſtenſa ſequenti propoſitione vniuerſali.

PROPOSITIO XI.

Si quælibet figura circa axim voluatur, vt dictum eſt in antecedenti propoſitione. Centrum grauitatis ſuperficiei genitæ excepta baſi ita ſecabit axim ipſius, vt ſecatur axis figuræ genitricis à centro grauitatis ambitus ipſius, baſi excepta, ſi baſim habeat.

SIt ergo ABC, quælibet figura circa axim BG, ſiue hæc habeat baſim AC, ſiue non habeat, (quod tunc contingeret quando figura ABC, eſſet duplicata ad partes AC in BADC.) Dico ita ſecari FC, vel Lk, à centro grauitatis ſuperficierum annulorum genitorum, ex reuolutione ABC, circa FC, vel KL, baſibus exceptis, ſicuti ſecatur BG, à centro grauitatis ambitus ABC, excepta baſi AC. Probabitur in primo annulo, & ex eius probatione patebit faciliter in ſecundo.

In primo ergo annulo patet faciliter. Nam ſuper ABC, intellecto cylindrico recto ſecto diagona-

gonaliter plano tranſeunte per FC, & per punctum in latere E, vt ſit ABCE, eius truncus ſiniſter, ex propoſit. 1. FT, ſecabitur in eodem puncto à centro grauitatis ſuperficiei annuli, baſi excepta, & à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ trunci appenſæ ſecundum FC. Sed ex propoſit. 8. ita ſecatur FC, à centro æquilibrij ſuperficiei trunci, ſicuti ſecatur BG, à centro æquilibrij ſuperficiei cylindricæ cylindrici, nempe illius, quæ exiſtit ſuper lineis AIB, BPC: & ex propoſit. 9. eodem modo ſecatur BG, à centro grauitatis linearum AIB, CPB, ſimul. Quare à primo ad vltimum patet propoſitum.

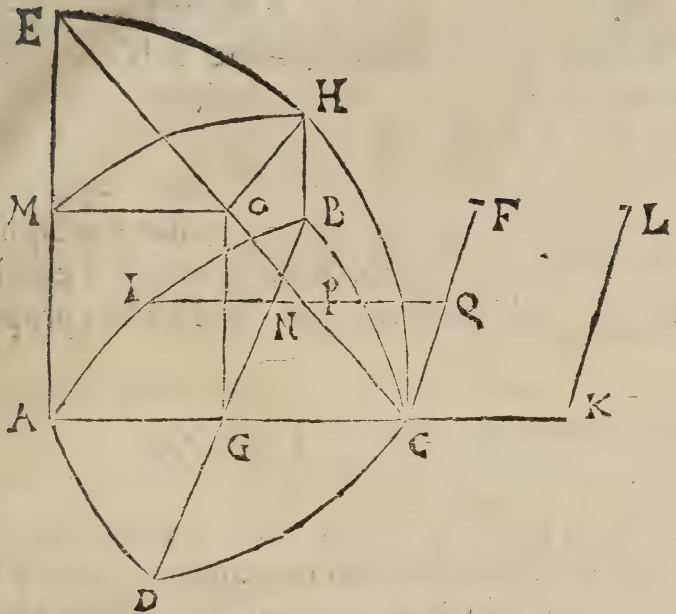
SCHOLIVM.

Patet ergo faciliter qualiter propoſitio 10. antecedens deducetur ex generali prop. 11. Immo ex hac prop. generali poſſumus rurſum probare centrum grauitatis ſuperficiei cylindricæ, baſibus exceptis, ſecare eius axim bifariam; nam commune centrum grauitatis duorum oppoſitorum laterum parallelogrammi ſimul coniunctorum diuidit axim parallelogrammi bifariam.

PROPOSITIO XII.

Superficiei annuli ſiue ſtricti, ſiue lati, genitæ ex reuolutione cuiuſcunque portionis ſirculi, modo ſupra explicato, centrum grauitatis in axe annuli inuenire.

Se-



SEquens propoſitio deducitur ex doctrina Guldini, quam habet in lib. pri. centroba. cap. 5. propoſ. 2. Supponamus in ant. ſchem. A B C, quamlibet portionem circuli, rotari, modo ſupra explicato. Oportet ſuperficiei genitę, baſi excepta, centrum grauitatis inuenire. Fiat vt circumferentia CPB, ad CG, dimidiam chordæ A C, ſic ſemidiameter circuli ad aliam abſcindendam à ſemidiametro incipiendo à centro, v. g. in noſtro ſchemate ſupponentes ABC, eſſe ſemicirculum (quod enim in ipſo dicetur verificabitur etiam in alijs portionibus) fiat vt circumfe-

ren-

rentia CPB, ad CG, ſemichordam CA, ſic BG, ſemidiameter ad GN, abſcindendam ſemper à centro verſus B. Dico quod ſi FC, vel alia circa quam fit reuolutio ſecetur in ratione BN, ad NG, punctum ſectionis erit centrum grauitatis ſuperficiei annuli. Patet, quia ex Guldino loc. cit. N, eſt centrum grauitatis peripheriæ ABC. Sed ex propoſ. anteced. ita ſecatur BG, à centro grauitatis peripheriæ ſicuti ſecatur axis, circa quem fit rotatio à centro ſuperficiei annuli, baſi excepta. Ergo patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Hæc ſunt, quæ vſque nunc nobis occurrerunt circa præſentem ſuperficierum curuarum materiam. Sunt vtique exiguiſſima pars illorum, quæ deſunt; attamen noluimus illa prætermittere. Etenim maluimus aliqua conſcribere, quam omnia ſub ſilentio relinquere. Peritiores geometræ obſtruſiora manifeſtabunt.

Finis Tertiæ Partis.

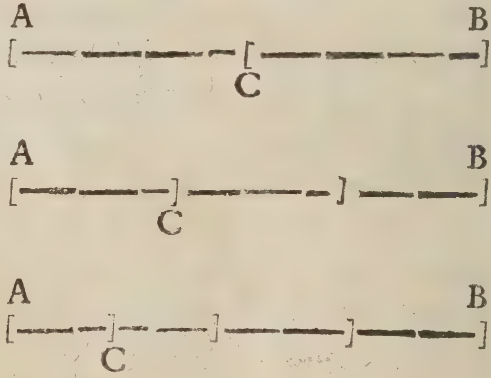
MISCELLANEI GEOMETRICI,

PARS QVARTA.

IN QVA ASSIGNANTVR MAXIMA inſcriptibilia in infinitis trilineis, & in infinitis conicis ex ipſis reuolutis tam circa axim, quam circa baſim.

NON aliter videtur terminandum Miſcellaneum præſens, quam fuerit abſolutum miſcellaneum noſtrum hyperbolicum, & parabolicum, quod paucis ab hinc menſibus euulgauimus. Impoſuimus finem miſcellaneo præfato maximis inſcriptibilibus, minimiſque circumſcriptibilibus infinitis parabolis, conoidibus, ac ſemifuſis parabolicis. Sed tunc temporis hæc doctrina de maximis, & minimis prout ad ſubiectum propoſitum attinebat, non fuit tradita omnibus numeris abſoluta: non enim locuti ſumus de maximis inſcriptibilibus in infinitis trilineis parabolicis, ac in infinitis conicis, tam ortis ex reuolu-

tione infinitorum trilineorum circa diametros, quam circa baſim. Hæc intelligimus aſſignare in præſenti. Sed ſicuti argumentum illud in præfato miſcellaneo à doctrina quadam fæliciter explicata à peritiſſimo geometra Petro Paulo Carauaggio Mediolanenſi exordium ſumpſit, non ſecùs procedendum eſt in præſenti; ſed doctrina illa aurea, quam habet in ſua geometria applicationum, denuò eſt nunc recapitulanda, ac explicanda quantum ad negotium noſtrum faceſſit: remittentes eum, qui plura deſiderat, ad ipſius Carauaggij fontem. Probat ergo Carauaggius in opere citato. Omnium poteſtatum ad eandem rectam lineam applicabilium, deficientiumque poteſtatibus homogeneis, maximum eſſe quod ad talem partem lineæ applicatur, quæ ad totam lineam ſit vt vnitas ad exponentem poteſtatis. V.g. ſi ſit applicandum parallelogrammum deficiens quadrato, hoc eſt ſi A B, ſit ſic ſecanda in C, vt rectangulum A C B, ſit omnium maximum, illorum, quæ fiunt à partibus B C, debet ipſa ſecari in C, bifariam.



Si ſit applicandum parallelepipedum deficiens cubo, &c. hoc eſt ſi A B, ſit ſic ſecanda in C, vt factum ſub

A C,

AC, & ſub quadrato BC; ſit omnium maximum debet AC, eſſe tertiam partem AB. Si vero applicandum ſit planoplanum deficiens quadratoquadrato, nempe ſi ſit ſic AB, ſecanda in C, vt factum ſub AC, in cubum CB, ſit omnium maximum; AC, debet eſſe quarta pars AB. Hæc doctrina pariter fuit à nobis explicata loco citato vſque ad hunc terminum, quia pro ibidem dicendis, nobis ſufficiebat.

Nùnc verò vlteriùs procedendum eſt cum ipſo Carauaggio in opere citato. Probat enim ibidem hoc ſic accidere, vt explicatum eſt, quando applicatio lineæ eſt facienda. Subiungit poſtea in pagina tertia. *Cum vero applicabitur gradui altiori, tunc maxima applicatio continget in tot partibus datæ magnitudinis, cui fit applicatio, quota ipſa eſt in ordine graduum, diuiſæ in tot partes, quota eſt applicanda magnitudo in ordine graduum; ideſt magnitudinis, cui fit applicatio partes denominabit numerus graduum magnitudinis applicandæ; numerabit vero numerus graduum magnitudinis, cui fit applicatio.* Hanc doctrinam exemplis explicat in pag. 4. Inquit ergo.

Maximum plano planum, quod applicatur dato plano deficiens plano plano ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plani duabus ex quatuor partibus, ideſt dimidio; & plano planum ſimile dato deficiens adiacet reliquis duabus ex quatuor partibus, ideſt dimidio.

Maximum plano planum, quod applicatur dato ſolido deficiens planoplano ſimili dato eſt id, quod applicatur dati ſolidi tribus ex quatuor partibus, & planoplanum ſimile dato deficiens adiacet reliquæ quartæ parti. Et in primo exem-

plo poſito in pag. 5. ait.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato plano deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plani duabus ex quinque partibus; & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquis tribus ex quinque partibus.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato ſolido deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati ſolidi tribus ex quinque partibus, & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquis duabus ex quinque partibus.

Maximum plano ſolidum, quod applicatur dato plano plano deficiens plano ſolido ſimili dato eſt id, quod applicatur dati plano plani quatuor ex quinque partibus; & plano ſolidum ſimile dato deficiens adiacet reliquæ quintæ parti. Et ſic procedendo.

Hæc omnia probat in progreſſu operis. Ex dicta ergo doctrina habemus, quod ſi quis iubeat ſic ſecare AB, v.g. in partes AC, CB, vt factum ſub quadratis AC, CB, ſit omnium maximum, AB, debere biſecari; quia tam AC, quam CB, debent continere duas ex 4. partibus AB. Si vero imperatum fuerit AB, ſic in C, diuidendam eſſe, vt factum ſub quadrato AC, & ſub cubo CB, ſit omnium maximum, AB, debet diuidi in 5, partes æquales, quarum duas contineat AC, reliquas CB. Si vero ſit ſic ſecanda, vt factum ſub quadrato AC, & ſub quadratoquadrato CB, ſit omnium maximum, AB, debet ſecari in 6, partes æquales, quarum duæ erit AC: & ſic in infinitum.

Sed

Sed huic Carauaggij doctrinæ aliquid aliud eſt addendum, vt intentum noſtrum obtineamus; & eſt, quod non modo lineæ prædictæ ſunt ſecandæ in antedictis punctis, vt obtineamus illa maxima facta, ſed etiam ipſas in ijſdem punctis ſecandas eſſe quotieſcunque iubeatur ipſas ſic diuidere, vt maxima facta habeant ad prius facta imperatam rationem. Res clarius explicanda eſt. Diximus ſupra quod ſi AB, ſit v. g. ſic ſecanda in C, vt factum ſub AC, & ſub quadrato CB, ſit omnium maximum, AC, debere eſſe tertiam partem CB: nunc dicimus, quod ſi AB, ſit ſic ſecanda in C, vt factum ſub AC, v. g. & ſub ſeſquialtero quadrati CB, ſit omnium maximum, non ſecus, ac ſupra, AC, debere eſſe tertiam partem AB; & ſic in alijs. Res eſt clara, quapropter ad propoſitiones accedamus. Sit ergo.

PROPOSITIO I.

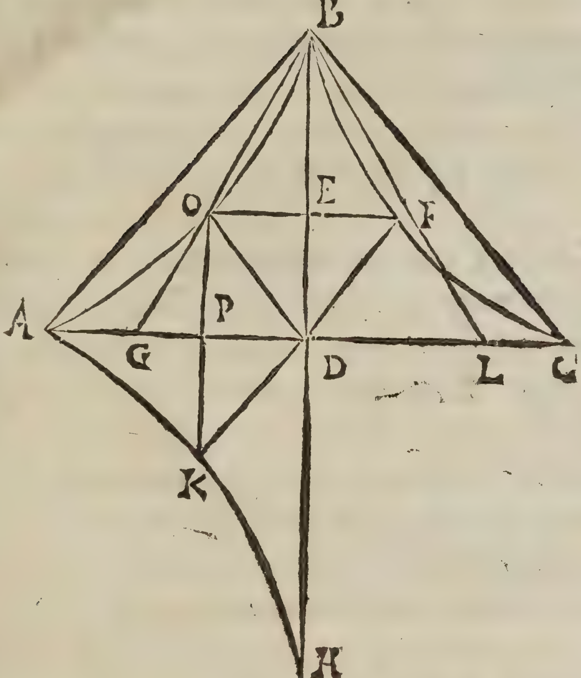
Triangulum maximum inſcriptibile in quodlibet infinitorum trilineorum duplicatorum circa diametrum, eſt illud, cuius altitudo ſe habeat ad diametrum trilinei, vt vnitas ad numerum trilinei vnitate auctum.

ABC, ſit quodlibet ex infinitis trilineis duplicatis circa diametrum BD, DE, vero ſe habeat ad DB, vt vnitas ad numerum trilinei vnitate auctum, & per O, ducatur OEF, parallela AC, ac conſtituatur triangulum ODF. Aſſero, hoc eſſe

ma-

maximum inſcriptibilium in trilineo A B C. Ducatur recta A B, & fiat A D, ad D G, vt numerus trilinei vnitate auctus ad binarium; & ducatur B G. Quoniam vt A D, ad D G, ſic triangulum A B D, ad triangulum G B D; ergo etiam triangulum A B D, erit ad triangulum G B D, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad binarium. Sed ex ſchol. pri. propoſ. 1. lib. 1. etiam A B D, triangulum, eſt ad trilineum A B D, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Ergo trilineum A B D, & G B D, triangulum, erunt æqualia. Ergo hæc ad triangulum O D E, habebunt eandem rationem. Sed ratio trianguli G B D, ad triangulum O D E, componitur ex rationibus G D, ad O E, & B D, ad D E. Ergo etiam ratio trilinei A B D, ad triangulum O D E, componetur ex ijſdem rationibus. Sed vt G D, ad O E, ſic A D, ad lineam, quæ ad O E, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium; & quia ex geneſi infinitarum parabolarum in cit. 1. propoſit. explicata, eſt vt A D, ad O E, ſic poteſtas D B, eiuſdem gradus cum trilineo, ad ſimilem poteſtatem O E; erit & vt A D, ad lineam, quæ ad O E, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium, ſic poteſtas D B, eiuſdem gradus cum trilineo, ad homogeneam poteſtatem, quæ ſe habeat ad homogeneam poteſtatem B E, vt numerus vnitate auctus ad binarium. Ergo ratio trilinei A B D, ad triangulum O D E, & conſequenter trilinei A B C, ad triangulum O D F, componetur ex ratione poteſtatis D B, ad dictam poteſtatem,

quæ



quæ ad poteſtatem B E, ſe habeat in prædicta ratione, & ex ratione D B, ad D E. Sed ex prædictis rationibus componitur quoque ratio poteſtatis D B, vno gradu altioris poteſtate trilinei, ad factum ſub D E, & ſub poteſtate, eiuſdem gradus cum trilineo, quæ ad poteſtatem homogeneam B E, ſe habeat vt numerus vnitate auctus, ad binarium; & ex doctrinis ſupra explicatis, præcipuè in fine, maximum tale factum ex præfatis partibus D B, eſt illud, quando D E, ſe habet ad E B, vt vnitas ad numerum; & conſequen-

ſequenter ad totam D B, vt vnitas, ad numerum vnitate auctum. Quare patet etiam triangulum O D F, eſſe maximum inſcriptum in trilineo A B C. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM.

Ex progreſſu autem demonſtrationis patet, trilineum ad triangulum maximum ſibi inſcriptum, eſſe in primo trilineo, vt quadratum D B, ad rectangulum D E B. In ſecundo, vt cubus D B, ad factum ſub D E, in ſeſquialterum quadrati E B. In tertio vt quadratoquadratum D B, ad factum ſub D E, in duplum cubi E B. Et ſic in infinitum, adeo vt partes poteſtatis E B, ſe habeant ad poteſtatem B E, vt numerus vnitate auctus, ad binarium. Quapropter patet in numeris poſſe exprimi rationem vniuſcuiuſque trilinei ad maximum triangulum ſibi inſcriptum. In primo enim, nempe in triangulo, erit vt 4. ad 1. In quadratico vero, quoniam qualium D B, eſt 3. D E, eſt 1. B E, 2. erit cubus D B, 27. Sed quoniam quadratum B E, eſt 4. eius ſeſquialterum erit 6. cum autem D E, ſit 1. erit etiam factum ſub D E, & ſub ſeſquialtero quadrati B E, 6. Ergo trilineum ad triangulum erit vt 27. ad 6. nempe vt 9. ad 2. In tertio D B, eſt 4. B E, 3. D E, 1. quadratoquadratum D B, eſt 256. cubus B E, eſt 27. eius duplus, & conſequenter factum ſub D E, in eum, eſt 54. Ergo trilineum erit ad triangulum vt 256, ad 54. Seù vt

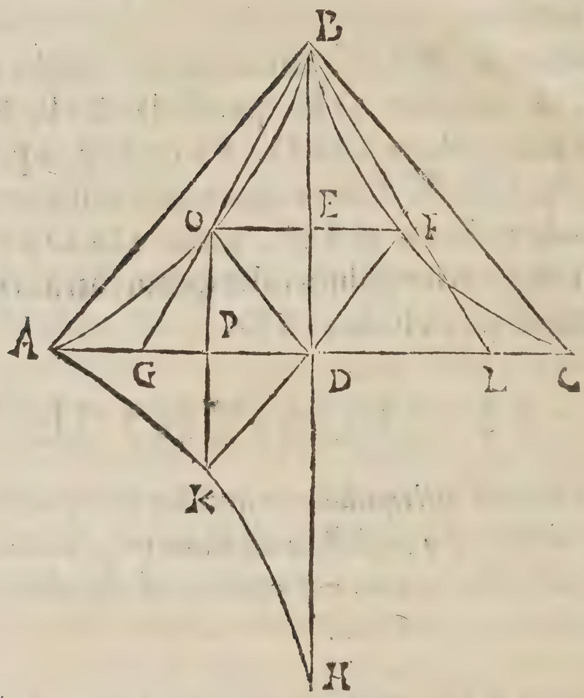
128. ad 27. Et ſic in alijs fas erit exprimere numero dictas rationes.

Trilineum BAD, intelligatur duplicari in BAH, & ducatur OK, parallela BH, & intelligatur triangulum OkD. Patet hoc æquale eſſe triangulo ODF. Cum ergo etiam trilineum ABC, ſit æquale trilineo BAH, patet OkD, eſſe maximum etiam triangulum inſcriptum intra trilineum duplicatum circa baſim AD.

PROPOSITIO II.

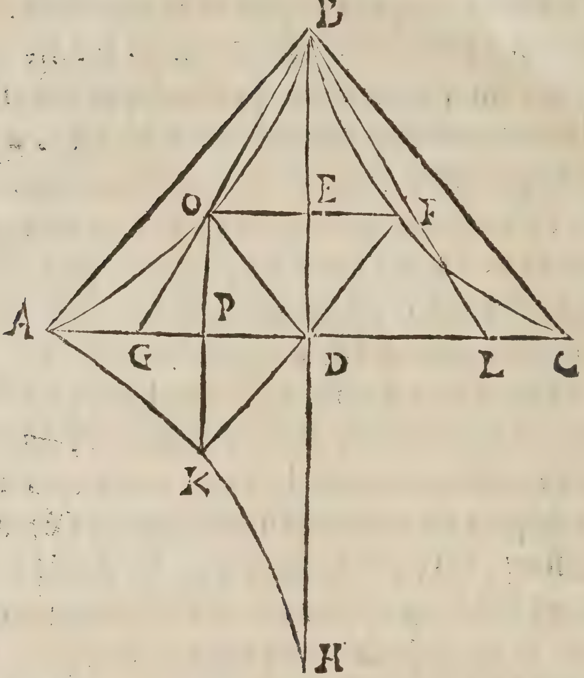
Conus maximus inſcriptibilis in quolibet ex infinitis conicis circa diametrum, eſt ille cuius diameter ſe habeat ad diametrum totius conici, vt vnitas ad duplum numerum conici vnitate auctum.

ESto ABC, quilibet ex infinitis conicis ortus ex reuolutione trilinei ABD, circa diametrum BD, & in ipſo ſit inſcriptus conus ODF, cuius baſis OF, ſit parallela AC, & cuius diameter ſeù axis DE, ſe habeat ad DB, vt vnitas, ad duplum numerum conici vnitate auctum. Dico hunc eſſe maximum &c. Intelligatur etiam conus ABC, & ſit vt duplus numerus conici vnitate auctus ad ternarium, ſic quadratum AD, ad quadratum DG; & intelligatur conus GBL. Cylindrus triplus coni ABC, ſe habet ex ſchol. 3. propoſ. 14. lib. 2. ad conicum ABC, vt duplus numerus conici



vnitate auctus ad vnitatem; ergo conus A B C, ſe habebit ad conicum A B C, vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Cum autem factum ſit in eadem ratione quadratum A D, ad quadratum D G, & in tali ratione ſit etiam conus ABC, ad conum G B L, ſequitur conicum A B C, & conum G B L, æquales eſſe. Quare ad conum O D F, habebunt eandem proportionem. Sed ratio coni GBL, ad conum O D F, componitur ex rationibus quadrati G D, ad O E, quadratum & lineæ D B, ad D E.

DE. Ergo etiam ratio conici ABC, ad conum ODF, componetur ex ijſdem rationibus. Sed vt quadratum GD, ad quadratum OE, ſic quadratum AD, ad quadratum, quod ad quadratum OE, ſit vt duplus numerus conici vnitate auctus ad ternarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ijſdem rationibus. Sed quoniam ex natura trilineorum, eſt vt AD, ad OE, ſic poteſtas DB, eiuſdem gradus cum conico ad ſimilem poteſtatem BE. Ergo vt quadratum AD, ad quadratum OE, ſic poteſtas DB, cuius numerus ſit duplus numeri conici ad ſimilem poteſtatem BE. Ergo & vt quadratum AD, ad quadratum, quod ad quadratum OE, ſe habeat vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium, ſic poteſtas DB, cuius numerus ſit duplus numeri conici, ad homogeneum, quod ad homogeneam poteſtatem BE, ſe habeat vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ratione harum poteſtatum, & ex ratione DB, ad DE. Sed ex his rationibus componitur quoque ratio poteſtatis DB, cuius numerus ſit duplus vnitate auctus numeri conici, ad factum ſub DE, & ſub tali poteſtate cuius numerus ſit duplus poteſtatis conici, quæ ſe habeat ad ſimilem poteſtatem BE, vt duplus numerus vnitate auctus ad ternarium. Ergo conicus ad conum ſe habebit vt dicta poteſtas DB, ad factum ſub partibus DB, prædicto modo. Sed ex doctrina explicata ſuperius habemus, maximum factum ſub partibus BD, eſſe illud,



quando DE, ſe habet ad EB, vt vnitas ad duplum numerum,& ad totam DB, vt vnitas ad duplum numerum vnitate auctum. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Etiam in præſenti ex progreſſu demonſtrationis patet, conicum ad conum eſſe in primo conico, vt cubus DB, ad factum ſub DE, & ſub quadrato BE. In ſecundo vt quadrato cubus DB, ad factum ſub DE,

D E, & ſub tali quadratoquadrato, quod ad quadratoquadratum B E, ſit, vt 5. ad 3. In tertio vt quadratoquadrato cubus D B, ad factum ſub D E, & ſub tali cubo cubo, qui ad cubo cubum B E, ſit vt 7. ad 3. Et ſic in infinitum. Quare patet etiam nunc in numeris poſſe exprimi has rationes. Primus enim conicus A B C, erit ad conum O D F, vt 27. ad 4; quia qualium D B, eſt 3. D E, eſt 1. B E, 2. cubus D B, eſt 27. & factum ſub D E, in quadratum B E, eſt 4. In ſecundo qualium D B, eſt 5. D E, eſt 1. B E, 4. quadrato cubus D B, eſt 3125. quadratoquadratum B E, eſt 256. & quadratoquadratum ſe habens ad ipſum vt 5. ad 3. eſt 426. $\frac{2}{3}$. Ergo conicus ad conum erit vt 3125. ad 426. $\frac{2}{3}$. Et ſic ſimiliter diſcurrendo in alijs.

PROPOSITIO III.

Conus maximus inſcriptibilis in quolibet conico circa baſim, eſt ille, cuius radius baſis ſe habet ad totam diametrum trilinei genitoris, vt binarium ad numerum conici binario auctum.

ESto quodlibet trilineum A B D, cuius diameter A D, baſis D B, & D P, ſit ad D A, vt binarium ad numerum conici binario auctum, & per P, ducantur P O, parallela BD, O E, parallela A D, & O D; intelligamus trilineum A B D, cum triangulo O D E, rotari circa B D. Dico conum O D F, inſcri-

ſcriptum in conico A B C, eſſe maximum omnium inſcriptibilium. Sit quadratum A D, ad quadratum D G, vt rectangulum contentum ſub numero parabolæ aucto vnitate,& ſub numero parabolæ aucto binario ad ſenarium; nempe in pri. vt 6. ad 6. in ſec. vt 12. ad 6; in ter. vt 20. ad 6. &c. & intelligantur coni A B C, G B L. Ergo conus A B C, erit ad conum G B L, in dicta ratione, quia ſunt vt baſes. Quoniam verò cylindrus triplus coni A B C, eſt conuertendo, ex ſec. p. prop. 15. lib. 2. ad conicum A B C, vt prædictum rectangulum ad binarium, erit conus ABC, eius tertia pars, ad dictum conicum, vt dictum rectangulum ad ſenarium. Ergo conicus A B C, & conus G B L, erunt æquales. Ergo ad conum ODF, erunt in eadem ratione. Porrò ratio coni GBL, ad conum O D F, componitur ex ratione quadrati GD, ad quadratum O E, & ex ratione B D, ad D E. Ergo etiam ratio conici ad conum ODF, componetur ex ijſdem rationibus. Aſt vt quadratum G D, ad quadratum O E, ſic quadratum A D, ad quadratum, quod ad quadratum O E, ſeu P D, ſit vt rectangulum contentum ſub numero vnitate aucto, & ſub numero binario aucto, ad ſenarium. Ergo ratio conici ad conum componetur ex tali ratione, & ex ratione B D, ad D E. Sed ex natura infinitarum parabolarum, eſt B D, ad D E, vt poteſtas D A, eiuſdem gradus cum conico, ad ſimilem poteſtatem A P. Ergo ratio conici ad conum componetur ex ratione quadrati AD, ad quadratum, quod ad quadratum D P, ſit vt antedictum

dictum rectangulum ad ſenarium, & èx ratione poteſtatis A D, eiuſdem gradus cum conico, ad ſimilem poteſtatem AP; nempe erit ad ipſum, vt poteſtas AD, duplici gradu altior poteſtate conici, ad factum ſub poteſtate A P, eiuſdem gradus cum conico, & ſub quadrato, quod ad quadratum D P, ſit in dicta ratione. Sed ex doctrina explicata initio huius partis, maximum factum ſub partibus A D, eſt quando DP, eſt ad P A, vt binarium, ad numerum conici, & ad A D, vt binarium ad numerum binario auctum. Quare conus O D F, erit maximus &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex demonſtratis patet, conicum A B C, eſſe ad conum O D F, in prim. coni. vt cubus D A, ad factum ſub A P, in quadratum D P. In ſec. vt quadratoquadratum AD, ad factum ſub quadrato AP, & ſub duplo quadrati PD. In ter. vt quadrato cubus AD, ad factum ſub cubo A P, & ſub tali quadrato, q od ad quadratum P D, ſit vt 20. ad 6. & ſic in alijs.

In numeris ergo etiam in præſenti licebit exprimere rationem conici ad conum. In pri. enim, nempe in cono, iam ſcimus eſſe vt 27. ad 4. In ſec. Qualium AD, eſt 4, talium vtraque D P, P A, ſunt duo. Quadratoquadratum AD, eſt 256. quadratum AP, eſt 4. duplum quadrati P D, eſt 8. factum ſub quadrato AP, in duplum quadrati P D, eſt 32. Ergo conicus erit ad conum vt 256, ad 32. nempe vt 8. ad

1. In

1. In tertio, qualium A D, eſt 5. talium D P, eſt 2. A P. 3. quadratocubus A D, eſt 3125. cubus A P, eſt 27. quadratum D P, eſt 4. quadratum, quod ad ipſum ſit vt 20. ad 6. eſt 13. $\frac{1}{3}$. factum ſub cubo A P, in ipſum, eſt 360. Ergo tertius conicus erit ad maximum conum ſibi inſcriptum, vt 3125. ad 360. nempe vt 625. ad 72.

Pro quarta vice ſufficiat hæc tibi propoſuiſſe legenda benigne lector. Alia expecta, quæ fortaſſis tibi communicabimus quamprimum. In nullo noſtro opere antea elaborato conſcripſſimus tabellam corrorum, nec ergo in præſenti intelligimus à noſtra diſcedere conſuetudine, ſed illos tuæ remittimus humanitati, & diligentiæ. Vale.

FINIS.

563